

6.4 Polynomické regresní modely

Vzorová úloha 6.4 Optimální stupeň polynomu a snížení multikolinearity

Na úloze **L6.02** Závaznost výšky píku kyseliny kyanurové na koncentraci želatiny ukážeme hledání optimálního stupně polynomu a snížení multikolinearity aplikací metody racionálních hodnot (anglicky **Generalized Principal Component Regression**, GPCR): Při stanovení kyseliny kyanurové metodou diferenční pulsní polarografie byl sledován vliv přítomnosti povrchově aktivních látek. (1) Určete stupeň polynomu m závislosti výšky píku kyseliny kyanurové y na koncentraci želatiny x . (2) Které z kritérií, MEP nebo AIC , má lepší rozlišovací schopnost při určení stupně polynomu? (3) Pokuste se snížit multikolinearitu.

Řešení:

1. Návrh modelu:

(a) Určení stupně polynomu metodou nejmenších čtverců MNČ:

K určení optimálního stupně polynomu budeme sledovat následující statistické charakteristiky pro rozličné stupně polynomu: vícenásobný korelační koeficient r a koeficient determinace D nejsou pro hledání optimálního stupně polynomu m vhodné.

Stupeň polynomu $m = 1$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 0.97029
Koeficient determinace 100 % D	: 94.145
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.94633
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 109.95
Akaikovo informační kritérium AIC	: 45.211

Stupeň polynomu $m = 2$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 0.99800
Koeficient determinace 100 % D	: 99.600
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.99481
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 10.894
Akaikovo informační kritérium AIC	: 20.376

Stupeň polynomu $m = 3$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 0.99913
Koeficient determinace 100 % D	: 99.827
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.99564
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 9.166
Akaikovo informační kritérium AIC	: 14.022

Stupeň polynomu $m = 4$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 0.99965
Koeficient determinace 100 % D	: 99.929
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.99398
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 12.639
Akaikovo informační kritérium AIC	: 7.080

Stupeň polynomu $m = 5$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 0.99980
Koeficient determinace 100 % D	: 99.959
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.98033
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 41.006
Akaikovo informační kritérium AIC	: 3.502

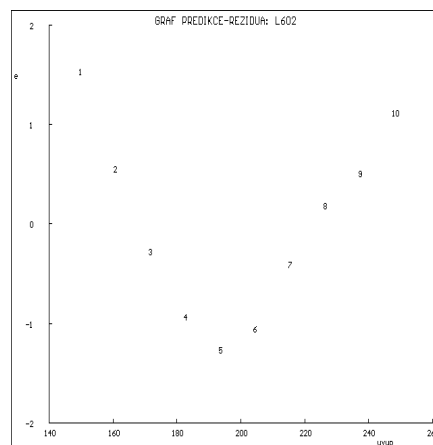
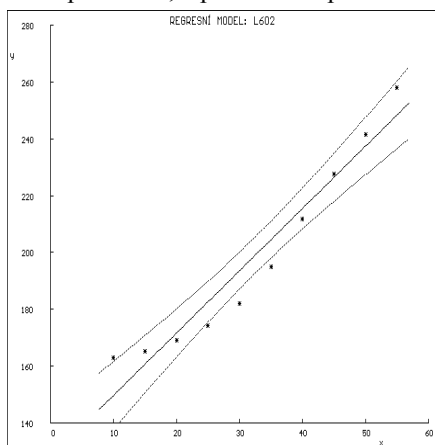
Stupeň polynomu $m = 6$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 0.99999
Koeficient determinace 100 % D	: 99.999
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.99863
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 2.883
Akaikovo informační kritérium AIC	: -29.367

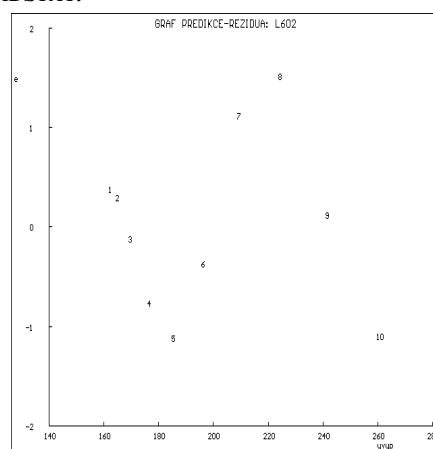
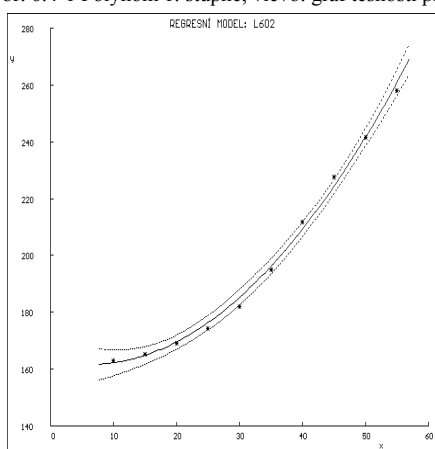
Stupeň polynomu $m = 7$

Vícenásobný korelační koeficient r	: 1.0000
Koeficient determinace 100 % D	: 99.999
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.97561
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 50.729
Akaikovo informační kritérium AIC	: -30.950

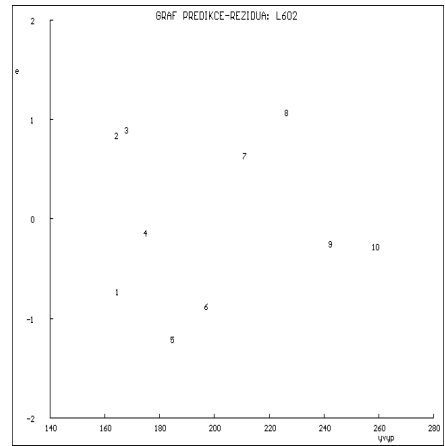
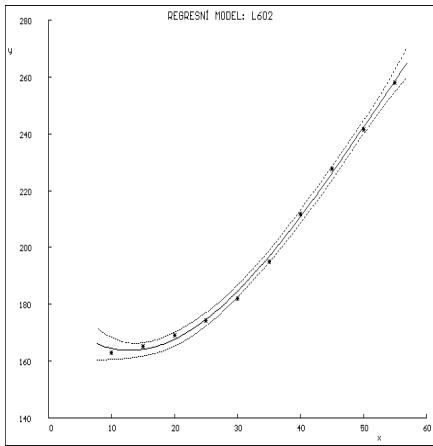
Grafická analýza klasických reziduí a rozptylový graf jsou rovněž užitečnou a názornou pomůckou při hledání stupně polynomu m . Vynesením MEP nebo AIC proti stupni polynomu m vidíme, že se nabízí dvě řešení, a to $m = 3$ a $m = 6$. S ohledem na maximální jednoduchost modelu lze volit $m = 3$. V tomto případě je účelem maximální těsnost proložení, a proto dáme přednost $m = 6$.



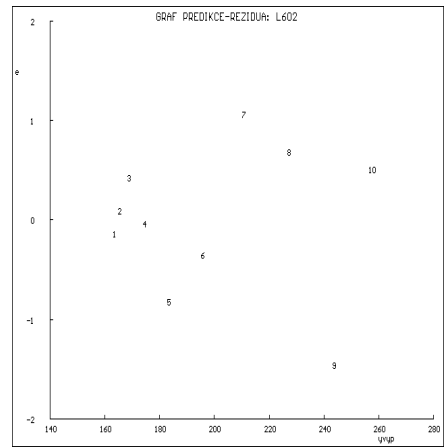
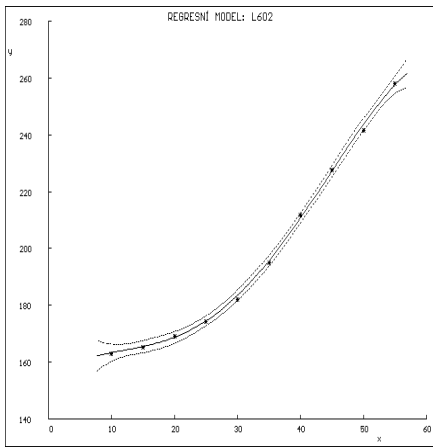
Obr. 6.4-1 Polynom 1. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, **ADSTAT**.



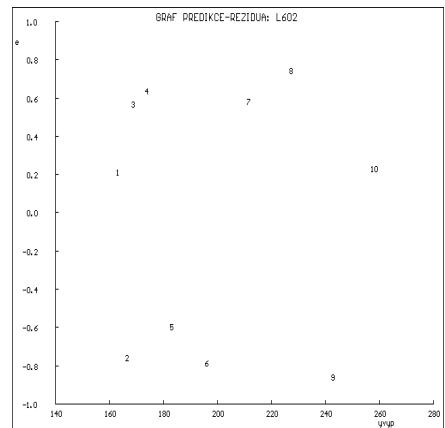
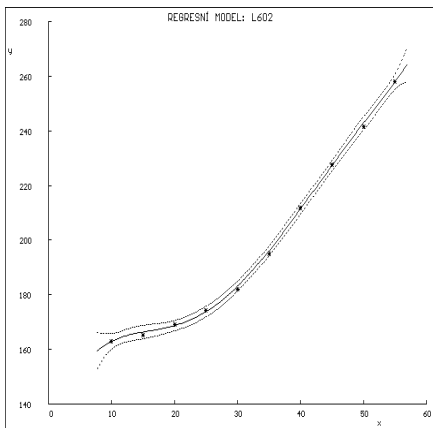
Obr. 6.4-2 Polynom 2. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, **ADSTAT**.



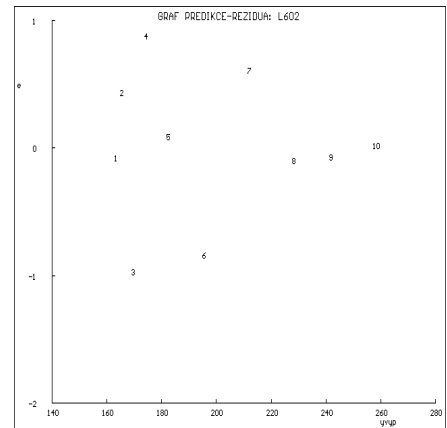
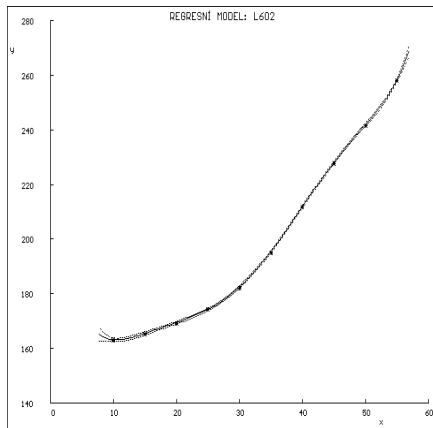
Obr. 6.4-3 Polynom 3. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, *ADSTAT*.



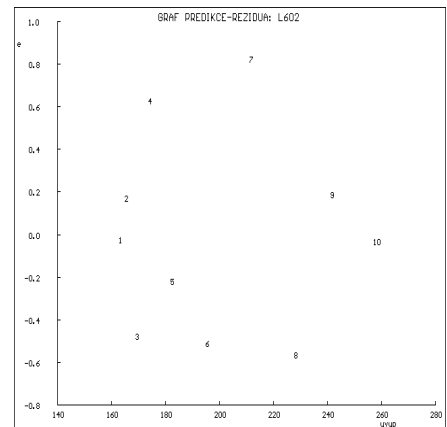
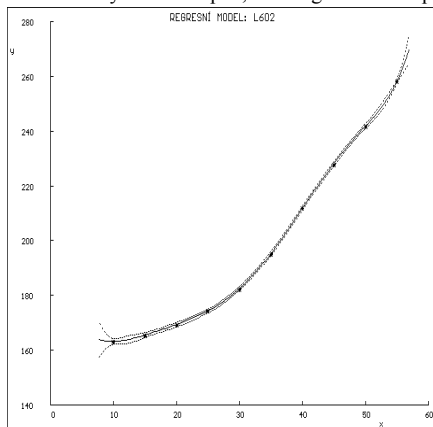
Obr. 6.4-4 Polynom 4. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, *ADSTAT*.



Obr. 6.4-5 Polynom 5. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, *ADSTAT*.



Obr. 6.4-6 Polynom 6. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, *ADSTAT*.



Obr. 6.4-7 Polynom 7. stupně, vlevo: graf těsnosti proložení, a vpravo: analýza reziduí, *ADSTAT*.

(b) *Určení odhadů parametrů metodou racionálních hodnotí GPCR:*

Omezení P na vlastní čísla matice $X^T X$: Jelikož všechny odhady parametrů v bloku 3 jsou statisticky významné, není třeba hledat novou hodnotu omezení na vlastní čísla P a je možné užít přímo tyto odhady metodou nejmenších čtverců, ($P = 10^{-34}$).

2. Předběžná analýza dat: polohu a proměnlivost proměnných y , x charakterizuje *průměr* a *směrodatná odchylnka* hodnot každé proměnné. *Pearsonův párový korelační koeficient* všech párů y vs. x , y vs. x^2 , y vs. x^3 , y vs. x^4 , y vs. x^5 , y vs. x^6 ukazuje vysokou korelaci. Velká korelace je indikována i mezi jednotlivými nezávisle proměnnými, což je charakteristickým rysem polynomů, protože mezi x^j a x^k je zřejmá vazba.

Proměnná	Průměr	Směrodatná odchylnka	Párový korelační koeficient	Spočtená hlad. význam.
y	1.9906E+02	3.4199E+01	1.0000	----
x^1	3.2500E+01	1.5138E+01	0.9703	0.000
x^2	1.2625E+03	1.0024E+03	0.9970	0.000
x^3	5.4438E+04	5.6724E+04	0.9903	0.000
x^4	2.4983E+06	3.1062E+06	0.9682	0.000
x^5	1.1934E+08	1.6883E+08	0.9405	0.000
x^6	5.8593E+09	9.1697E+09	0.9117	0.000
Párové korelační koeficienty mezi dvojicemi vysvětlujících proměnných			Spočtená hladina významnosti	
x^1 versus x^2 :	9.8159E-01		0.000	
x^1 versus x^3 :	9.4340E-01		0.000	
x^1 versus x^4 :	9.0123E-01		0.000	
x^1 versus x^5 :	8.6118E-01		0.001	
x^1 versus x^6 :	8.2500E-01		0.003	
x^2 versus x^3 :	9.8890E-01		0.000	
x^2 versus x^4 :	9.6530E-01		0.000	
x^2 versus x^5 :	9.3774E-01		0.000	
x^2 versus x^6 :	9.0996E-01		0.000	

x^3 versus x^4 :	9.9316E-01	0.000		
x^3 versus x^5 :	9.7795E-01	0.000		
x^3 versus x^6 :	9.5925E-01	0.000		
x^4 versus x^5 :	9.9554E-01	0.000		
x^4 versus x^6 :	9.8522E-01	0.000		
x^5 versus x^6 :	9.9693E-01	0.000		
INDIKACE MULTIKOLINEARITY:				
Č	Vlastní čísla	Čísla podmí-	Variance inflation	Vicenas.korel.
j	korel. matice λ_j	něnosti K_j	factor VIF_j	koef pro X_j
1	1.8216E-09	3.1529E+09	4.3737E+05	1.0000
2	7.4534E-07	7.7056E+06	1.8050E+07	1.0000
3	1.0269E-04	5.5929E+04	1.3400E+08	1.0000
4	6.7786E-03	8.4726E+02	2.6046E+08	1.0000
5	2.4987E-01	2.2985E+01	1.2751E+08	1.0000
6	5.7432E+00	1.0000E+00	9.8657E+06	1.0000
Maximální číslo podmíněnosti K			: 3.1529E+09	
Nápověda: $K[j]$, $K > 1000$ indikuje silnou multikolaritu, $VIF[j] > 10$ indikuje silnou multikolaritu.				

Maximální číslo podmíněnosti $K = 3.1529E+09$ vysoko převyšuje hodnotu 1000, a proto je v datech indikována silná multikolarita. Rovněž i kritérium VIF dosahuje hodnot vyšších než 10, což potvrzuje v datech silnou multikolaritu.

3. Odhadování parametrů: klasickou metodou nejmenších čtverců (MNČ) byly nalezeny nejlepší odhady sedmi parametrů, β_0 až β_6 . Studentův t -test ukázal, že všechny parametry jsou statisticky významné, když $t_{0,95}(10-7) = 3.182$.

Parametr	Odhad	Směrodatná odchylna	$H_0: b_j = 0$ vs. $H_A: b_j \neq 0$		Spočtená	
			t -kritérium	hypotéza H_0 je	hlad. význ.	
b_0	2.2938E+02	1.2016E+01	19.090	Zamítnuta	0.000	
b_1	-1.9126E+01	3.0407E+00	-6.2900	Zamítnuta	0.008	
b_2	2.0945E+00	2.9499E-01	7.1002	Zamítnuta	0.006	
b_3	-1.1157E-01	1.4204E-02	-7.8552	Zamítnuta	0.004	
b_4	3.1315E-03	3.6162E-04	8.6597	Zamítnuta	0.003	
b_5	-4.3280E-05	4.6552E-06	-9.2970	Zamítnuta	0.003	
b_6	2.3244E-07	2.3841E-08	9.7496	Zamítnuta	0.002	

4. Základní statistické charakteristiky: Střední kvadratická chyba predikce MEP a Akaiikovo informační kritérium AIC se užívají k rozlišení mezi několika navrženými modely, zde stupni polynomu m . Pro nejlepší stupeň polynomu m dosahují obě kritéria svých minimálních hodnot.

Vicenasobný korelační koeficient r	: 0.99999
Koeficient determinace 100 % D	: 99.999
Predikovaný koeficient determinace R^2_p	: 0.99863
Střední kvadratická chyba predikce MEP	: 2.8832
Akaiikovo informační kritérium AIC	: -29.367

5. Regresní diagnostika: obsahuje pomůcky a postupy pro interaktivní analýzu (a) dat, (b) modelu, (c) metody, což jsou složky tzv. *regresního tripletu*.

A. Kritika dat: Skládá se z analýzy několika druhů grafických diagnostik a tabulek různých druhů reziduí. Je třeba si uvědomit, že o vhodnosti modelu rozhoduje především statistická analýza reziduí (obr. 6.4-1a až 6.4-7a).

(a) *Analýza klasických reziduí* není příliš spolehlivá, protože klasická rezidua jsou korelovaná, s nekonstantním rozptylem, jeví se normálnější než náhodné chyby (*efekt supernormality*) a nemusí indikovat silně odlehle hodnoty. Grafická analýza \hat{e} vs. \hat{y}_p (obr. 6.4-1b až 6.4-7b) je schopna indikovat podezřelé body, trend a nekonstantnost rozptylu, tzv. heteroskedasticitu. Míry polohy a rozptýlení klasických reziduí by měly dosahovat hodnot blízkých experimentálnímu šumu. *Odhad směrodatné odchylny $s(e)$* by se měl blížit svou velikostí experimentální chybě, kterou je zatížena závisle proměnná. Odhady šikmosti a špičatosti by měly dokazovat normální rozdělení reziduí, normalitu.

Bod Měřená	Predikovaná	Směrodatná	Klasické	Relativní
hodnota	hodnota	odchylna	reziduum	reziduum

i	$Y_{exp,i}$	$Y_{yp,i}$	$s(Y_{yp,i})$	e_i	$e_{r,i}$
1	1.6320E+02	1.6322E+02	2.0848E-01	-1.5771E-02	-9.6636E-03
2	1.6560E+02	1.6551E+02	1.9869E-01	9.1293E-02	5.5129E-02
3	1.6930E+02	1.6950E+02	1.5902E-01	-2.0217E-01	-1.1942E-01
4	1.7450E+02	1.7432E+02	1.5061E-01	1.8356E-01	1.0519E-01
5	1.8250E+02	1.8248E+02	1.4727E-01	1.8601E-02	1.0192E-02
6	1.9530E+02	1.9547E+02	1.4727E-01	-1.7427E-01	-8.9230E-02
7	2.1200E+02	2.1187E+02	1.5061E-01	1.2776E-01	6.0263E-02
8	2.2810E+02	2.2812E+02	1.5902E-01	-2.0205E-02	-8.8578E-03
9	2.4190E+02	2.4191E+02	1.9869E-01	-1.3461E-02	-5.5646E-03
10	2.5820E+02	2.5820E+02	2.0848E-01	4.6563E-03	1.8034E-03

Reziduální součet čtverců RSC	: 1.3080E-01
Průměr absolutních hodnot reziduí Me	: 8.5175E-02
Průměr relativních reziduí Me_r	: 4.6531E-02
Odhad reziduálního rozptylu $s^2(e)$: 4.3600E-02
Odhad směrodatné odchylky reziduí $s(e)$: 2.0881E-01
Odhad šikmosti reziduí $g_1(e)$: -0.303
Odhad špičatosti reziduí $g_2(e)$: 2.376

(b) **Analyza ostatních reziduí:** Jackknife rezidua indikují odlehlé body, diagonální prvky H_{ii} od projekční matice H a diagonální prvky $H_{mi,i}$ od zobecněné projekční matice H_m , pouze extrém. Ostatní druhy reziduí a kritéria v tabulce pak obojí (značeno hvězdičkou u hodnoty). Jackknife rezidua $e_{j,i}$ ukazují, že žádný bod není odlehlý. Cookova vzdálenost D_i a Atkinsonova vzdálenost A_i ukazují na vlivné body č. 1, 2, 10 a kritérium DF_i na č. 1, 2, 3, 10 a věrohodnostní vzdálenosti $LD(b)_i$ na č. 1, 2, 10 a $LD(s^2)_i$ na č. 1, 2, 3 a $LD(b, s^2)_i$ na č. 1, 2, 3, 10. Diagonální prvky H_{ii} projekční matice H ukazují, že nejsou extrém, a diagonální prvky $H_{mi,i}$ zobecněné projekční matice H_m pak opět, že nejsou extrém.

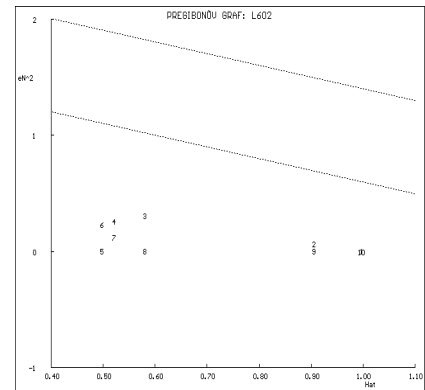
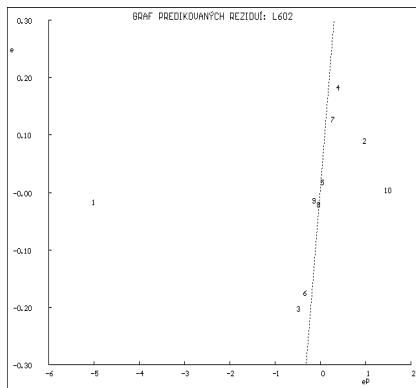
INDIKACE VLIVNÝCH BODU: (* indikuje odlehlý nebo vlivný bod)				
Bod	Standardiz. reziduuum	Jackknife reziduuum	Predikované reziduuum	Diagonální prvky
i	$e_{s,i}$	$e_{j,i}$	$e_{p,i}$	H_{ii}
1	-1.3464E+00	-1.7476E+00	-5.0116E+00	9.9685E-01
2	1.4221E+00	2.0340E+00	9.6584E-01	9.0548E-01
3	-1.4939E+00	-2.4105E+00	-4.8131E-01	5.7995E-01
4	1.2693E+00	1.5231E+00	3.8265E-01	5.2028E-01
5	1.2566E-01	1.0287E-01	3.7013E-02	4.9744E-01
6	-1.1773E+00	-1.3105E+00	-3.4675E-01	4.9744E-01
7	8.8338E-01	8.3854E-01	2.6632E-01	5.2028E-01
8	-1.4930E-01	-1.2236E-01	-4.8101E-02	5.7995E-01
9	-2.0968E-01	-1.7247E-01	-1.4241E-01	9.0548E-01
10	3.9752E-01	3.3347E-01	1.4796E+00	9.9685E-01

Bod	Zobecněné diag. prvky	Cookova vzdálenost	Atkinsonova vzdálenost	Vliv na predikci
i	H_{mi}	D_i	A_i	DF_i
1	9.9875E-01	8.2037E+01*	2.0362E+01*	-3.1103E+01*
2	9.6920E-01	2.7676E+00*	4.1213E+00*	6.2954E+00*
3	8.9244E-01	4.4020E-01*	1.8542E+00*	-2.8324E+00*
4	7.7790E-01	2.4961E-01	1.0384E+00	1.5862E+00
5	5.0008E-01	2.2328E-03	6.7002E-02	1.0235E-01
6	7.2961E-01	1.9597E-01	8.5352E-01	-1.3038E+00
7	6.4507E-01	1.2091E-01	5.7169E-01	8.7327E-01
8	5.8307E-01	4.3966E-03	9.4123E-02	-1.4378E-01
9	9.0686E-01	6.0168E-02	3.4946E-01	-5.3382E-01
10	9.9702E-01	7.1509E+00*	3.8855E+00*	5.9352E+00*

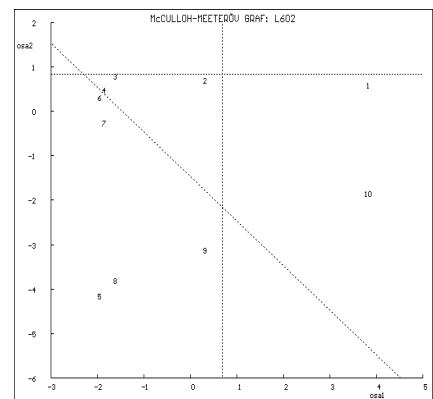
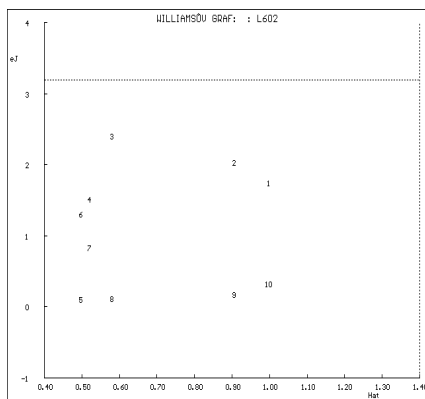
Bod	Věrohodnostní vzdálenosti		
i	$LD(b)_i$	$LD(s^2)_i$	$LD(b, s^2)_i$
1	5.2597E+01*	4.5261E+00*	4.3579E+03*
2	2.0093E+01*	7.4589E+00*	1.8581E+02*

3	7.0662E+00	1.2577E+01*	4.8678E+01*
4	4.5895E+00	2.7920E+00	1.4114E+01
5	5.1964E-02	4.8453E-02	9.5590E-02
6	3.7656E+00	1.5830E+00	9.2322E+00
7	2.4851E+00	2.0507E-01	3.6368E+00
8	1.0207E-01	4.6398E-02	1.3942E-01
9	1.3137E+00	3.9827E-02	1.3221E+00
10	2.8727E+01*	1.2911E-02	1.5853E+02*

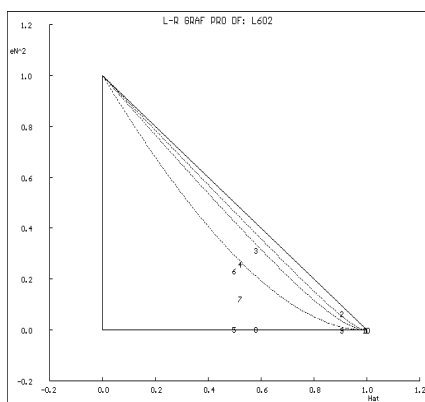
(c) *Grafy vlnných bodů* (obr. 6.4-8) jsou schopny indikovat a současně i testovat, dokazovat přítomnost odlehlých hodnot a extrémů.



Obr. 6.4-8 Grafy vlnných bodů pro $m = 6$, vlevo: graf predikovaných reziduí, a vpravo: Pregibonův graf, *ADSTAT*.



Obr. 6.4-8 Grafy vlnných bodů pro $m = 6$, vlevo: Williamsův graf, a vpravo: McCullohův-Meeterův graf, *ADSTAT*.

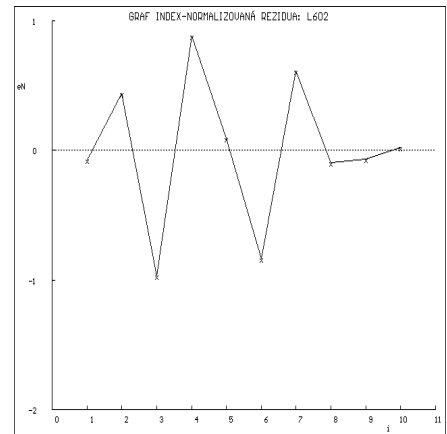
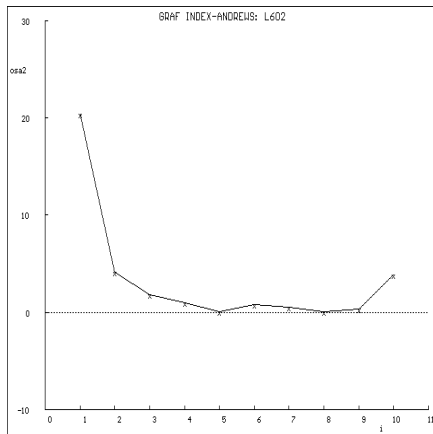


Obr. 6.4-8 Grafy vlnných bodů pro $m = 6$, L-R graf, *ADSTAT*.

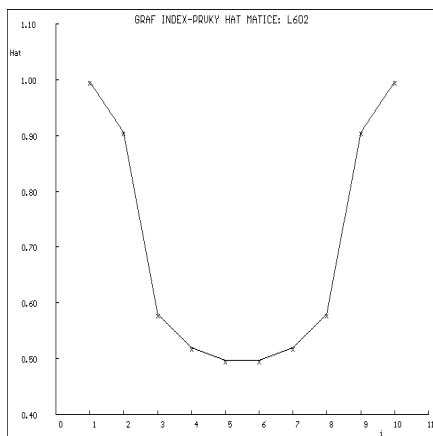
Grafy predikovaných reziduí neindikují žádný odlehlý bod, ale extrém č. 1, 2, 10. *Pregibonův graf* neukazuje na žádný vlnný bod. *Williamsův graf* neindikuje nějaký odlehlý bod a extrém. *McCullohův-Meeterův graf* nedokazuje

odlehlý bod avšak extrém č. 1 a 10. Konečně *L-R graf* dokazuje odlehlý bod č. 3 a současně extrém č. 2, 9. Lze uzavřít, že žádný bod není většinou diagnostik prokázán za odlehlý.

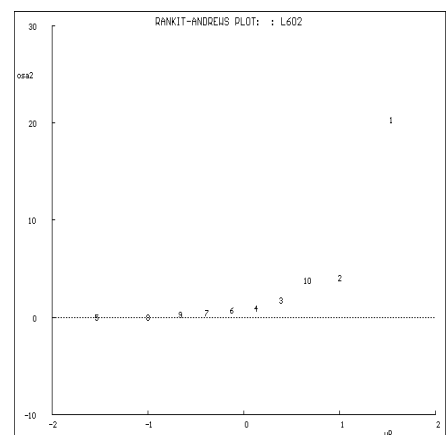
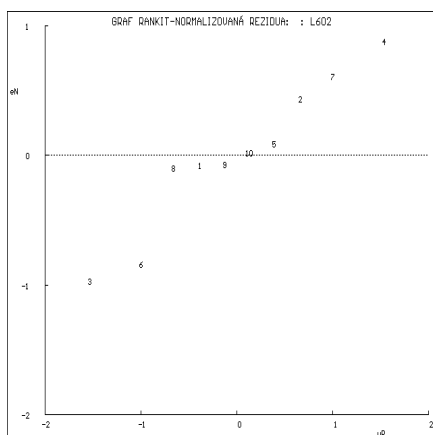
(d) **Indexové grafy** (obr. 6.4-9) upozorňují pouze na *podezřelé body*, nejsou schopny testovat odlehlé body a extrém. *Andrewsův indexový graf* ukazuje na podezřelé body č. 1 a 10. *Indexový graf prvků projekční matice H* pak na podezřelé extrém č. 1, 2, 9, 10.



Obr. 6.4-9 Indexové grafy pro $m = 6$, vlevo: Andrewsův graf, a vpravo: graf normovaných reziduí, *ADSTAT*.

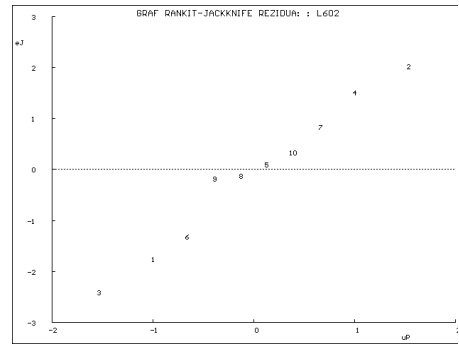
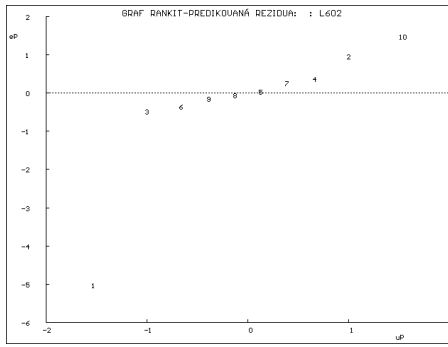


Obr. 6.4-9 Graf prvků projekční matice H , *ADSTAT*.



Obr. 6.4-10 Rankitové grafy pro $m = 6$, vlevo: graf normovaných reziduí, a vpravo: Andrewsův graf, *ADSTAT*.

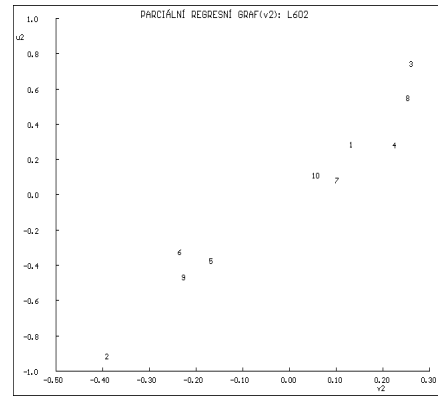
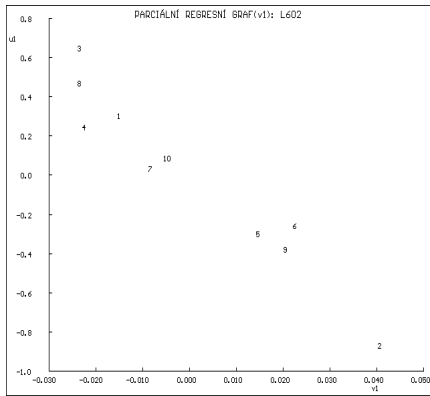
(e) **Rankitové grafy** (obr. 6.4-10) ukazují vedle normality rozdělení dotyčných reziduí i na vlivné (zde odlehlé) body. *Graf normovaných reziduí* neukazuje na odlehlé body. *Andrewsův graf* ukazuje na č. 1 jako na odlehlý bod. *Rankitový graf predikovaných reziduí* ukazuje na jeden odlehlý bod, a to na č. 1 a *graf Jackknifé reziduí* pak na č. 1 jako na odlehlý bod.



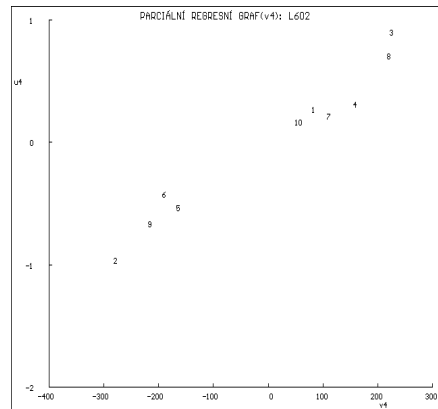
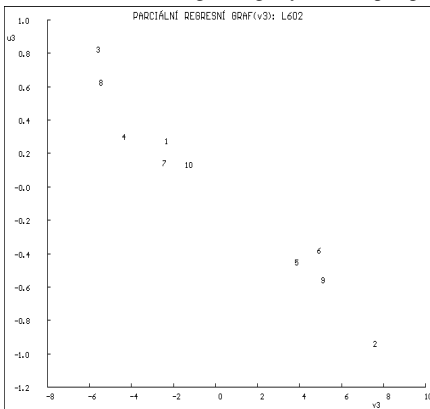
Obr. 6.4-10 Rankitové grafy, vlevo: graf predikovaných reziduí, a vpravo: graf Jackknifé reziduí, *ADSTAT*.

B. Model: *Parciální regresní grafy* (obr. 6.4-11) ale především *parciální reziduální grafy* (obr. 6.4-12) ukazují na lineární závislost všech nezávisle proměnných. Navržený model je formulován ve tvaru

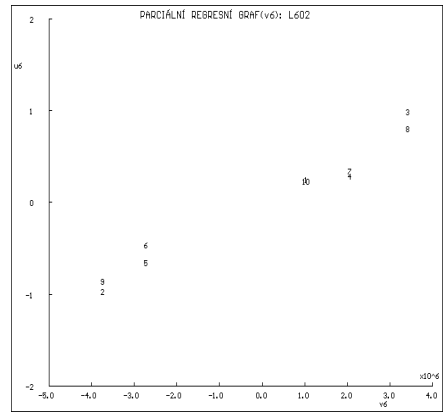
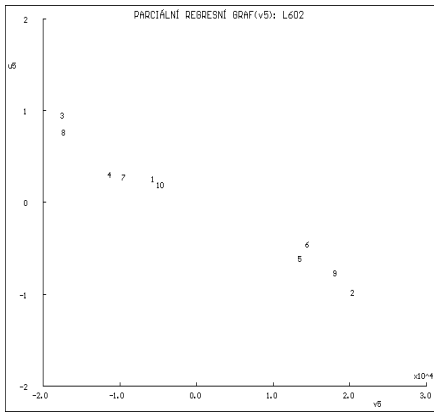
$$\$_0 \% \$_1x \% \$_2x^2 \% \$_3x^3 \% \$_4x^4 \% \$_5x^5 \% \$_6x^6.$$



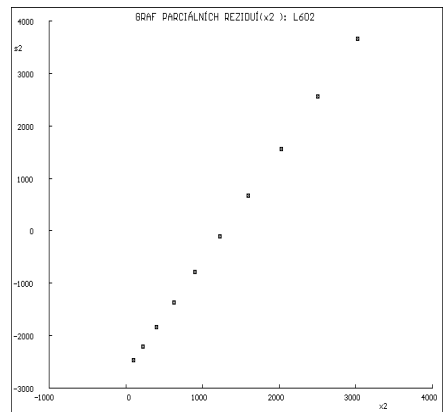
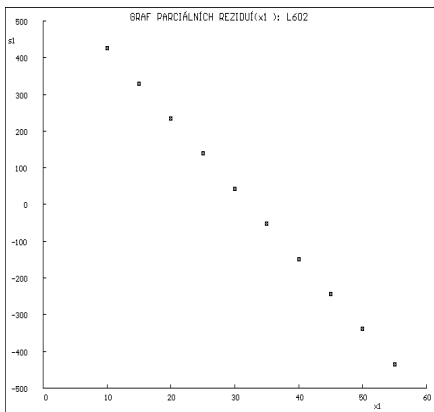
Obr. 6.4-11 Parciální regresní grafy, vlevo: pro proměnnou x , vpravo: pro proměnnou x^2 .



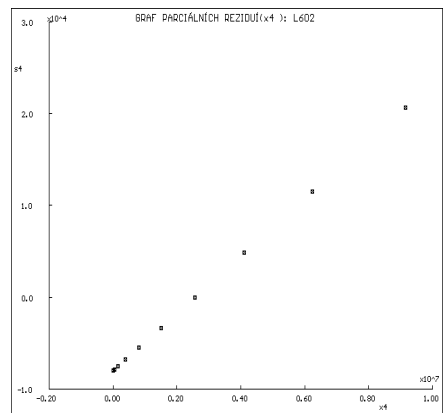
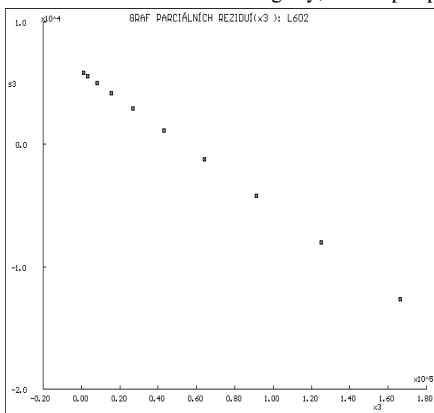
Obr. 6.4-11 Parciální regresní grafy, vlevo: pro proměnnou x^3 , vpravo: pro proměnnou x^4 .



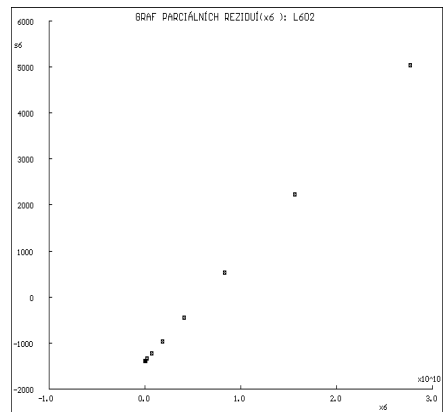
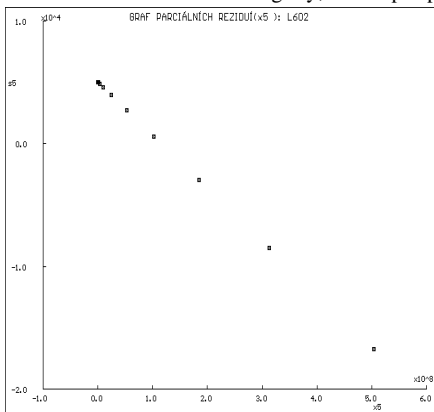
Obr. 6.4-11 Parciální regresní grafy, vlevo: pro proměnnou x^5 , vpravo: pro proměnnou x^6 .



Obr. 6.4-12 Parciální reziduální grafy, vlevo: pro proměnnou x^1 , vpravo: pro proměnnou x^2 .



Obr. 6.4-12 Parciální reziduální grafy, vlevo: pro proměnnou x^3 , vpravo: pro proměnnou x^4 .



Obr. 6.4-12 Parciální reziduální grafy, vlevo: pro proměnnou x^5 , vpravo: pro proměnnou x^6 .

C. Metoda: Do této části patří vyšetření splnění základních předpokladů metody nejmenších čtverců (MNC), za kterých by měla metoda vést k nejlepším nestranným odhadům lineárních regresních parametrů:

Fisherův-Snedecorův test významnosti regrese potvrdil, že navržený model je přijat jako významný, jinými slovy: závisle proměnná y a všechny nezávisle proměnné jsou v lineární závislosti.

Scottovo kritérium multikolinearity ukazuje, že navržený model je korektní.

Cookův-Weisbergův test heteroskedasticity dokazuje, že rezidua vykazují heteroskedasticitu (nekonstantnost rozptylu).

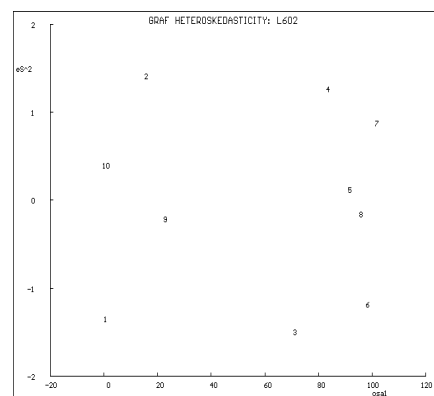
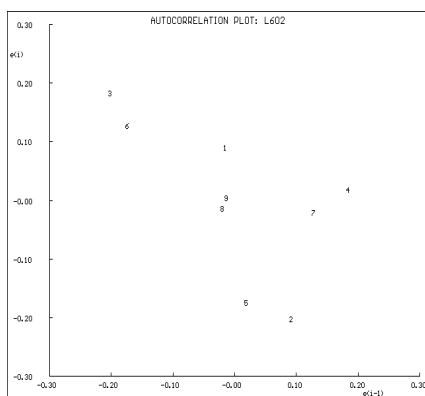
Jarqueův-Berraův test normality reziduí ukazuje, že klasická rezidua nevykazují Gaussovo rozdělení.

Waldův test autokorelace ukazuje, že klasická rezidua jsou autokorelována. *Znaménkový test* prokazuje, že znaménko klasických reziduí se dostatečně střídá, a proto rezidua nevykazují žádný trend.

TESTOVÁNÍ REGRESNÍHO TRIPLETU (DATA + MODEL + METODA):	
Fisherův-Snedecorův test významnosti regrese F_{exp}	: 40238.0
Tabulkový kvantil $F_{1-\alpha}(m-1, n-m)$: 8.9406
Závěr: Navržený model je přijat jako významný.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.000
Scottovo kritérium multikolinearity M	: 0.9966
Závěr: Navržený model je korektní.	
Cookův-Weisbergův test heteroskedasticity S_f	: 0.3053
Tabulkový kvantil $\chi^2_{1-\alpha}(1)$: 3.8415
Závěr: Rezidua vykazují heteroskedasticitu.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.000
Jarqueův-Berraův test normality reziduí $L(e)$: 0.3154
Tabulkový kvantil $\chi^2_{1-\alpha}(2)$: 5.9915
Závěr: Normalita není přijata.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.854
Waldův test autokorelace W_a	: 6.3423
Tabulkový kvantil $\chi^2_{1-\alpha}(1)$: 3.8415
Závěr: Rezidua jsou autokorelována.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.012
Znaménkový test D_t	: 1.0062
Tabulkový kvantil $N_{1-\alpha/2}$: 1.6449
Závěr: Rezidua nevykazují trend.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.157

Graf autokorelace (obr. 6.4-13) vykazuje náhodný mrak bodů, což znamená, že rezidua autokorelaci nevykazují.

Graf heteroskedasticity (obr. 6.4-13) nevykazuje klín nýbrž elipsovitý mrak, a proto rezidua nevykazují heteroskedasticitu, nekonstantnost rozptylu.



Obr. 6.4-13 Vlevo: Graf autokorelace, a vpravo: graf heteroskedasticity, *ADSTAT*.

7. Zhodnocení kvality modelu: porovnáním hodnot regresní diagnostiky lze snadno provést zhodnocení *regresního tripletu* dosaženého lineárního regresního modelu pro daná data. Nalezený model polynommické závislosti má tvar (v závorce je vždy uveden odhad směrodatné odchylky parametru):

$$y = 229.4 (12.0) - 19.1 (3.0)x + 2.09 (0.29)x^2 - 0.11 (0.01)x^3 + 3.13 (0.36) \times 10^{-3}x^4 - 4.33 (0.47) \times 10^{-5}x^5 + 2.32 (0.24) \times 10^{-7}x^6.$$