Intervalový odhad parametrů polohy a rozptýlení

Jelikož bodový odhad parametrů polohy a rozptýlení neříká nic o vzdálenosti od skutečné hodnoty Θ, kterou odhadujeme pomocí bodového odhadu, je třeba konstruovat *intervalový odhad parametru*. Intervalový odhad představuje interval, ve kterém se bude se zadanou pravděpodobností či statistickou jistotou $(1 - \alpha)$ nacházet skutečná hodnota daného parametru Θ. Interval parametru Θ odhadujeme dvěma číselnými hodnotami L_D a L_H, které tvoří *meze intervalu spolehlivosti*. Platí-li, že $P(L_D < \Theta < L_H) = 1 - \alpha$, interval spolehlivosti pokryje parametr Θ s předem zvolenou pravděpodobností či statistickou jistotou $P = (1 - \alpha)$ nazvanou také *koeficient spolehlivosti*. Jeho hodnota je obyčejně rovna 0.95 nebo 0.99. Zde parametr α se nazývá *hladina významnosti*.

Studentův t-test správnosti analytického výsledku je možné obejít využitím intervalu spolehlivosti. Nachází-li se totiž hodnota μ (tj. správná hodnota, norma, standard) v intervalu spolehlivosti $[L_D; L_H]$, je stanovení správné. Pro intervalový odhad platí:

1. Čím je rozsah výběru n větší, tím je interval spolehlivosti užší.
2. Čím je odhad přesnější (tj. čím má menší rozptyl), tím je interval spolehlivosti užší.
3. Čím je vyšší statistická jistota $(1 - \alpha)$, tím je interval spolehlivosti širší.

Míra polohy: Postup konstrukce intervalu spolehlivosti střední hodnoty μ pro výběry, pocházející z normálního rozdělení $N(\mu, \sigma^2)$ se pak rozlišuje dle velikosti výběru:

1. Velký výběr, $n \geq 30$: bodovým odhadem střední hodnoty μ je výběrový průměr $\bar{x}$ s rozdělením $N(\mu, \sigma^2/n)$. V intervalu $\bar{x} \pm 1.96\sigma/\sqrt{n}$ leží 95% hodnot náhodných veličin výběru o rozsahu n. Potom 95%ní *oboustranný interval spolehlivosti střední hodnoty* je vyjádřen nerovností

$$\bar{x} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

kde hodnota 1.96 je 100(1 - 0.05/2) = 97.5%ní kvantil normovaného Gaussova normálního rozdělení $u_{0.975}$.

2. Střední výběr, $n \leq 30$: v praxi neznáme směrodatnou odchylku σ. Jelikož má $\sqrt{n}\,(\bar{x} - \mu)/s$ Studentovo t-rozdělení, bude $100(1 - \alpha)$%ní *oboustranný interval spolehlivosti střední hodnoty* vyjádřen nerovností

$$\bar{x} - t_{1-\alpha/2}(n - 1) \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{1-\alpha/2}(n - 1) \frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Zde symbol $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ označuje $100(1 - \alpha/2)$%ní kvantil Studentova rozdělení s $n - 1$ stupni volnosti. Meze intervalu spolehlivosti závisí vedle směrodatné odchylky s i na rozsahu výběru n.

Interval spolehlivosti mediánu se vyčíslí podle přibližného vztahu

$$\tilde{x}_{0.5} - u_{1-\alpha/2}(n - 1) \frac{0.707\ s}{\sqrt{n}} \leq med \leq \tilde{x}_{0.5} + u_{1-\alpha/2}(n - 1) \frac{0.707\ s}{\sqrt{n}}.$$

Míra rozptýlení: $100(1 - \alpha)$%ní *oboustranný interval spolehlivosti rozptylu σ^2* se vypočte dle

$$\frac{(n - 1)\ s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n - 1)\ s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},$$

kde $\chi^2_{1-\alpha/2}(n - 1)$ je horní a $\chi^2_{\alpha/2}(n - 1)$ dolní kvantil rozdělení χ^2.