1

CHYBY, VARIABILITA A NEJISTOTY INSTRUMENTÁLNÍCH MĚŘENÍ

Vzorová úloha 1.1 *Absolutní a relativní chyba pH-metru*

Skleněná elektroda k měření pH má odpor $R_1 = 5 \times 10^8$ ohmů při 25 °C a vstupní impedance milivoltmetru je $R_2 = 2 \times 10^{11}$ ohmů. Jaká je absolutní Δ a relativní δ chyba měření napětí, když bylo změřeno napětí $U = 0.624$ V? Platí přitom vzorec pro napětí na skleněné elektrodě $U_x = U (R_1 + R_2)/R_2$.

Řešení: $U_x = 0.624 (5 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^{11})/(2 \cdot 10^{11}) = 0.6256$ V

$\Delta = 0.6256 - 0.624 = 0.0016$ V

$\delta = 0.0016 \times 100 / 0.6256 = 0.26\%$

Závěr: Napětí U_x je 0.6256 V, absolutní chyba Δ je 1.6 mV a relativní chyba δ je 0.26%.

Vzorová úloha 1.2 *Třída přesnosti a práh citlivosti ampérmetru*

Do jaké třídy přesnosti patří a s jakým prahem citlivosti pracuje miliampérmetr rozsahu $R = 60$ mA, jestliže pro skutečnou hodnotu proudu $\mu = 50$ mA byla naměřena střední hodnota $\bar{x} = 49.6$ mA?

Řešení: $\Delta_0 = 50.0 - 49.6 = 0.4$ mA,

$\delta_0 = 0.4 \times 100 / 60 = 0.67\%$ a po zaokrouhlení 1%,

$x_c = 0.67 \times 60 / 100 = 0.402$ mA a po zaokrouhlení 0.4 mA.

Závěr: Třída přesnosti je 1% a práh citlivosti 0.4 mA.

Vzorová úloha 1.3 *Mezní absolutní a relativní chyba ampérmetru*

Na ampérmetru je uveden údaj hodnot δ_k/δ_0, numericky 1.5/0.5, a maximální rozsah $R = 50$ mA. Určete mezní absolutní Δ_0 a relativní δ_0 chybu měření pro hodnoty okolo $x = 10$ mA.

Řešení: Ampérmetr vykazuje kombinovanou chybu. Celková relativní chyba je

$$\delta_0 = 1.5 + 0.5 \left(\frac{50}{10} - 1\right) = 3.5 \approx 3\ \% \text{ (po zaokrouhlení)}$$

a mezní absolutní chyba je

$$\Delta_0 = \frac{1.5 \cdot 10 + 0.5\ (50 - 10)}{100} = 0.35 \approx 0.3\,\text{mA} \text{ (po zaokrouhlení)}$$

Závěr: Výsledek měření se proto zapíše ve tvaru 10 ± 0.3 mA.

Vzorová úloha 1.4 *Relativní a absolutní systematická chyba pipety*

Pipeta o objemu 5 ml byla kontrolována vážením a po přepočtu byly získány hodnoty objemu v ml: 4.969, 4.945, 5.058, 5.021, 4.945, 5.006, 4.972, 5.022, 5.013 a 4.986. Určete relativní a absolutní systematickou chybu pipety a proveďte analýzu dat.

Řešení: Objem pipety $\bar{x}$ je 4.9937 ml s rozptylem $s^2(x) = 0.0013$. *Odhad absolutní systematické chyby pipety* ($\hat{a} = \bar{x} - \mu$) je -0.0063 ml. *Odhad relativní systematické chyby pipety* ($\delta = 100\ (\hat{a}/\bar{x})$) je -0.13%. Jelikož $\mu = 5.000$ je

pevná hodnota, bude *rozptyl* $s^2(a) = s^2(\bar{x}) = s^2(x)/n$ roven hodnotě 0.000134. Za předpokladu normálního rozložení chyb bude

a) *95%ní interval spolehlivosti systematické chyby*

$$\hat{a} - t_{0.95}(10 - 1) \times s(a) \leq a \leq \hat{a} + t_{0.95}(10 - 1) \times s(a)$$

kde kvantil Studentova rozdělení $t_{0.95}(9) = 2.263$ a dosazením do nerovnosti bude

$$-0.0325 \leq a \leq 0.0199$$

b) *95%ní toleranční interval systematické chyby* se spolehlivostí (1 - α) = 0.99 je roven

$$\hat{a} - k_T \times s(a) \leq a \leq \hat{a} + k_T \times s(a)$$

kde pro k_T platí vztah $k_T = 1.96 \sqrt{\dfrac{9}{2.088}} = 4.069$

a po dosazení do nerovnosti bude $-0.0534 \leq a \leq 0.0408$

c) Je-li rozptyl náhodných chyb vážení objemu vody roven $s^2(x)$, bude *95%ní toleranční interval* se spolehlivostí 0.99

$$-0.1489 \leq \Delta \leq 0.1489$$

a *mezní kvantilová chyba* pipety

$$\Delta_{0.9} = 1.65\ s(x) = 1.65 \times 0.0366 = 0.0604\ .$$

Závěr: Protože 95%ní interval spolehlivosti systematické chyby i toleranční interval systematické chyby pokrývají hodnotu nula, lze považovat *systematickou chybu pipety*
$\hat{a}$ = 0.0063 ml za statisticky nevýznamnou a objem pipety se vyjádří 4.994 ± 0.060 ml.

Vzorová úloha 1.5 *Kvantilové odhady chyb přístroje*

Na základě předběžných experimentů byl zjištěn rozptyl měřicího přístroje $\sigma^2 = 0.5$. Stanovte 95%ní mezní kvantilovou chybu $\sigma_{\Delta 0.95}$ pro případ, kdy je známo, že měřicí přístroj má (a) normálně rozdělené chyby, (b) rovnoměrně rozdělené chyby.

Řešení: K výpočtu mezních chyb se vypočte $Z = 1.14287$ pro $P = 0.95$:

a) Pro normální rozdělení je $g_2 = 3$. Dosazením bude odhad $h = 1.936$. Vyčíslením je pak kvantilový odhad chyby $\sigma_{\Delta 0.95} = 0.968$. Uveďme, že skutečná hodnota h je pro tento případ 1.96 (odečteno ze statistických tabulek).

b) Pro rovnoměrné rozdělení je $g_2 = 1.8$ a dosazením vyjde odhad $h = 1.669$. Vyčíslením bude pak kvantilový odhad chyby $\sigma_{\Delta 0.95} = 0.835$.

Závěr: Typ rozdělení chyb výrazně ovlivňuje kvantilový odhad chyby. Pro normální rozdělení je $\sigma_{\Delta 0.95} = 0.968$ a pro rovnoměrné rozdělení je tento odhad menší $\sigma_{\Delta 0.95} = 0.835$.

Vzorová úloha 1.6 *Propagace chyb u metody izotopového zřeďování*

Metodou izotopového zřeďování byl stanoven arsen ve vzorku. Byla změřena měrná aktivita $a_2 = 37000\ s^{-1}$ a po standardním přídavku As hmotnosti $m = 5 \cdot 10^{-7}$ g aktivita $a_1 = 5300000\ s^{-1}$. Stanovte relativní chybu obsahu arsenu ve vzorku, pokud je relativní chyba vážení $\delta(m) = 0.03\%$ a relativní chyba stanovení aktivity $\delta(a_1) = \delta(a_2) = 1\%$.

Řešení: Pro množství arsenu ve vzorku platí

$$m_x = m\,\frac{a_1 - a_2}{a_2}$$

Předpokládejme, že m, a_1, a_2 jsou vzájemně nekorelované, takže dosazením bude

$$\bar{m}_x \approx m\,\frac{a_1 - a_2}{a_2} + m\,a_1\,\frac{s^2(a_2)}{a_2^3} =$$

$$= 7.112 \cdot 10^{-5} + 7.162 \cdot 10^{-9} = 7.112 \cdot 10^{-5}\,\text{g}$$

Pro rozptyl lze psát

$$s^2(m_x) = \left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right)^2 s^2(m) + \left(\frac{m}{a_2}\right)^2 s^2(a_1) - \frac{m\ a_1}{a_2^2}\ s^2(a_2) =$$

$$= \left(\frac{a_1}{a_2} - 1\right)^2 m^2\ \delta^2(m) + \left(\frac{m\ a_1}{a_2}\right)^2 [\delta^2(a_1) + \delta^2(a_2)] =$$

$$= 3.2 \cdot 10^{-18} + 1.0259 \cdot 10^{-12} = 1.0259 \cdot 10^{-12}$$

Závěr: Relativní chyba je $\delta(m_x) = 100\ s(m_x)/m_x = 1.424\%$.

Vzorová úloha 1.7 *Korelace chyb objemů u laboratorních operací*

Množství $m = 0.1$ g Zn bylo rozpuštěno v HCl a převedeno do objemu $V = 1000$ ml. Objem $V_1 = 100$ ml tohoto roztoku byl dále zředěn doplněním v odměrce $V_2 = 1000$ ml. Pro instrumentální analýzu bylo odpipetováno $V_3 = 5$ ml a dále naředěno do objemu $V_4 = 25$ ml. Určete koncentraci roztoku a její relativní chybu, je-li směrodatná odchylka vážení $s(m) = 0.3$ mg, odměrného nádobí $s(V) = s(V_2) = 0.2$ ml, $s(V_1) = 0.05$ ml, $s(V_3) = 0.005$ ml a $s(V_4) = 0.025$ ml.

Řešení: Koncentrace c se vyčíslí podle vztahu

$$c = \frac{m\ V_1\ V_3}{V\ V_2\ V_4}\ .$$

Chyby objemů V_2 a V_4 budou silně korelované s chybami objemů V_1 a V_3. Uvažujme nejprve ideální případ, kdy jsou korelační koeficienty $r_{V_1V_2} = r_{V_3V_4} = 1$, zatímco ostatní veličiny jsou nekorelované. Pak vyjde

$$\delta^2(c) \approx \left(\frac{s(m)}{m}\right)^2 + \left(\frac{s(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{s(V_1)}{V_1}\right)^2 + \left(\frac{s(V_2)}{V_2}\right)^2 +$$

$$+ \left(\frac{s(V_3)}{V_3}\right)^2 + \left(\frac{s(V_4)}{V_4}\right)^2 - 2\ \frac{s(V_1)}{V_1}\ \frac{s(V_2)}{V_2} - 2\ \frac{s(V_3)}{V_3}\ \frac{s(V_4)}{V_4}$$

Po dosazení vyjde $\delta(c) = 0.302\%$. V případě, že bude zanedbána jak korelace mezi V_1 a V_2, tak i mezi V_3 a V_4, čili korelační koeficienty $r_{V_1V_2} = r_{V_3V_4} = 0$, bude $\delta(c) = 0.336\%$. Dosazením příslušných derivací se vyčíslí střední hodnota koncentrace $\bar{c}$, podle rovnice

$$\bar{c} \approx \frac{m}{V}\ \frac{V_1}{V_2}\ \frac{V_3}{V_4} + m\ V_1\ V_3 \left[\frac{s^2(V)}{V_3\ V_2\ V_4} + \frac{s^2(V_2)}{V_2\ V\ V_4} + \frac{s^2(V_4)}{V_4\ V\ V_2}\right] -$$

$$- \frac{m\ V_3}{V\ V_2^2\ V_4}\ s(V_1)\ s(V_2) - \frac{m\ V_1}{V\ V_2\ V_4^2}\ s(V_3)\ s(V_4)$$

ve které první člen je roven $2 \cdot 10^{-6}$, druhý $2.16 \cdot 10^{-12}$ a třetí $2.2 \cdot 10^{-12}$. Při zanedbání dvou nejmenších členů bude průměrná koncentrace $\bar{c} = 2 \cdot 10^{-3}$ g l^{-1}, $s(\bar{c}) = 6.73 \cdot 10^{-6}$ g l^{-1}.

Závěr: Korelace mezi odebíranými V_1 a V_3 a doplňovanými V_2, V_4 objemy snižuje celkovou relativní chybu koncentrace, způsobenou navažováním a zřeďováním roztoků.

Vzorová úloha 1.8 *Výpočet jemnosti vlákna z hmotností a délek vláken*

Cílem je výpočet jemnosti $\bar{T} = g/L$ při znalosti střední hodnoty hmotnosti $\bar{g}$, jejího rozptylu s_g^2 a dále střední hodnoty délky vlákna $\bar{L}$ a jejího rozptylu s_L^2 za předpokladu, že měření jsou nekorelovaná, cov(g, L) = 0. Výpočet se provede dle vztahu

$$\bar{T} \approx \frac{\bar{g}}{\bar{L}} + \frac{\bar{g}}{\bar{L}^3} s_L^2 = \frac{\bar{g}}{\bar{L}} \left(1 + \frac{s_L^2}{\bar{L}^2}\right).$$

Závěr: Střední hodnota jemnosti vlákna $\bar{T}$ závisí pouze na přesnosti měření délky, tj. rozptylu délky vlákna s_L^2.

Vzorová úloha 1.9 *Určení střední hodnoty jemnosti vláken*

Vychází se z *n*-tice úseků příze délky *L* o hmotnostech g_i. Úsek *n L* má hmotnost $g = \sum_{i=1}^{n} g_i$ a existuje metrické číslo $C = n\,L/g$. Pro *i*-tý úsek pak platí, že jeho metrické číslo bude $C_i = L/g_i$. Cílem je z dílčích jemností C_i určit střední hodnotu jemnosti vláken pomocí "průměrného" metrického čísla $\bar{C}$.

Řešení: (a) *Běžný (nesprávný) postup*: použije se aritmetický průměr metrického čísla $\bar{C} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i$. Po dosazení vyjde, že

$$\bar{C} = \frac{L}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{g_i} = \frac{L}{n\,g_i}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{1 + (g_i - \bar{g})/\bar{g}} = \bar{C}[1 + v_g^2].$$

(b) *Symetrizační transformace*: $C_i \sim \frac{1}{g_i} \Rightarrow P = -1$. Volí se harmonický průměr

$$\bar{C}_H = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}\right]^{-1} \qquad \bar{C}_H = \frac{1}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{g_i}{L}} = \frac{L.n}{\sum_{i=1}^{n} g_i} = \bar{C}.$$

(c) *Logická úvaha:* $C_i = \frac{L}{g_i}$ a tedy je $g_i = \frac{L}{C_i}$. Protože je $\bar{C} = \frac{n.L}{\sum_{i=1}^{n} g_i}$ vyjde

$$\bar{C} = \frac{n.L}{\sum_{i=1}^{n} g_i} = \frac{n.L}{L.\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}} = \bar{C}_H.$$

Závěr: Pro případ, kdy výsledek měření je úměrný reciproké hodnotě měřené veličiny je třeba použít harmonický průměr.

Vzorová úloha 1.10 *Chyba viskozity metodou dvoubodové aproximace*

Vypočtěte chybu viskozity glycerolu Stokesovou metodou pro experimentální data: poloměr kuličky r = (0.0112 ± 0.0001) m, hustota kuličky $\rho_0 = 1.335 \cdot 10^3$ kg m^{-3}, hustota glycerolu $\rho = 1.28 \cdot 10^3$ kg m^{-3}, dráha kuličky l = (31.23 ± 0.05) cm, kterou kulička vykoná za dobu t = (62.1 ± 0.2) s, a tíhové zrychlení g = 9.801 m s^{-1}.

Řešení: Viskozita η, určovaná Stokesovou metodou, se vyčíslí podle vztahu

$$\eta = \frac{2\,g\,r^2\,(\rho_0 - \rho)\,t}{9\,l}.$$

Protože nejde o součtový nebo součinový výraz, nelze jednoduše určit relativní chybu. Metodou dvoubodové aproximace se vyčíslí hodnoty: $\bar{\eta}$ = 0.0299 Pa s, $s(\eta) = 5.422 \cdot 10^{-4}$ Pa s a relativní chyba $\delta(\eta)$ = 1.82%.

Závěr: Rozdělení viskozity η je přibližně symetrické.

Vzorová úloha 1.11 *Hromadění chyb při určení rozpustnosti stříbrné soli*

Součin rozpustnosti stříbrné soli AgX má hodnotu $K_S = (4.0 \pm 0.4) \cdot 10^{-8}$. Jaká je chyba vypočtené rovnovážné koncentrace stříbrných iontů $[Ag^+]$ ve vodě?

Řešení: Rozpustnost $[Ag^+]$ se vypočte podle vztahu $[Ag^+] = \sqrt{K_S}$.

1. *Metoda Taylorova rozvoje:* přímým dosazením se vyčíslí hodnota rozpustnosti

$$^+] = \sqrt{K_S} - 0.125\ K_S^{-3/2}\ s^2(K_S) = 2 \cdot 10^{-4} - 2.5 \cdot 10^{-7} = 1.9975 \cdot 10$$

a rozptyl rozpustnosti $s^2([Ag^+]) = 0.25\ K_S^{-1}\ s^2(K_S) = 10^{-10}$ a relativní chyba rozpustnosti $\delta([Ag^+]) = 5\%$.

2. *Metoda dvoubodové aproximace* vede k hodnotám $[Ag^+] = 1.997 \cdot 10^{-4}$, $s^2([Ag^+]) = 1.003 \cdot 10^{-10}$, $s([Ag^+]) = 1.001 \cdot 10^{-5}$, $\delta([Ag^+]) = 5\%$.

3. *Metoda simulací Monte Carlo* vede k hodnotám $[Ag^+] = 1.997 \cdot 10^{-4}$, $s^2([Ag^+]) = 1.038 \cdot 10^{-10}$, $s([Ag^+]) = 1.019 \cdot 10^{-5}$, $\delta([Ag^+]) = 5\%$.

Závěr: Všechny tři metody poskytují shodné výsledky.

Vzorová úloha 1.12 *Korelace v hromadění chyb*

Gravimetrické stanovení obsahu oxidu železitého v železné rudě obsahující cca 50% Fe_2O_3 se provede na analytických váhách s chybou vážení $s(m) = 0.3$ mg a navážkou vzorku $m = 0.105$ g. Určete chybu gravimetrického stanovení, pokud navážka vzorku m a vyvážka popela m_0 jsou v relaci, a to $m_0 \approx 0.5\ m$.

Řešení: Pro hmotnostní zlomek w stanovovaného Fe_2O_3 v rudě v procentech platí $w = 100\ m_0 / m$. Jelikož jsou navážka a vyvážka silně korelovány, $r_{m_0m} \neq 0$, a dosazením získáme vztah

$$\delta(w) = \sqrt{\delta^2(m_0) + \delta^2(m) - 2\ \delta(m_0)\ \delta(m)\ r_{m_0m}}$$

V případě úplné lineární závislosti navážky a vyvážky, bude $r_{m_0m} = 1$ a

$$\delta(w) = \sqrt{\left(\frac{0.3}{52.5}\right)^2 + \left(\frac{0.3}{105}\right)^2 - 2\ \frac{0.3}{52.5}\ \frac{0.3}{105}} = 0.286\,\%$$

Naopak, pokud by vyvážka nezávisela na navážce, tj. $r_{m_0m} = 0$, vyšlo by $\delta(w) = 0.639\%$. V případě částečné korelace $r_{m_0m} = 0.5$ vyjde $\delta(w) = 0.49\%$.

Střední hodnota $\overline{w}$ a její rozptyl $s^2(w)$ budou rovněž ovlivněny korelací mezi m_0 a m. Bude-li $s(m_0) \approx s(m) \approx 0.3$ a měření byla n-krát opakována, pak dosazením dostaneme

$$\overline{w} \approx 100\frac{m_0}{m} + \frac{s^2(m)}{m^3} - \frac{r_{m_0m}\ s(m_0)\ s(m)}{m^2}$$

Je-li $0 < r_{m_0m} < 1$, bude příspěvek třetího členu vždy zanedbatelný a $\overline{w} \approx 50\%$. Dosazením bude

$$s^2(w) \approx 10^4\ [\ \frac{s^2(m_0)}{m^2} + \frac{m_0^2\ s^2(m)}{m^4} - 2\ \frac{m_0\ r_{m_0m}}{m^3}\ s(m_0)\ s(m) + \frac{s^2(m_0)\ s^2(m)}{m^4}\ ]$$

a při volbě $r_{m_0m} = 1$ bude $s^2(w) \approx 0.103$, zatímco pro $r_{m_0m} = 0$ bude $s^2(w) \approx 0.102$. Pro případ $r_{m_0m} = 0$ je relativní chyba $\delta(w) = 0.64\%$ a tatáž je i pro $r_{m_0m} = 1$.

Závěr: Kladná korelace mezi navážkou a vyvážkou snižuje relativní chybu metody. Pro dostatečně veliké navážky vzhledem k chybě vážení se na odhadech střední hodnoty $\overline{w}$ a rozptylu $s^2(w)$ projeví stupeň korelace jen nevýrazně. To je způsobeno vedle vysoké relativní přesnosti měření také přibližností obou užitých vztahů.

Vzorová úloha 1.13 *Nejistota aritmetických operací přibližných čísel*

Vypočtěte nejistotu výsledku y po provedení řady operací s přibližnými čísly:

Řešení:

$$y = \frac{4.10\,(\pm 0.02)\ \times\ 0.0050\,(\pm 0.0001)}{1.97\,(0.04)} = 0.0104 \pm 0.0003$$

$$y = \frac{(14.3(\pm 0.2) - 11.6(\pm 0.2)) \times 50.0(0.1))}{42.3(0.4)} = 3.2 \pm 0.3$$

Závěr: K výpočtu nejistot bylo užito vzorců metody propagace nejistot.

Vzorová úloha 1.14 *Výpočet nejistoty teploty měřené rtuťovým teploměrem*

Cílem je stanovit nejistotu měření teploty rtuťovým teploměrem dle specifikace *nejistot typu B*. Příklad ilustruje jednak různé možnosti výpočtu nejistot, jednak i zásadní fakt, že lze dokonce stanovit nejistotu bez znalosti konkrétního měření.

Data: zdroje nejistot typu B: x_1 je chyba teploměru dle údajů výrobce [± 0.1 °C], x_2 je nejistota kalibrace dle údajů výrobce [± 1 °C], x_3 je nejistota odečtu teploty, odhad [± 0.25 °C].

Řešení:

a) Za předpokladu ***rovnoměrného rozdělení*** nejistot v daném intervalu jsou
nejistota pro zdroj x_1 je $\sigma_{x1} = 0.5774 * 0.1 = 0.05774$,
nejistota pro zdroj x_2 je $\sigma_{x2} = 0.5774 * 1 = 0.5744$,
nejistota pro zdroj x_3 je $\sigma_{x3} = 0.14435$, a bude potom
kombinovaná nejistota (čili celková chyba) *pro nekorelované zdroje nejistot*

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2 + \sigma_{x3}^2} = 0.59796 \ ,$$

rozšířená nejistota $U = 2\ \sigma_c = 1.1958$ a po zaokrouhlení 1.2.
Kombinovaná nejistota (celková chyba) *pro korelované zdroje nejistot*

$$\sigma_c = \sigma_{x1} + \sigma_{x2} + \sigma_{x3} = 0.77949 \ \text{a}$$

rozšířená nejistota $U = 2\ \sigma_c = 1.5588$ a po zaokrouhlení 1.6.

b) Za předpokladu ***trojúhelníkového rozdělení*** nejistot v daném intervalu jsou
nejistota pro zdroj x_1 je $\sigma_{x1} = 0.2041 * 0.1 = 0.02041$,
nejistota pro zdroj x_2 je $\sigma_{x2} = 0.20410 * 1 = 0.20410$,
nejistota pro zdroj x_3 je $\sigma_{x3} = 0.05102$ a bude potom
kombinovaná nejistota (celková chyba) *pro nekorelované zdroje nejistot* $\sigma_c = 0.21136$,
rozšířená nejistota $U = 2\ \sigma_c = 0.42227$ a po zaokrouhlení 0.4.
Kombinovaná nejistota (celková chyba) *pro korelované zdroje* $\sigma_c = 0.2755$ a
rozšířená nejistota $U = 2\ \sigma_c = 0.5510$ a po zaokrouhlení 0.6.

c) Nepravděpodobnostní odhad nejistot (*intervalové proměnné*)
Celková odchylka $d = 0.1 + 1.0 + 0.25 = 1.35$ a interval neurčitosti je roven

$$[y^-, y^+] = \bar{y} \pm d = \pm 1.35$$

Závěr: Volba rozdělení nejistot hraje rozhodující roli ve výpočtu nejistot. Navíc je velmi pravděpodobné, že zdroje nejistot x_1 a x_2 budou zde mít spíše systematický než náhodný charakter.

Vzorová úloha 1.15 *Zaokrouhlování čísel na 2, 3 a 4 platná místa*

Jaké relativní chyby se dopustíme, když číslo 10500 zaokrouhlíme na 2, 3 a 4 platná místa? Jaká bude chyba, když první platná číslice bude 9?

Řešení: U čísla $10500 = 1.05 \times 10^4$ je $A = 1.05$ a při zaokrouhlení na *dvě platná místa* je $n = 2$ a hodnota 10500 má pak relativní chybu

$$s_{rel} \le \frac{1}{2\ .\ 1\ .\ 10^{2-1}} (\times 100\%) = \frac{1}{20} (\times 100\%) = 5\%$$

zatímco při zaokrouhlení na *tři platná místa* je $n = 3$ má hodnota 10500 relativní chybu

$$s_{rel} \leq \frac{1}{2 \,.\, 1 \,.\, 10^{3-1}} (\times 100\%) = \frac{1}{200} (\times 100\%) = 0.5\%$$

Závěr: Platí pravidlo, že u čísel, jejichž první platná číslice je 9 jsou relativní chyby při zaokrouhlení na *dvě platná místa* menší než $s_{rel} = 100\%/(2 \,.\, 9 \,.\, 10^{2-1}) = 0.56\%$, dále na *tři platná místa* menší než $s_{rel} = 100\%/(2 \,.\, 9 \,.\, 10^{3-1}) = 0.056\%$ a konečně na *čtyři platná místa* menší než $s_{rel} = 100\%/(2 \,.\, 9 \,.\, 10^{4-1}) = 0.0056\%$.