

Usefull Diagnostics of Exploratory Data Analysis in the Rigorous Data Treatment

Užitečné diagnostiky exploratorní analýzy
v rigorózní analýze laboratorních dat

Prof. RNDr. Milan Meloun, DrSc.
Department of Analytical Chemistry,
University of Pardubice, 532 10 Pardubice

UNIVARIATE DATA ANALYSIS

1st stage:

EXPLORATORY DATA ANALYSIS (EDA)

- 1. EDA DIAGNOSTIC PLOTS AND DISPLAYS**
- 2. EXAMINING A SAMPLE DISTRIBUTION**
- 3. DATA TRANSFORMATION**

2nd stage:

CONFIRMATORY DATA ANALYSIS (CDA)

- 1. TEST OF BASIC ASSUMPTIONS ABOUT DATA**
- 2. CONSTRUCTION OF PROBABILITY DENSITY FUNCTION**
- 3. POINT ESTIMATES FOR PARAMETERS OF LOCATION, SPREAD AND SHAPE**
- 4. INTERVAL ESTIMATES FOR PARAMETERS OF LOCATION AND SPREAD**
- 5. STATISTICAL HYPOTHESIS TESTING**

Postup analýzy dat

1. Průzkumová analýza dat:

Diagnostické grafy: *stupeň symetrie rozdělení
lokální koncentrace dat
vybočující data*

2. Ověření předpokladů výběru dat:

Diagnostické testy: *ověření normality
ověření nezávislosti
ověření homogeneity
určení minimální četnosti*

3. Transformace dat:

Analýza dat: *originální data
data po mocninné transformaci
data po Box-Coxové transformaci*

4. Parametry polohy, rozptylení a tvaru:

Analýza 1 výběru:	<i>klasické odhady</i>	- průměr
		- rozptyl
	<i>robustní odhad</i>	- medián
		- uřezané průměry
		- winsorizovaný rozptyl
		- interkvantilové rozpětí
	<i>adaptivní odhad</i>	

1) EDA ...

2) Předpoklady ...

3) Transformace...

4) Odhad...

Outliers

Odlehlé body

Symmetry

Symetrie

Heteroscedasticity

Konstantní rozptyl

Sample size

Velikost výběru

Problem 2.1 Analysis of data with normal and log.-normal distribution

The exploratory data analysis of simulated sample data, from (a) normal distribution $N(10, 0.1)$ denoted by **norm** and (b) log.-normal distribution $In(5, 2)$ denoted by **log**.

Data: (a) Sample **norm**: 10.0005 10.185 10.05 10.042 10.197 10.021 10.033 9.99985 9.826 10.076
10.053 10.079 9.9998 10.026 9.9969 9.98995 10.035 10.064 9.9985 10.093 10.132 10.047 9.877 9.931
10.002 9.929 9.959 9.846 10.029 10.029 9.994 10.113 10.158 9.999 10.1414 10.004 10.067 9.995 10.091
10.088 10.06 9.9998 10.017 9.865 9.907 10.037 10.081 10.018 9.987 10.115 10.037 10.063 9.928 9.975
9.937 9.933 9.942 10.106 10.039 9.989 9.906 9.894 9.946 9.955 9.98 10.108 10.05 9.948 9.974 9.986
9.986 10.105 10.037 9.955 10.025 9.949 9.879 10.042 10.052 9.92 10.064 10.075 10.028 9.955 9.987
9.957 9.969 9.9999 9.9995 10.021 10.069 9.975 10.109 10.024 9.984 10.122 9.885 10.011 10.013 10.011

(b) Sample **log**: 2.408 5.389 2.259 2.439 2.173 1.157 0.892 0.498 0.351 1.229 1.356 4.719
1.445 1.023 1.723 0.572 2.012 0.212 0.305 0.993 11.993 2.247 0.973 0.418 2.27 12.03 1.321 3.076 1.355
4.54 0.216 10.159 0.346 1.078 0.206 0.116 1.733 0.55 0.762 2.689 1.798 1.522 2.763 0.536 0.21 2.462
0.516 0.421 1.588 2.54 7.48 0.881 0.841 1.039 0.966 0.49 1.476 1.185 0.875 0.557 1.464 0.308 0.097
1.137 2.247 0.084 0.217 1.885 0.204 2.786 2.341 0.466 0.712 0.401 0.404 1.027 0.623 0.139 2.905 0.111
0.958 0.188 0.611 0.243 5.331 0.745 0.367 0.919 1.236 1.912 2.816 0.666 4.972 0.451 1.316 3.241 0.316
2.2 8.291 0.815

Median or the mean ?

Medián nebo průměr ?

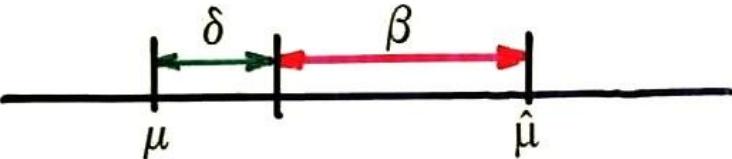
1. EDA...

Správnost

Systematické chyby:

β vychýlení (bias) špatným vyhodnocením, matematickou metodou, nevhodným software

δ odchylka špatným experimentem, nezvládnutou strategií



$(\bar{x}, \bar{x}_{kv}, \bar{x}_g, \bar{x}_R, \hat{x}_M, \hat{x}_P, \hat{x}_{0.5}, P_L, \dots)$

Postup analýzy dat

1. Průzkumová analýza dat:

Diagnosticke grafy: stupeň symetrie rozdělení
lokální koncentrace dat
vybočující data

2. Ověření předpokladů výběru dat:

Diagnosticke testy: ověření normality
ověření nezávislosti
ověření homogenity
určení minimální četnosti

3. Transformace dat:

Analýza dat: originální data
data po mocninné transformaci
data po Box-Coxové transformaci

4. Parametry polohy, rozptýlení a tvaru:

Analýza 1 výběru:	klasické odhady	- průměr
	robustní odhad	- rozptyl
		- medián
		- uřezané průměry
		- winsorizovaný rozptyl
		- interkvantilové rozpětí
	adaptivní odhad	

PRŮZKUMOVÁ ANALÝZA DAT (EDA)

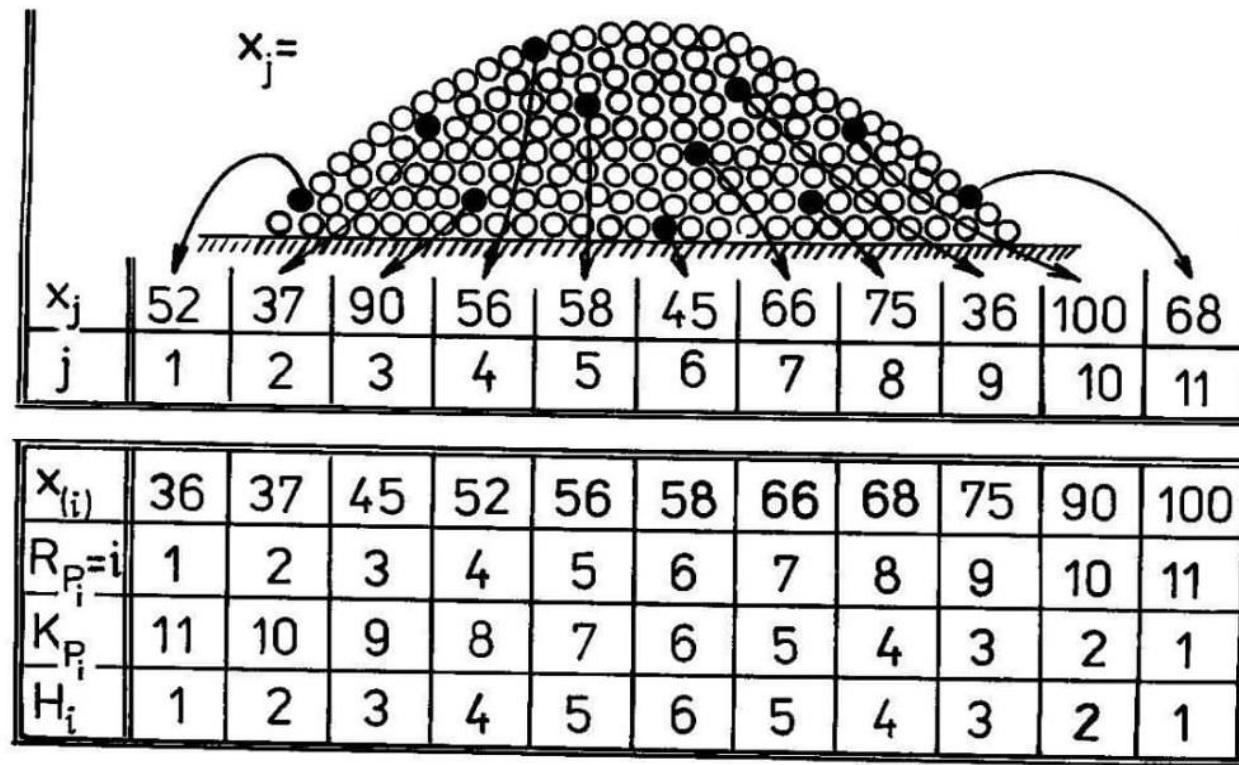
Cílem průzkumové analýzy dat je nalezení zvláštností statistického chování dat a ověření jejich předpokladů pro následné zpracování „klasickými“ statistickými metodami.

EDA – Exploratory Data Analysis (Tuckey, Chambers)

Statistické zvláštnosti dat	Základní předpoklady o výběru
Nesymetrie (levostranné nebo pravostranné)	Homogenita rozdělení Shoda s teoretickým rozdělením (obvykle normálním)
Lokální koncentrace dat (špičatost nebo plochost)	Potřebná velikost výběru
Extrémní data, odlehle hodnoty	Nezávislost dat

Reprezentativní náhodny výběr je charakterizován předpoklady:

1. Jednotlivé prvky výběru x_i jsou vzájemně nezávislé.
2. Výběr je homogenní, tj. všechny prvky x_i pocházejí ze stejného rozdělení s konstantním rozptylem, nejsou žádné vybočující prvky.
3. Předpokládá se normální rozdělení pravděpodobnosti.
4. Všechny prvky souboru mají stejnou pravděpodobnost, že budou zařazeny do výběru.

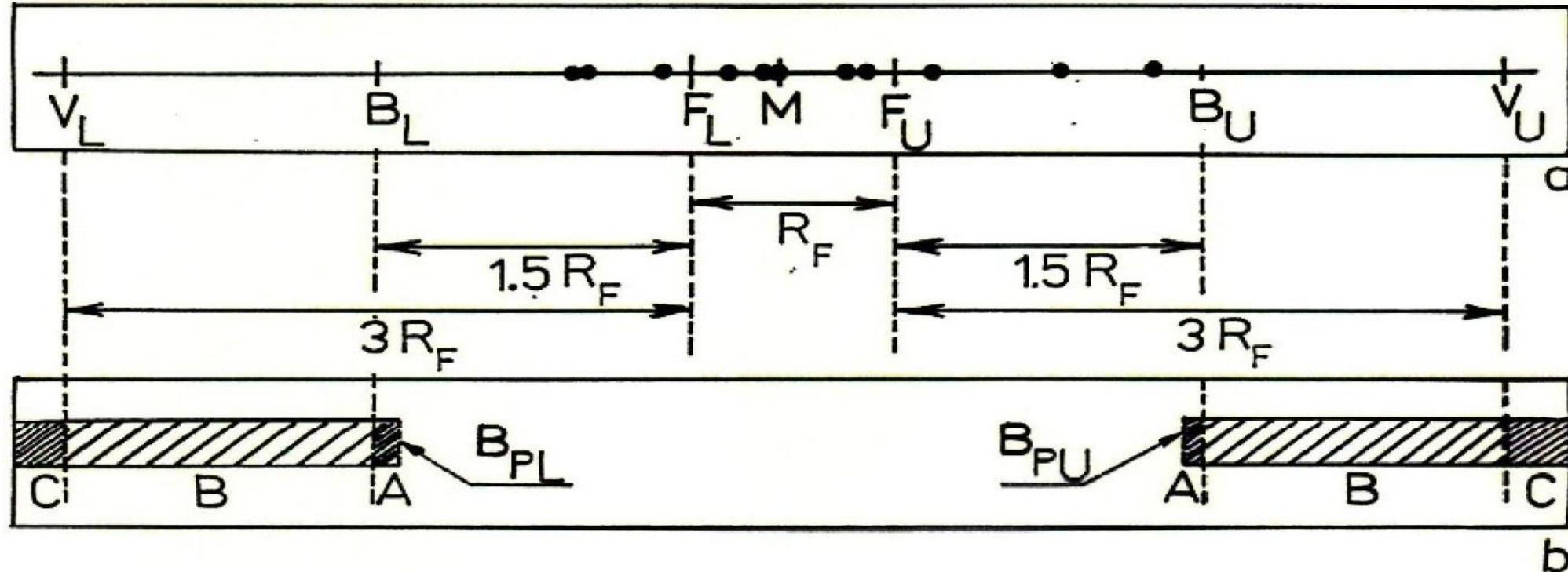


The sampling, sorting, ranking and depth of a sample.

From the population of $N = 59$ values of the melting point of wax ($^{\circ}\text{C}$),
 $\text{m.p.} = 63.00 + x/100$,

the random sample of $n = 11$ values is taken by the selection of every fifth value.
 The **order statistic** $x_{(i)}$, the **upward rank** , the **downward rank** , and the **depth** H_i
 of the *i*th statistic x_i , are shown.

Letter values and Bounds



Dot diagram (x -axis x values, y -axis is a level $y = 0$) shows:

(a) the dot diagram with median M ,
 F_L (lower) and F_U (upper) quartiles,
inner B_L (lower) and B_U (upper) bounds,
and outer V_L (lower) and V_U (upper) bounds,

(b) the area of outliers: **A** close outliers, **B** near far outliers, **C** far outliers.

QUARTILE RANGE: $R_F = F_U - F_L$

INNER BOUNDS: $B_U = F_U + 1.5 R_F$ upper inner bound

$$B_L = F_L - 1.5 R_F \quad \text{lower inner bound}$$

OUTER BOUNDS: $V_U = F_U + 3 R_F$ upper outer bound

$$V_L = F_L - 3 R_F \quad \text{lower outer bound}$$

OUTLIERS: points outside interval (V_L, V_U)

Outliers and Extremes in Representative Random Sample

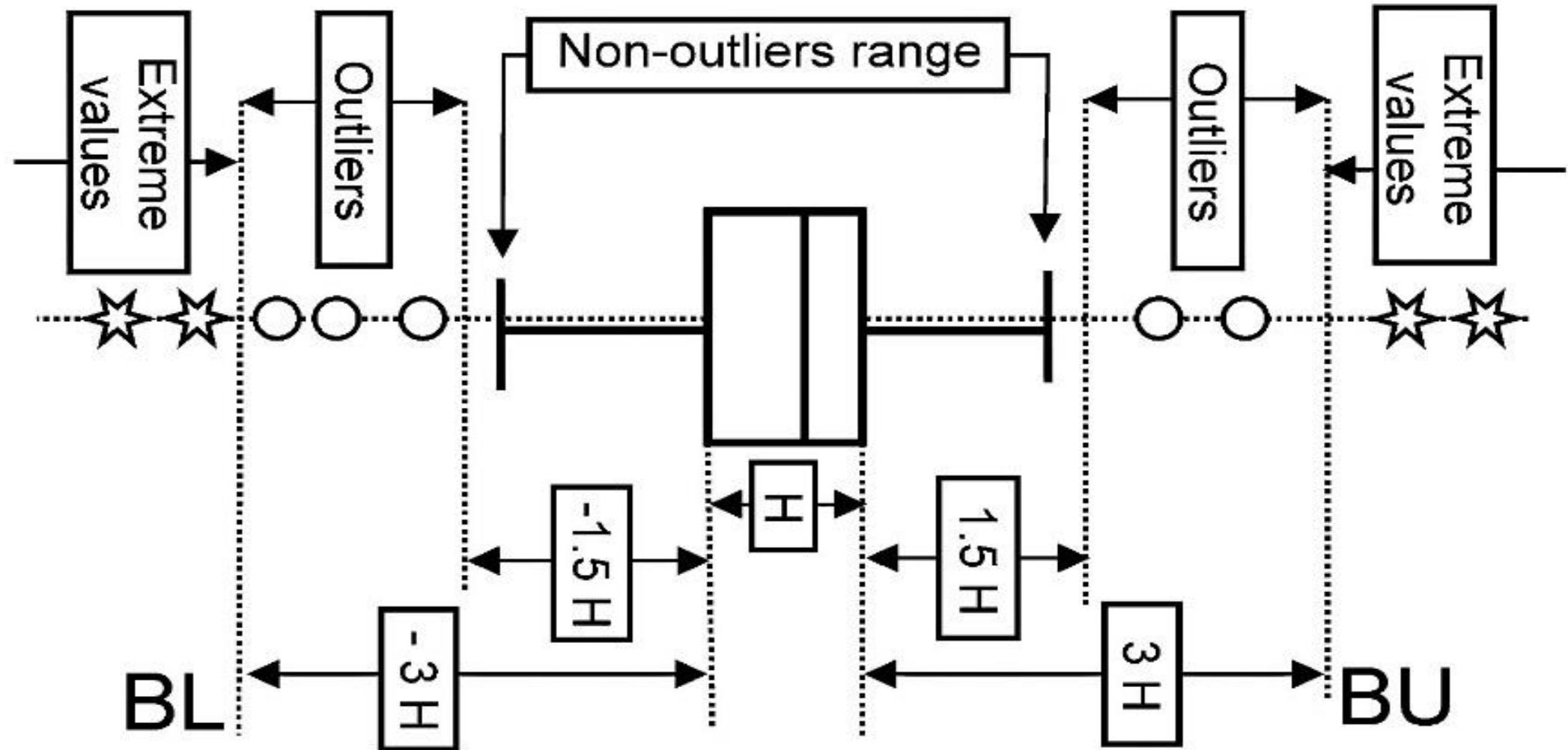


Figure 2.30 Outliers are points beyond the inner bounds BL and BU.

1. EDA...

Střední hodnota i-té pořádkové statistiky: rovna $100P_i$ %nímu kvantilu rozdělení výběru $E(x_{(i)}) = F^{-1}(P_i) = Q(P_i)$, kde $F(x)$ je distribuční funkce a $Q(P_i)$ kvantilová funkce výběru.

100α %ní kvantil \tilde{x}_α : pro α z intervalu $<0, 1>$ se vyčíslí dle

$$\tilde{x}_\alpha = (n + 1) \left(\alpha - \frac{i}{n + 1} \right) (x_{(i+1)} - x_{(i)}) + x_{(i)}$$

Pro index i musí být splněna nerovnost

$$\frac{i}{n + 1} \leq \alpha \leq \frac{i + 1}{n + 1}$$

Pomůcky identifikace statistických zvláštností dat v EDA

Grafické diagnostiky:

Spojité rozdělení:

- G1 Kvantilový graf
- G2 Diagram rozptýlení
- G3 Rozmitnuty diagram rozptýlení
- G4 Krabicový graf
- G5 Vrubový krabicový graf
- G6 Graf polosum
- G7 Graf symetrie
- G8 Graf špičatosti
- G9 Diferenční kvantilový graf
- G10 Graf rozptýlení s kvantily
- G11 Odhad hustoty pravděpodobnosti
- G12 Histogram (polygon)
- G13 Kvantil-kvantilový Q-Q graf
- G14 Rankitový graf
- G15 Podmíněný rankitový graf
- G16 Pravděpodobnostní P-P graf
- G17 Kruhový graf

Diskrétní rozdělení:

- G18 Graf poměru frekvencí
- G19 Poissonův graf
- G20 Modifikovaný Poissonův graf

Spojité rozdělení (transformace):

- G21 Hinesové-Hinesův selekční graf
- G22 Graf logaritmů věrohodnost. funkce

Testy:

- Testy normality rozdělení dat
- Testy homogenity dat
- Test nezávislosti dat
- Výpočet minimální velikosti výběru dat

Identifikace statistických zvláštností výběru dat

(1) Stupeň symetrie rozdělení výběru

(2) Stupeň špičatosti rozdělení výběru

(3) Lokální koncentrace dat

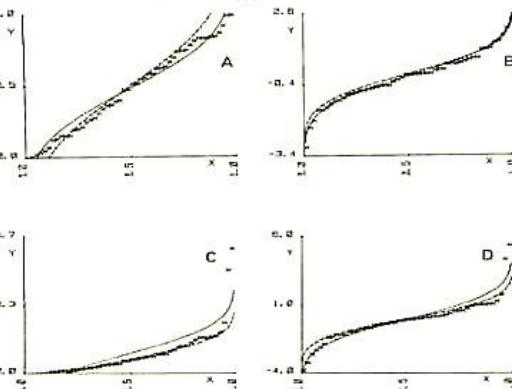
(4) Přítomnost vybočujících hodnot (měření)

Grafické diagnostiky EDA

Kvantilový graf (G1)

Osa x: pořadová pravděpodobnost P_i ,

Osa y: pořádková statistika $x_{(i)}$,

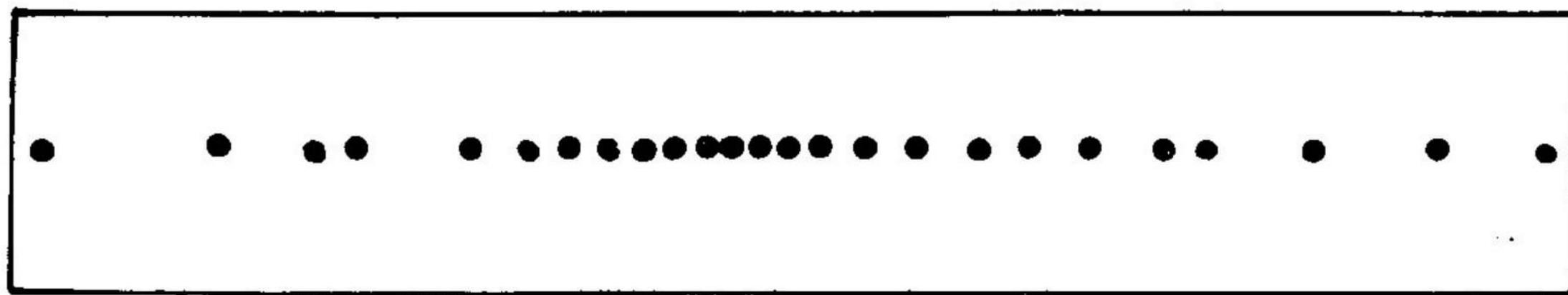


Kvantilové grafy (robustní --- a klasické ...) pro výběry z rozdělení (A) rovnoramenného, (B) normálního, (C) exponenciálního a (D) Laplaceova

One-dimensional scatter plot

a

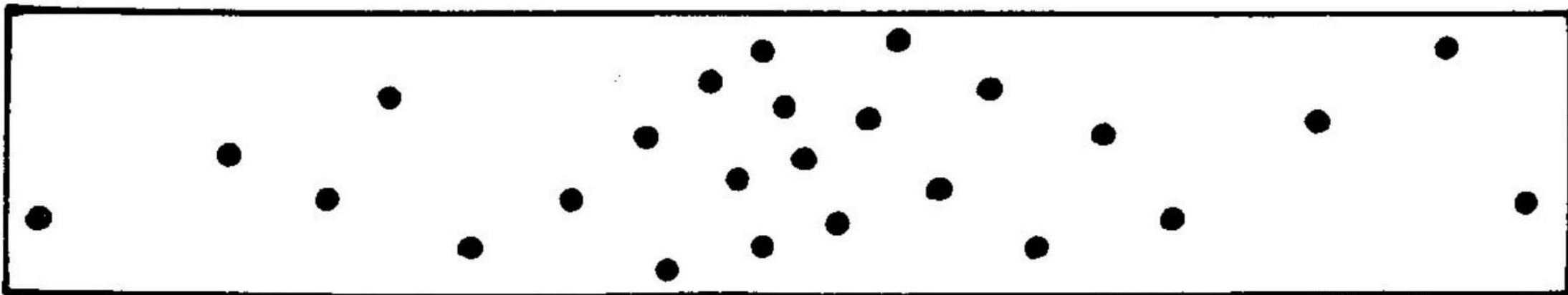
y



x

b

y



x

Fig. 2.6—Examples of (a) a dot diagram (G2) and (b) a jittered-dot diagram (G3).

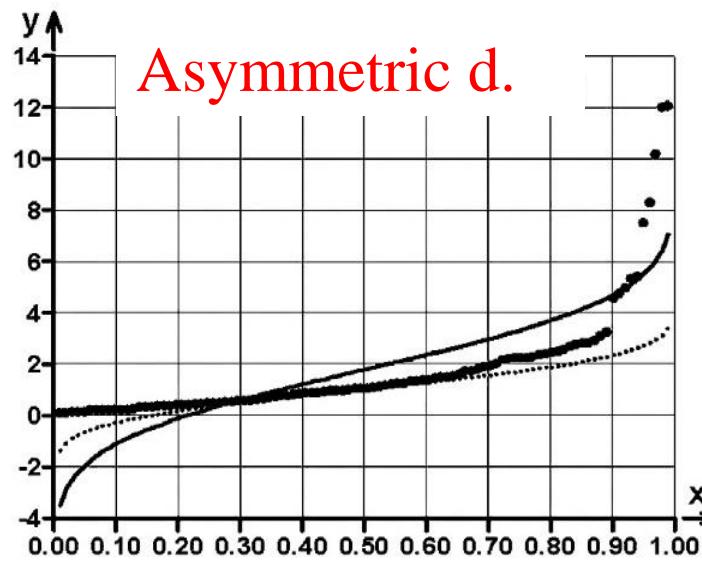
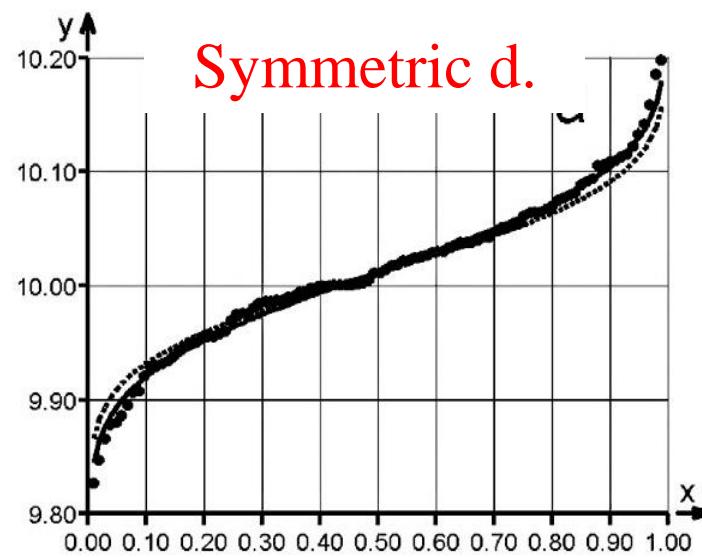


Figure 2.5 Quantile plot G1 (x -axis: the cumulative order probability P ; y -axis: the order statistic $x_{(i)}$) for samples with (a) *norm*, symmetric (Gaussian, normal), and (b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions, (quantile functions for the normal distribution : classical – solid line, robust dotted line) *QC-EXPERT*.

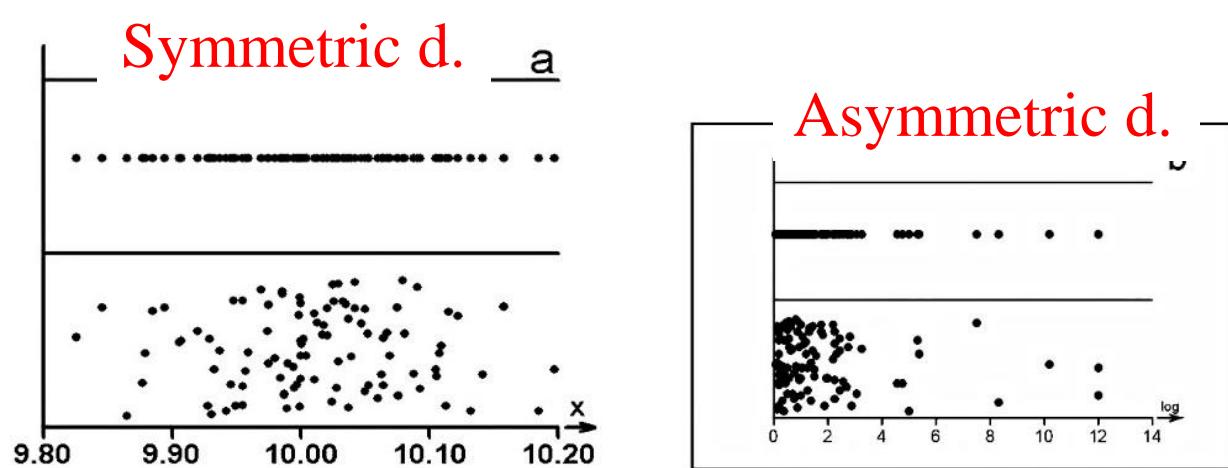


Figure 2.6 Dot diagram G2 above (x -axis: x values; y -axis: selected level, usually $y = 0$) and jittered dot diagram G3 below (x -axis: x values; y -axis: a small interval of random numbers), for samples with (a) *norm*, symmetric (Gaussian, normal), and (b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions, *QC-EXPERT*.

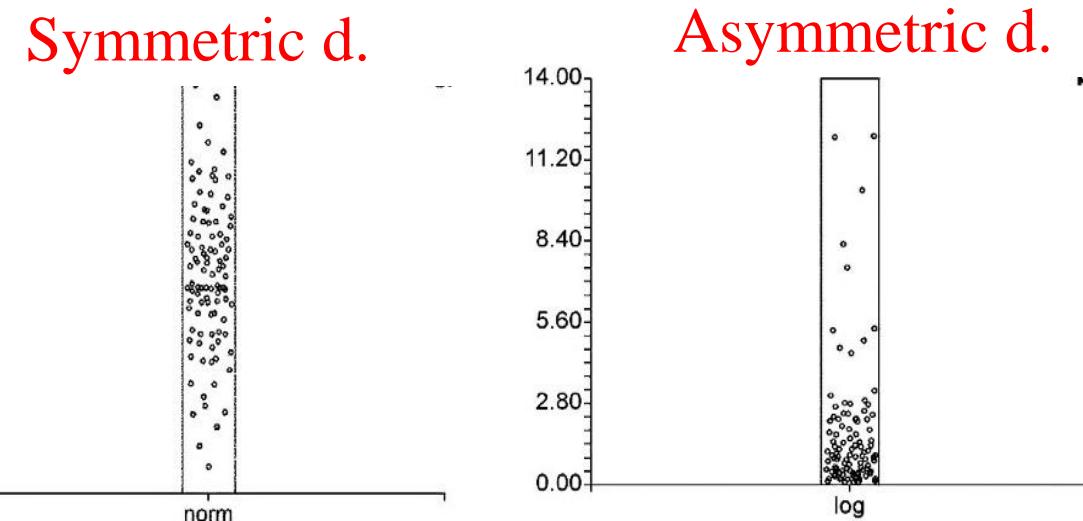
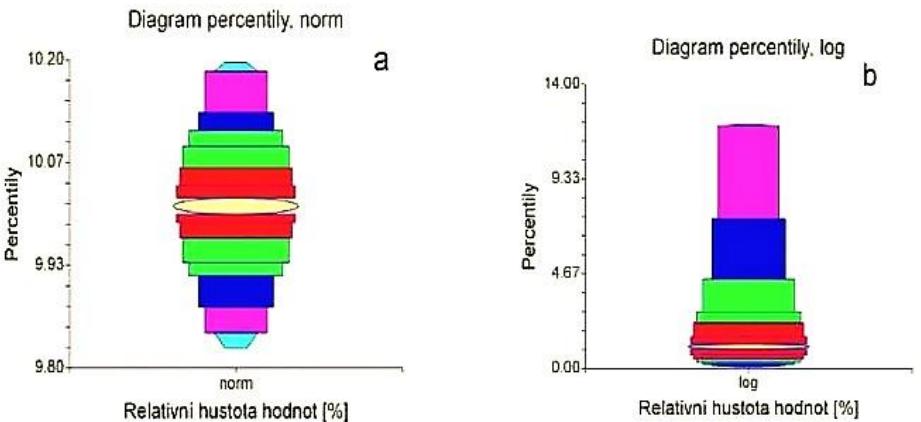


Figure 2.7 Another form of jittered dot diagram G3 (x -axis: x values; y -axis: a small interval of random numbers) for samples with (a) *norm*, symmetric (Gaussian, normal), and (b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions, *NCSS2000*.

1. EDA...

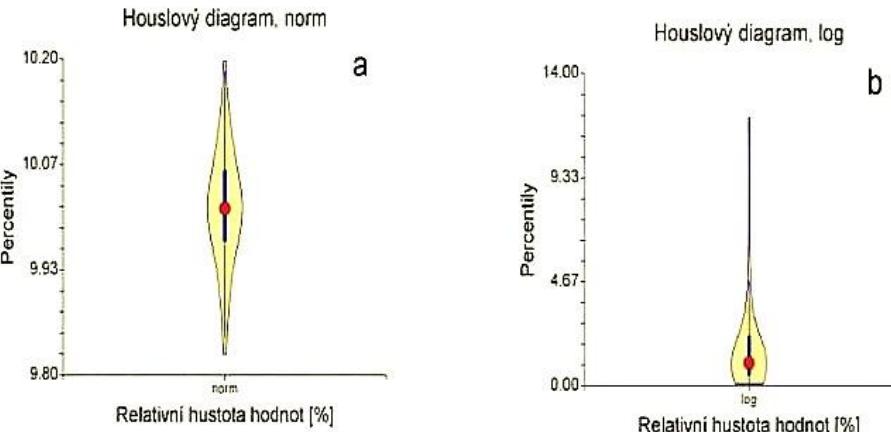
Diagram percentilů (osa x: proměnná, osa y: percentily).

Diagram zobrazuje vybrané percentily. Jsou to obvykle intervaly 0-2, 2-5, 5-10, 10-15, 15-25, 25-35, 35-45, 45-55, 55-65, 65-75, 75-85, 85-90, 90-95, 95-99, 99-100. Z výsledného obrazce lze usoudit na symetrii rozdělení nebo na jeho tvar.



Obr. 2.4 Diagram některých percentilů pro výběry: (a) norm., symetrického (Gaussova, normálního), a (b) log., asymetrického (logaritmicko-normálního) rozdělení, NCSS2000.

Houslový diagram (osa x: název výběru proměnné, osa y: percentily, hodnoty proměnné). Medián je zobrazen černým kolečkem a začátek a konec úsečky zobrazuje dolní a horní kvantil. Normální rozdělení se projeví v symetrickém tvaru houslí, zatímco logaritmicko-normální v silně asymetrickém tvaru.



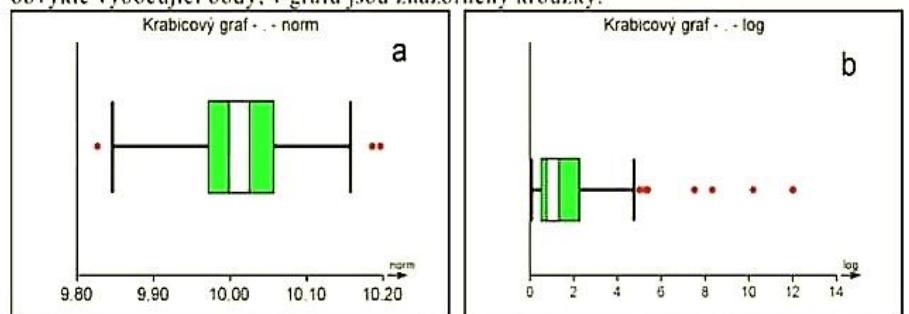
Obr. 2.5 Houslový diagram pro výběry: (a) norm., symetrického (Gaussova, normálního), a (b) log., asymetrického (logaritmicko-normálního) rozdělení, NCSS2000.

Krabicový graf (osa x: úměrná hodnotám x , osa y: interval úměrný hodnotě \sqrt{n}). (G4)

V místě mediánu M je vertikální čára. Od obou protilehlých stran tohoto obdélníku pokračují úsečky. Ty jsou ukončeny vnitřními hradbami B_H , B_D , pro které platí

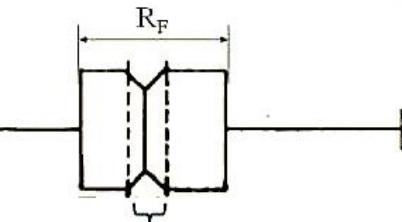
$$B_H = F_H + 1.5 R_F, \quad B_D = F_D - 1.5 R_F.$$

Prvky výběru, ležící mimo interval vnitřních hradeb $[B_H, B_D]$, jsou považovány za podezřelé, obvykle vybocující body; v grafu jsou znázorněny kroužky.



Obr. 2.7 Vrubový krabicový graf pro výběry: (a) norm., symetrického (Gaussova, normálního), a (b) log., asymetrického (logaritmicko-normálního) rozdělení, ADSTAT.

Vrubový krabicový graf (G5)

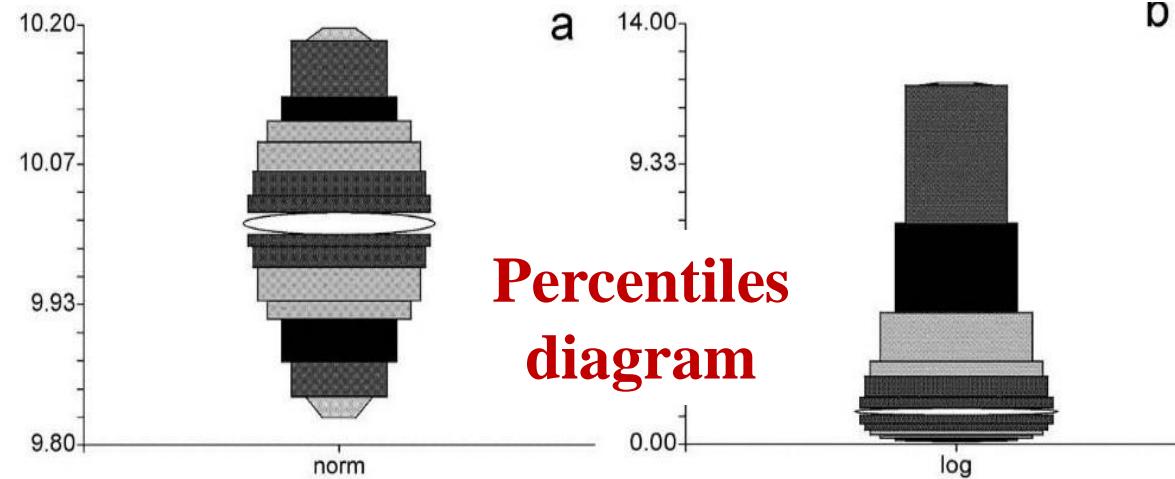


intervalový odhad mediánu

$$I_{D,H} = M \pm \frac{1,57 \cdot R_F}{\sqrt{n}}$$

Symmetric d.

Asymmetric d.

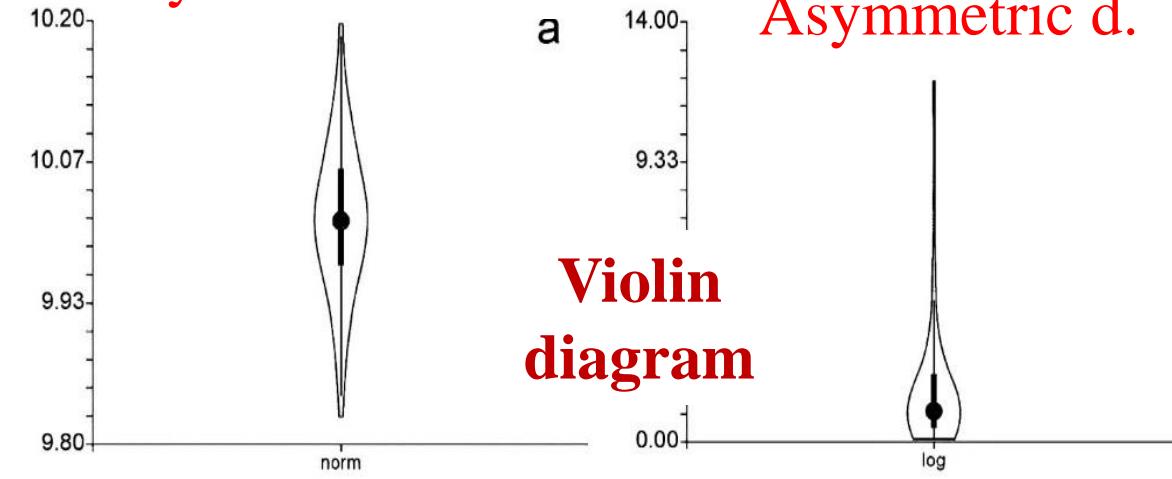


Percentiles
diagram

Figure 2.8 A percentiles diagram for samples with (a) *norm*, symmetric (Gaussian, normal), and (b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions, NCSS2000.

Symmetric d.

Asymmetric d.



Violin
diagram

Figure 2.9 A violin diagram for samples with (a) *norm*, symmetric (Gaussian, normal), and (b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions, NCSS2000.

Box-and-whisker plot

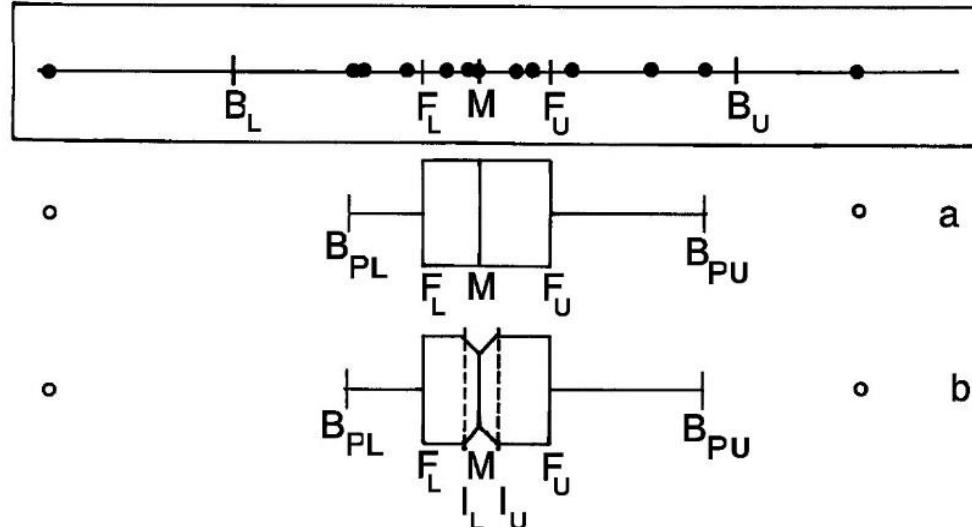


Figure 2.10 Scheme of the box-and-whisker plot (x-axis: x values; y-axis: any suitable interval).

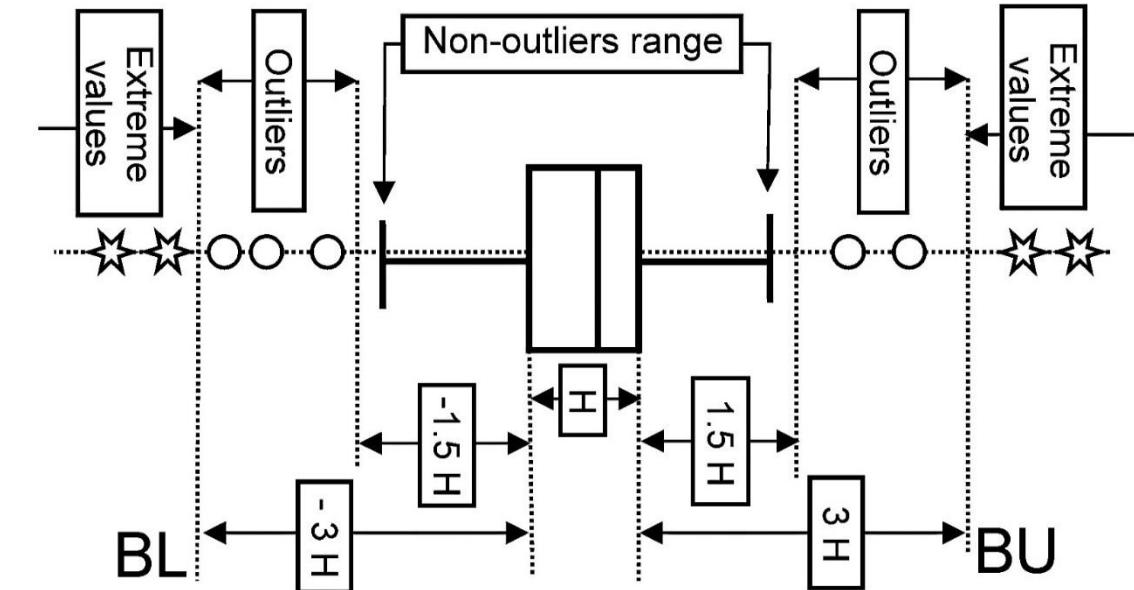
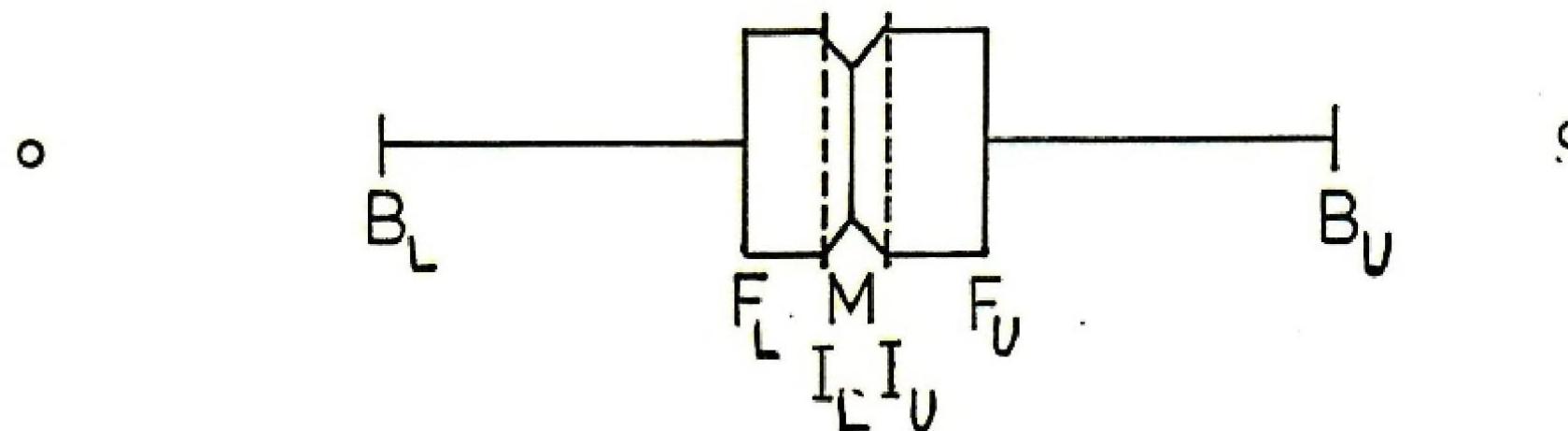
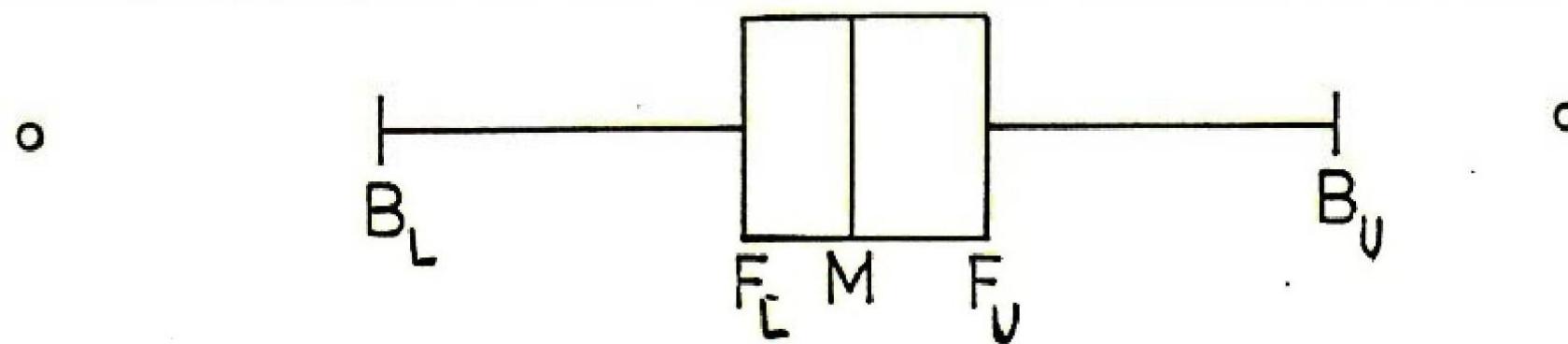
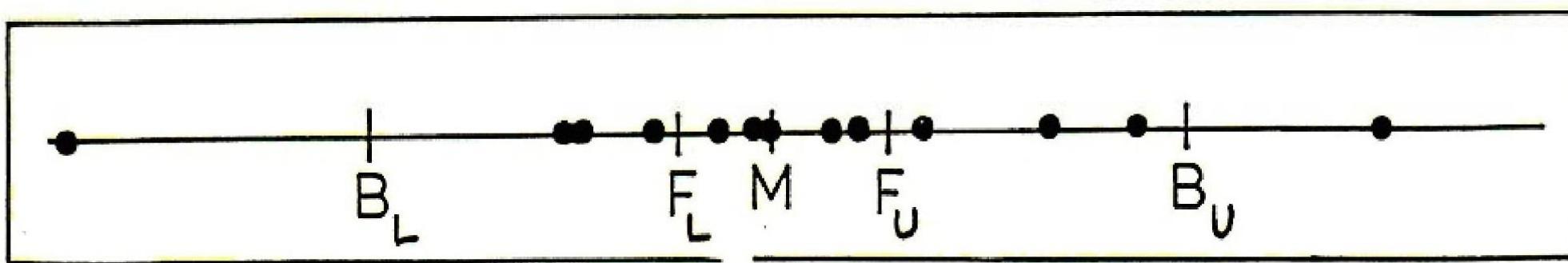
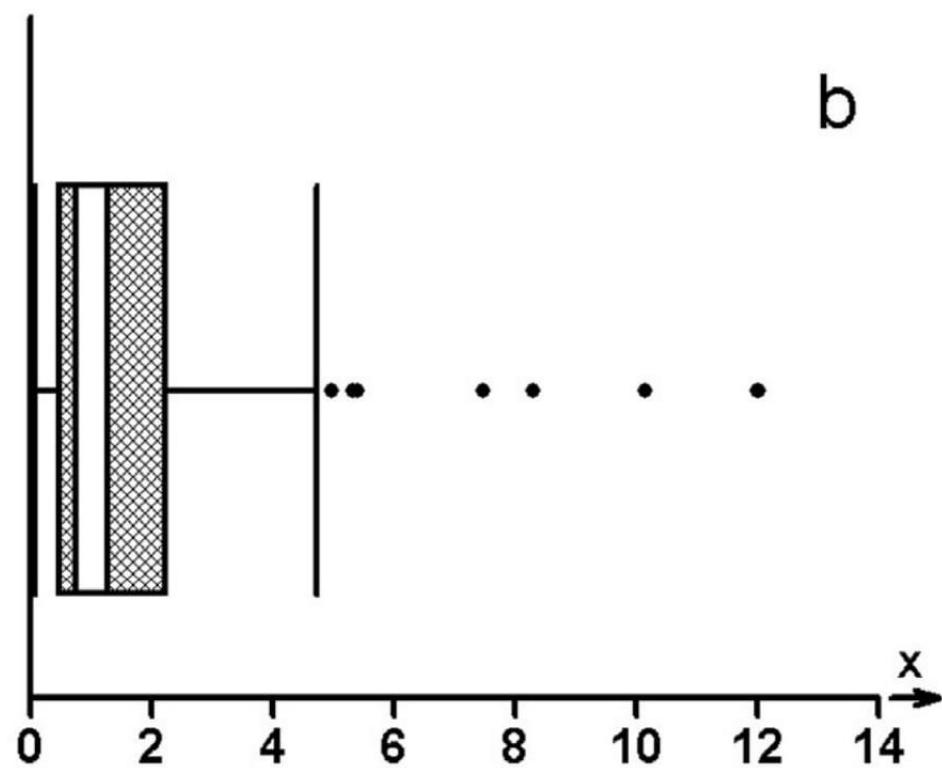
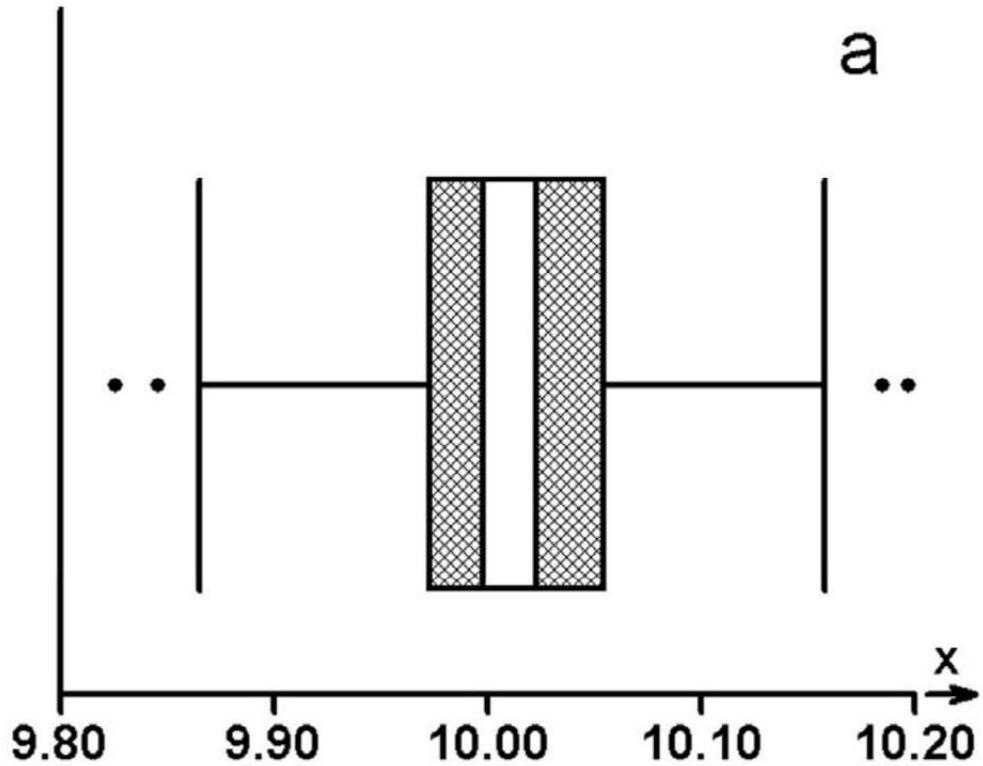


Figure 2.30 Outliers are points beyond the inner bounds BL and BU .

(Notched) Box-and-Whisker Plot

5-number summary overview of letter values





Construction of a notched box-and-whisker plot

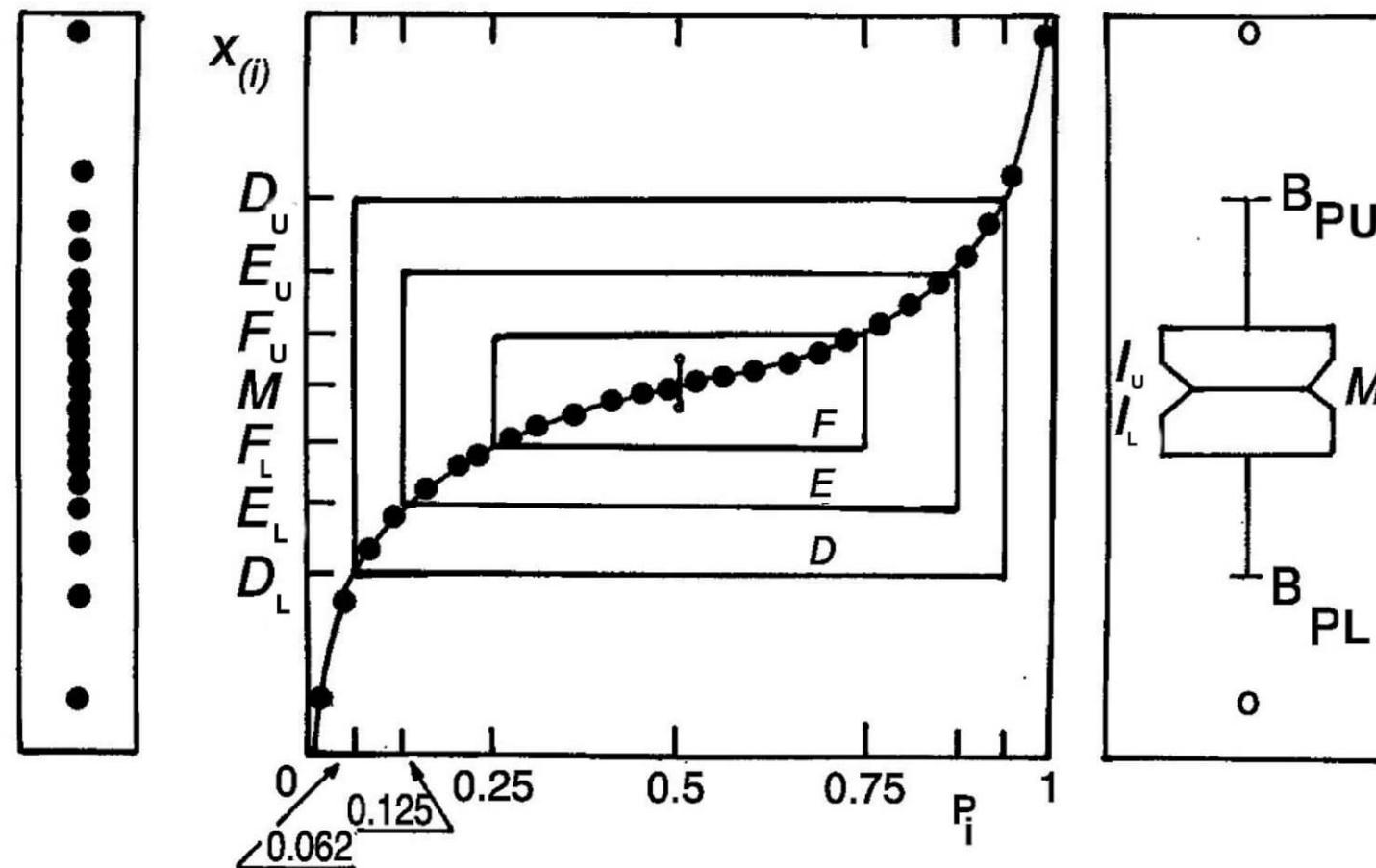
(*x-axis*: x values, *y-axis*: any interval) for samples with

(a) *norm*, symmetric (normal), and

(b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions.

Black dots indicate outliers.

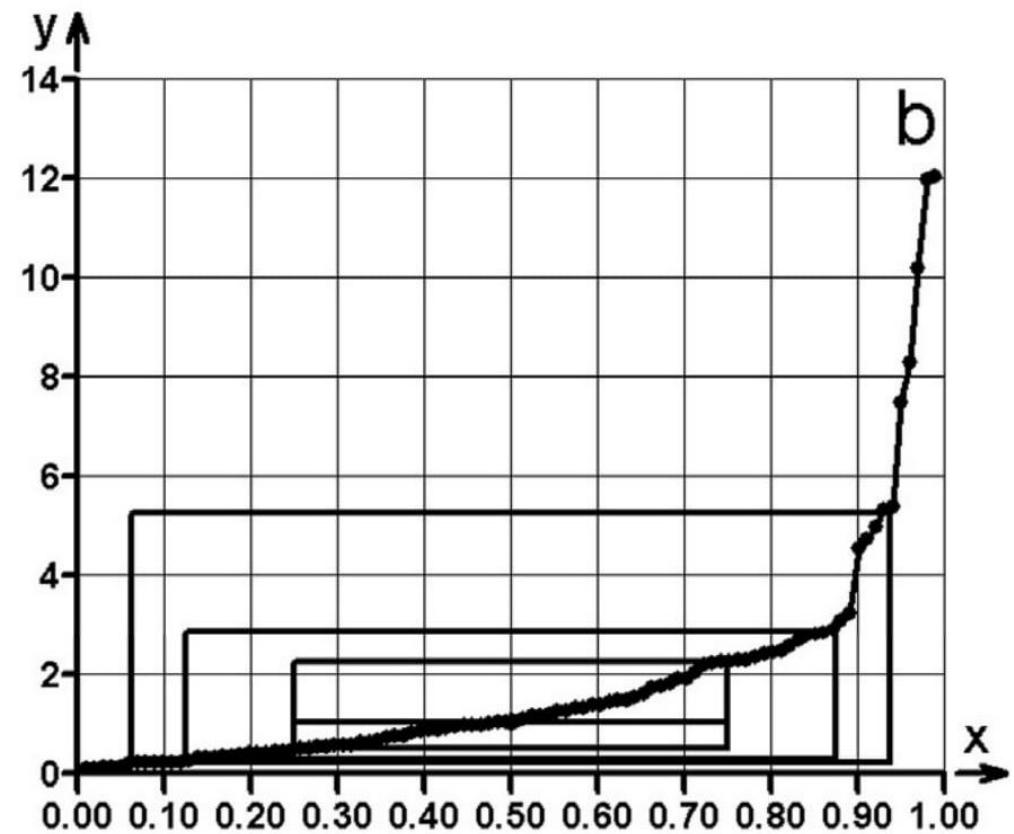
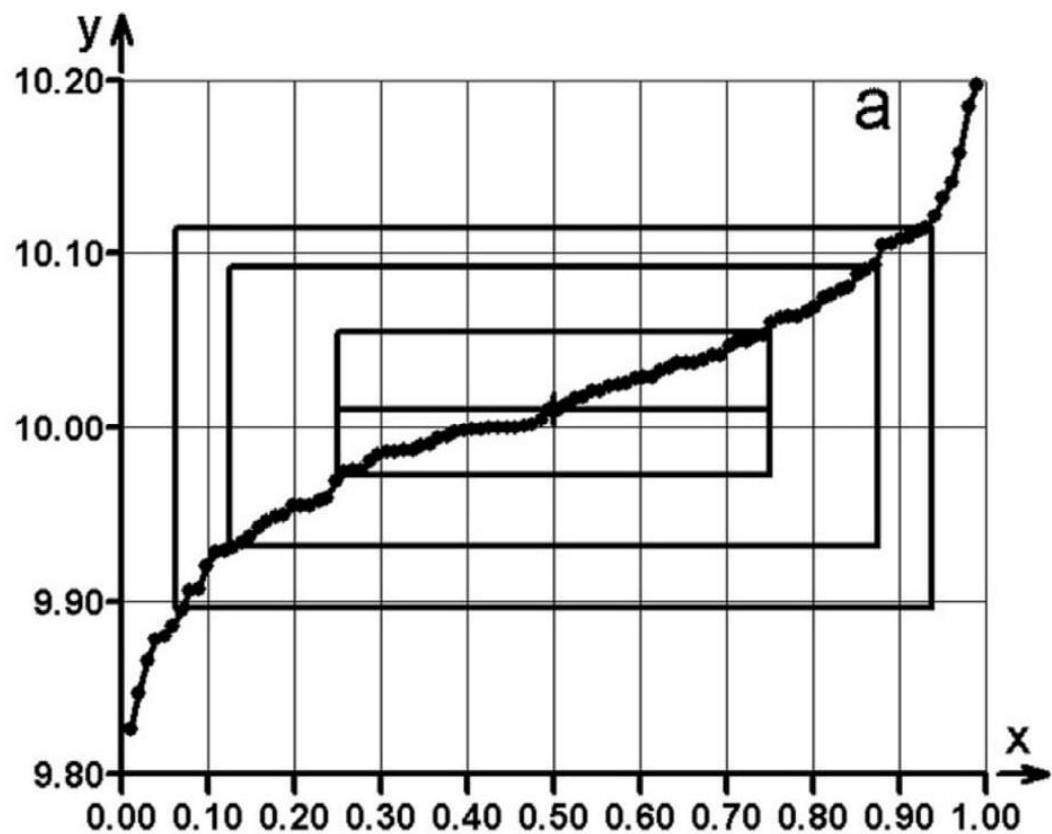
Quantile-box plot



Construction of the quantile-box plot

(*x-axis*: the order probability P_i , *y-axis*: the order statistic $x_{(i)}$).

The dot diagram (left) and the notched box-and-whisker plot (right) are for comparison.



The quantile-box plot

(*x-axis*: the order probability P_i ,

y-axis: the order statistic $x_{(i)}$) for samples with

(a) *norm*, symmetric (normal), and

(b) *log*, asymmetric (log.-normal) distributions

Diagnostics for Examination of the distribution symmetry

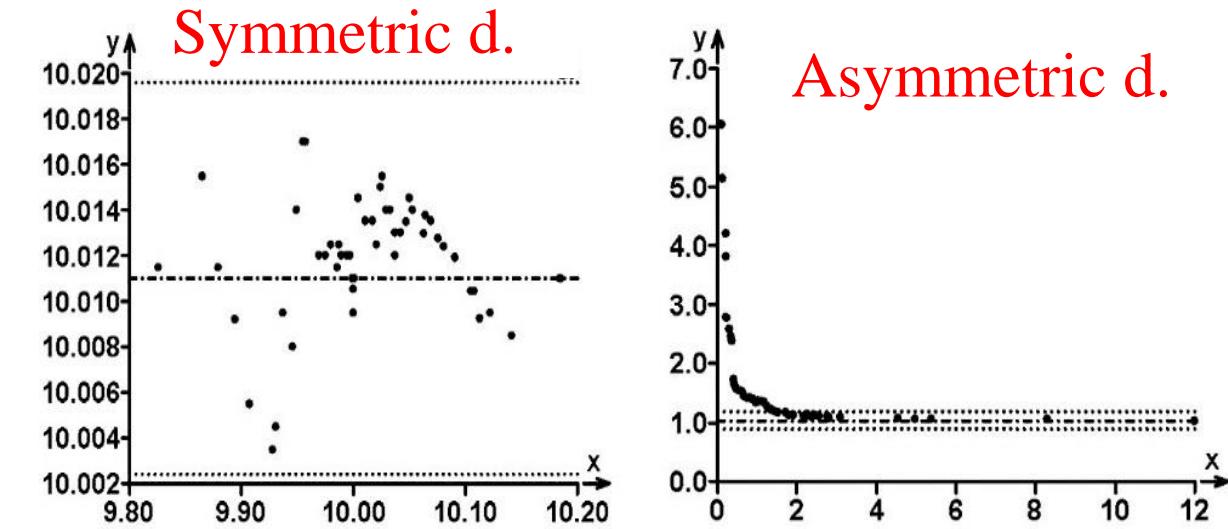


Figure 2.12 The midsum plot G6 (x-axis: the order statistic $x_{(i)}$; y-axis: the midsum $Z_i = (x_{(n+1-i)} + x_{(i)})/2$) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) /log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

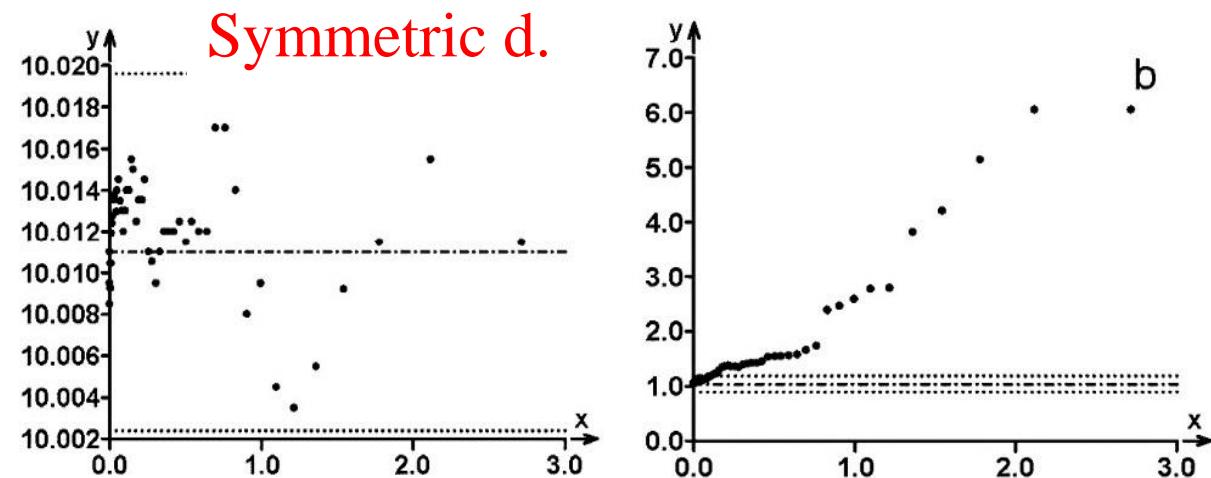


Figure 2.13 The symmetry plot G7 (x-axis: the quantile $u_{P_i}^2 / 2$ for $P_i = i/(n + 1)$; y-axis: the midsum $Z_i = (x_{(n+1-i)} + x_{(i)})/2$) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) /log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

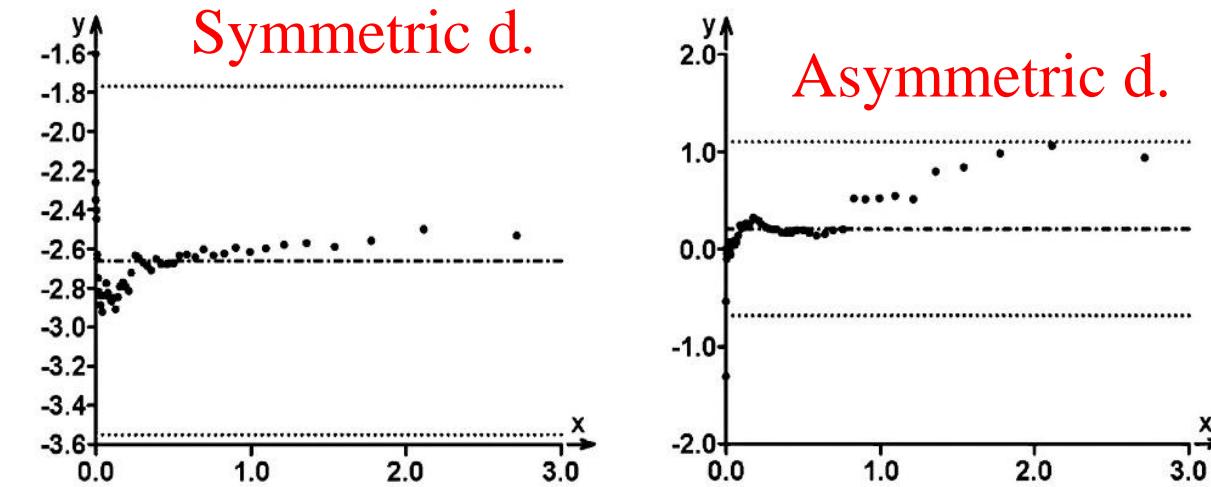


Figure 2.14 The kurtosis plot G8 (x-axis: the quantile $u_{P_i}^2 / 2$ for $P_i = i/(n + 1)$; y-axis: the quantity $\ln[(x_{(n+1-i)} - x_{(i)}) / -2u_{P_i}]$) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) /log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

Diagnostics for an Examination of

- 1) the distribution symmetry and
- 2) outliers

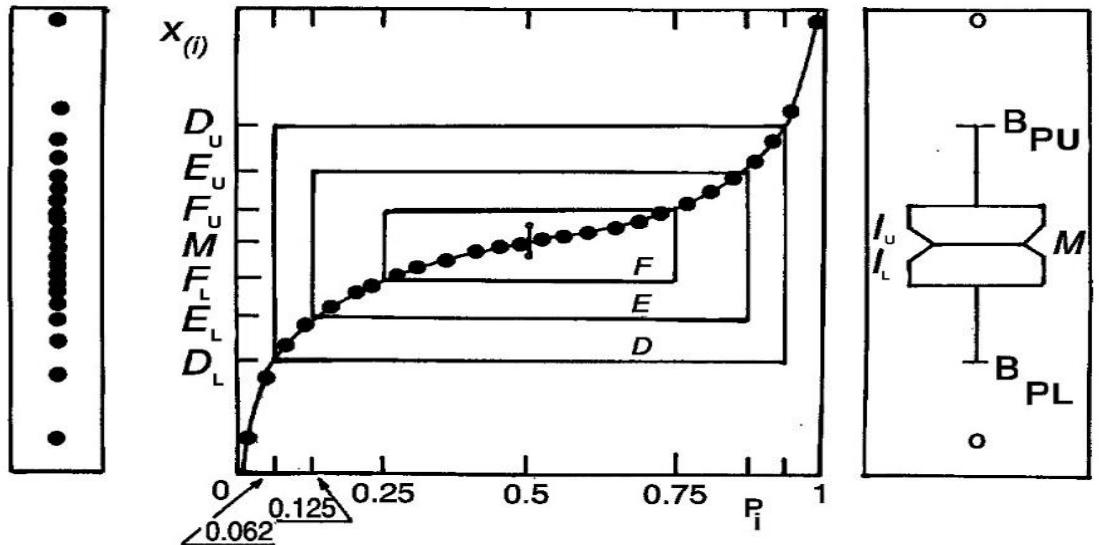


Figure 2.16 Construction of the quantile-box plot G10 (x -axis: the order probabilty P_i , y -axis: the order statistic $x_{(i)}$). The dot diagram (left) and the notch box-and-whisker plot (right) are given for comparison of an act distribution.

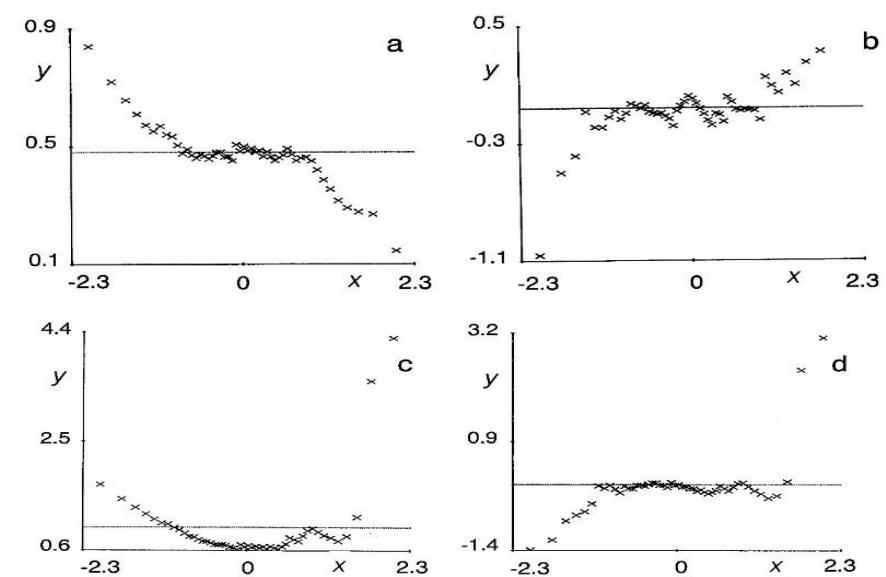


Figure 2.15 The differential quantile plot G9 (x -axis: the quantile u_{P_i} ; y -axis: the deviation of order statistics $d_{(i)} = x_{(i)} - \tilde{S}u_{P_i}$) for samples with (a) rectangular, (b) normal, (c) exponential, and (d) Laplace distributions, QC-EXPERT.

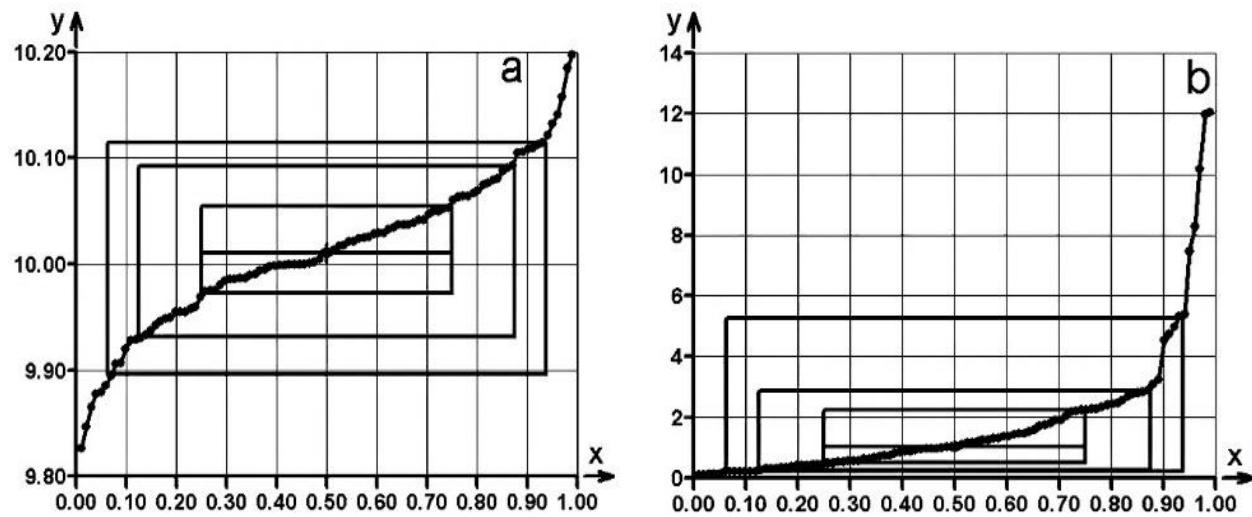
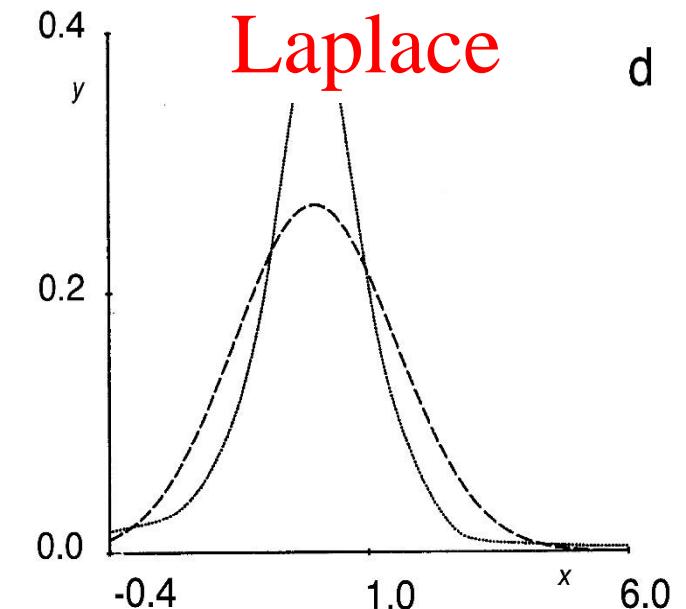
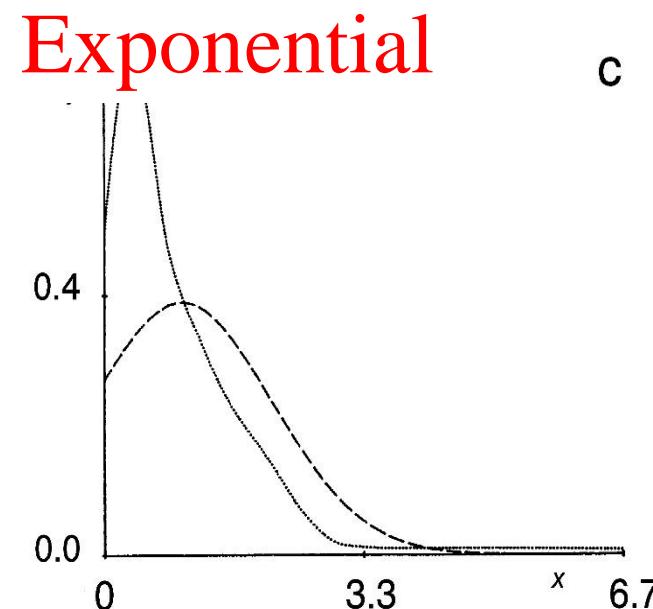
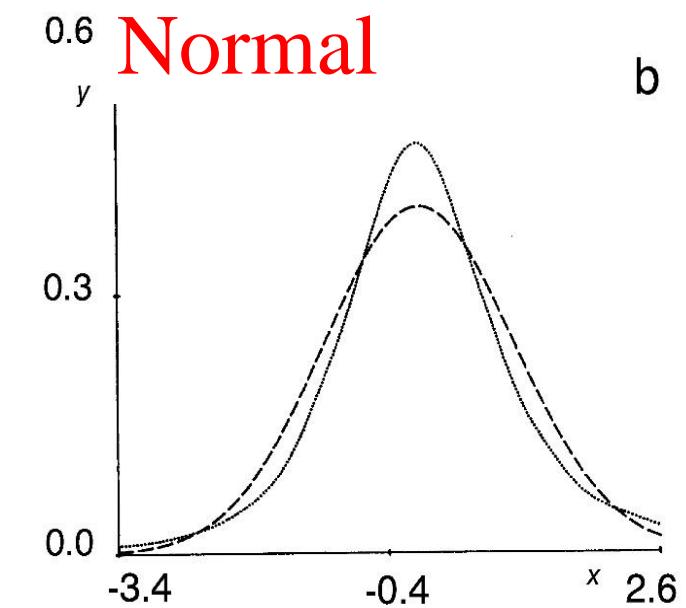
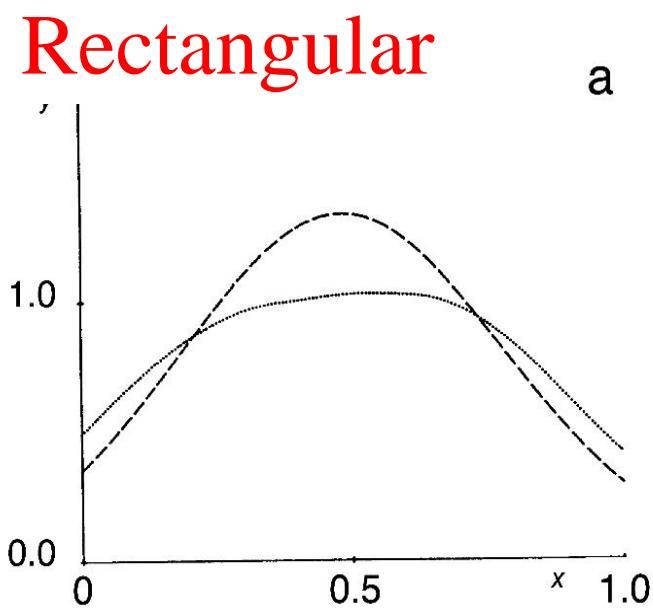


Figure 2.17 The quantile-box plot G10 (x -axis: the order probability P_i , y -axis: the order statistic $x_{(i)}$) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

Estimation of the Actual Distribution of laboratory data



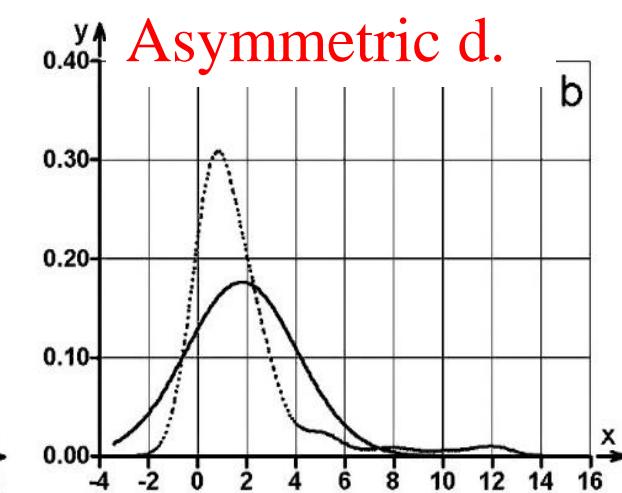
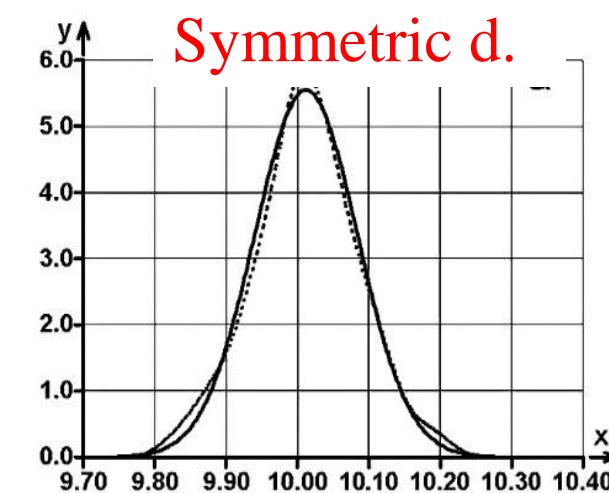
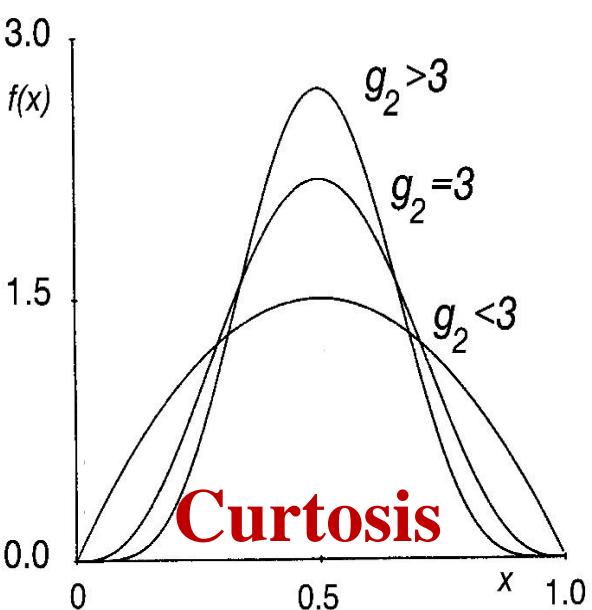
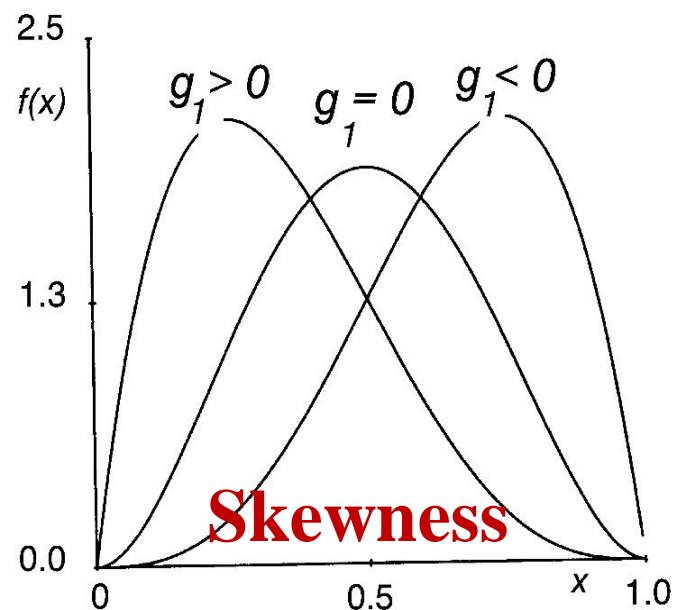


Figure 2.18 A Kernel estimation of probability density G12 (x-axis: the variable x ; y-axis: the probability density $f(x)$ (...) and the Gaussian (---) function) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

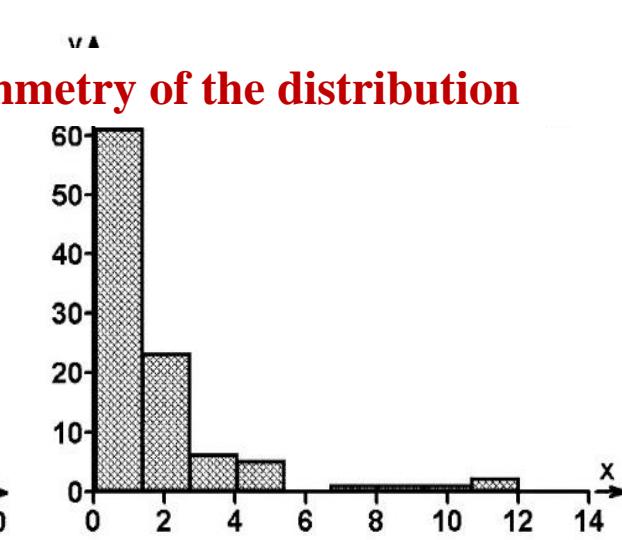
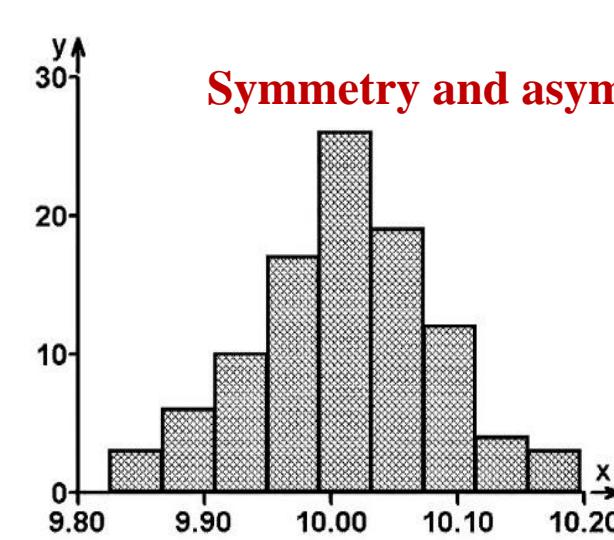
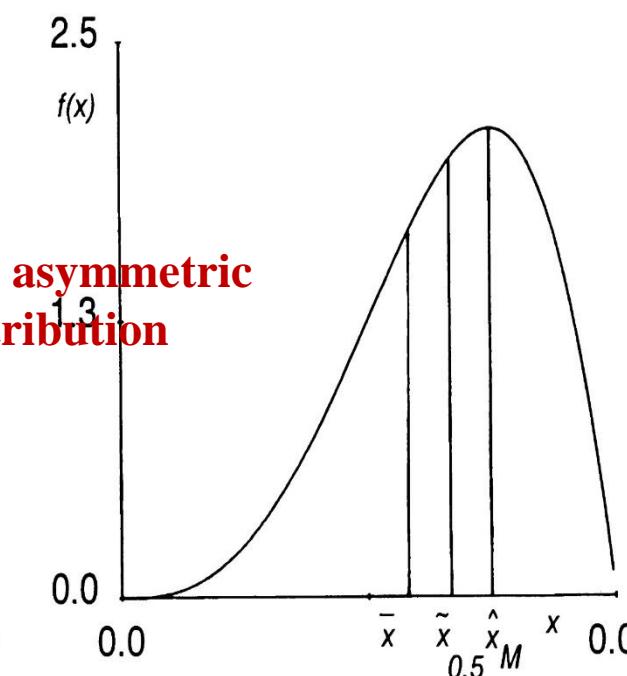
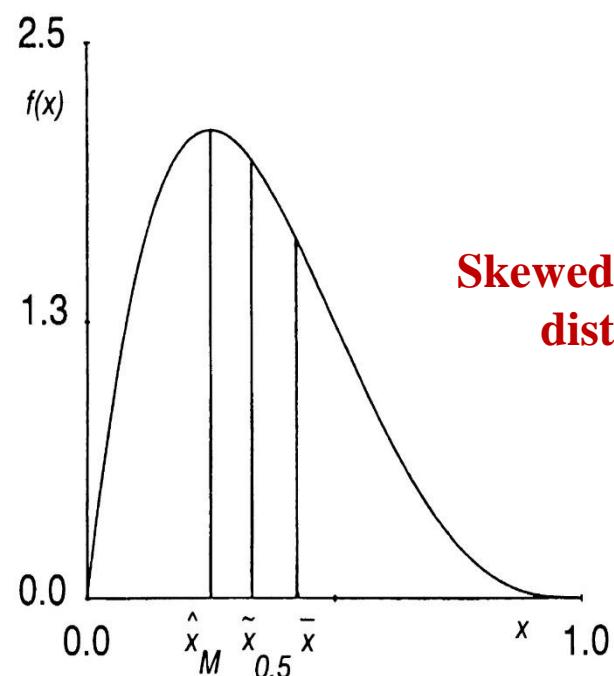
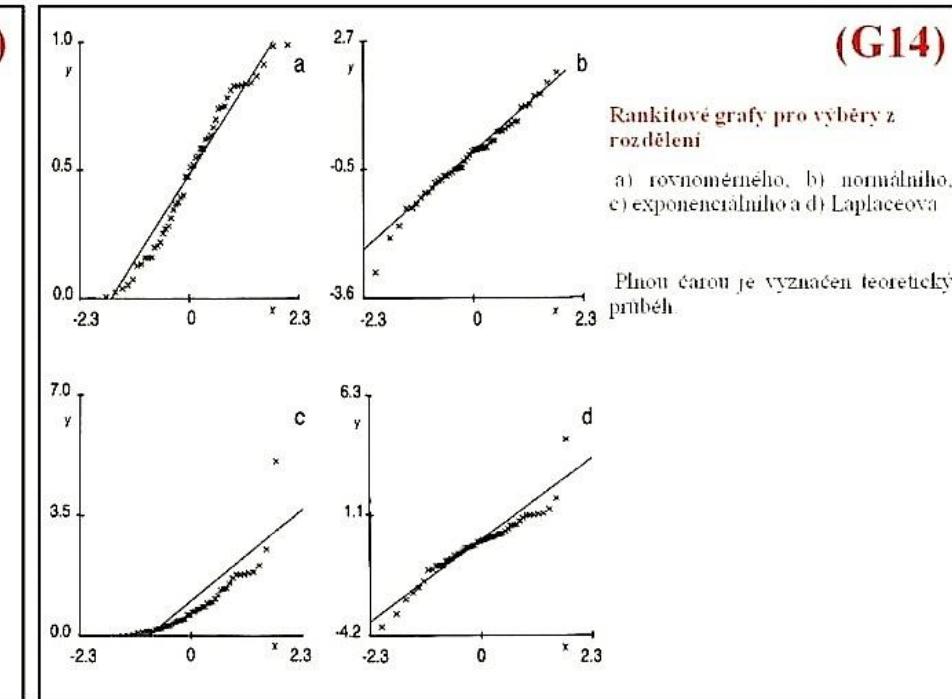
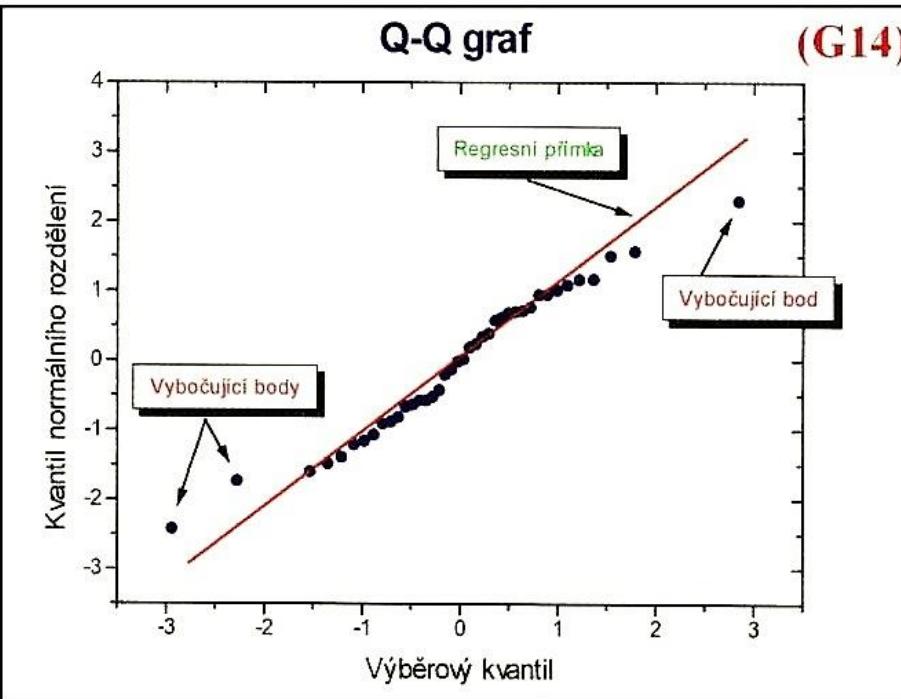
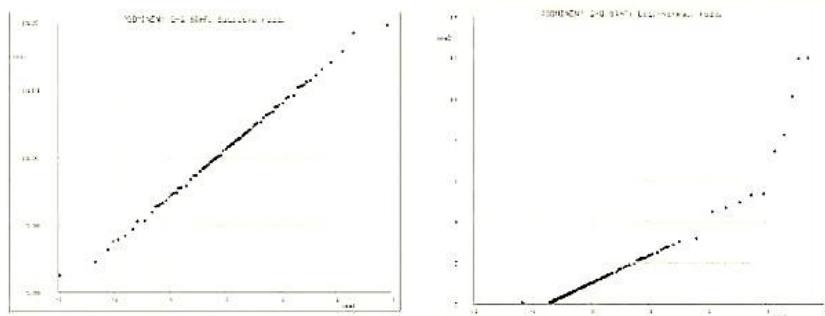


Figure 2.19 Histogram G13 (x-axis: the variable x ; y-axis: the probability density function $f(x)$) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

1. EDA...

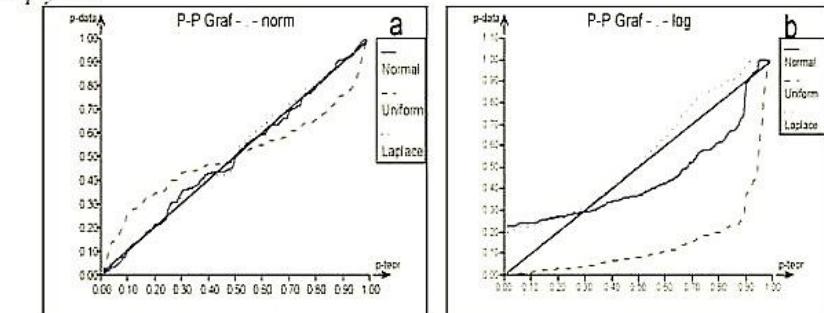


Podmíněný rankitový graf (osa x: $\Phi^{-1} [0.5 (U_{(i-1)} + U_{(i)})]$, osa y: $x_{(i)}$). Přibližná lineární závislost je v podmíněném rankitovém grafu důkazem normality testovaného rozdělení výběru. Z grafu normálního rozdělení je patrná výrazně menší lokální variabilita ve srovnání s rankitovými grafy.



Obr. 2.16 Podmíněný rankitový graf pro výběry: (a) norm, symetrického (Gaussova, normálního), a (b) log, asymetrického (logaritmicko-normálního) rozdělení, ADSTAT.

Pravděpodobnostní graf (P-P graf), (osa x: P_i , osa y: $F_T(S_m)$). Slouží k porovnání distribuční funkce výběru, vyjádřené přes pořadovou pravděpodobnost, se standardizovanou distribuční funkcí zvoleného teoretického rozdělení. Standardizovaná proměnná je zde definována vztahem $S_{(i)} = (x_{(i)} - Q)/R$, kde Q je parametr polohy a R je parametr rozpětí.

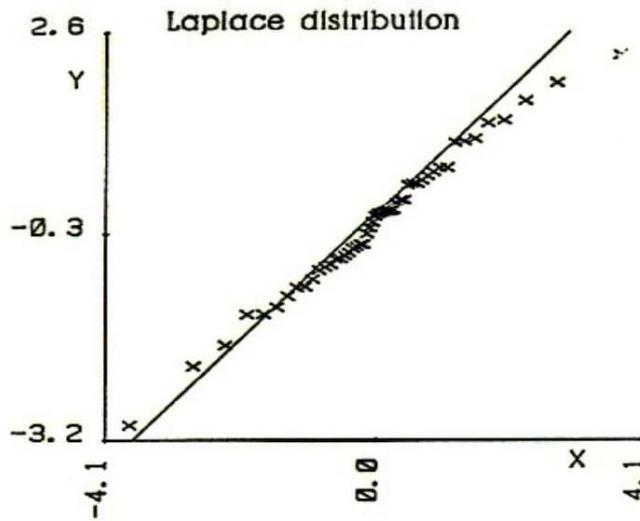
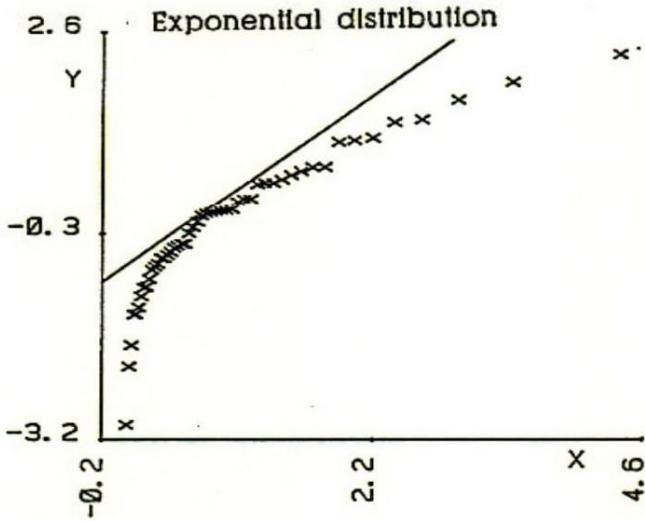
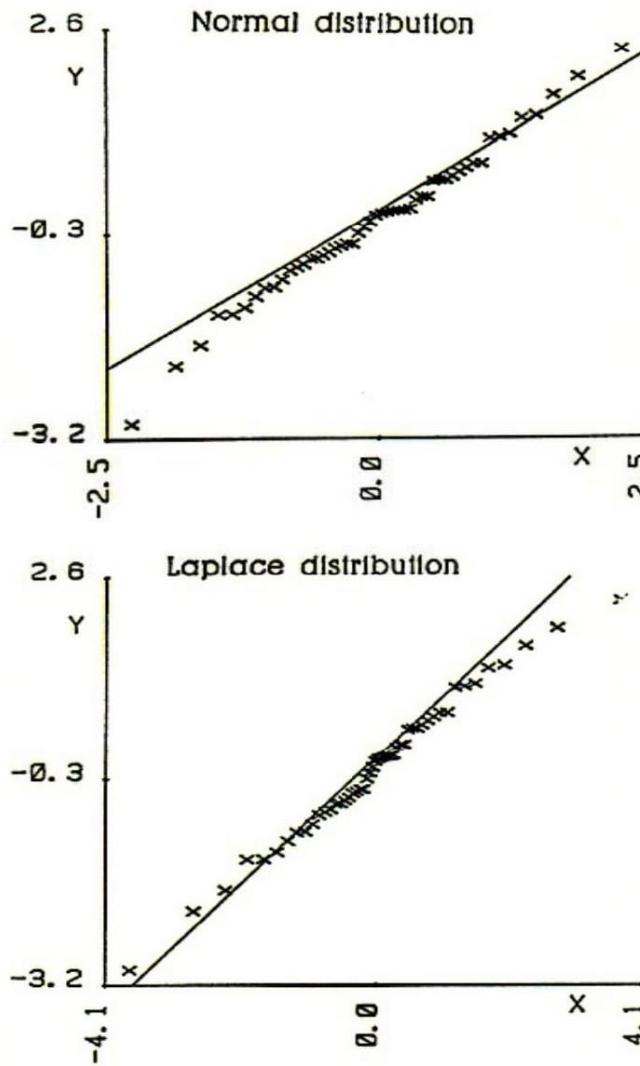
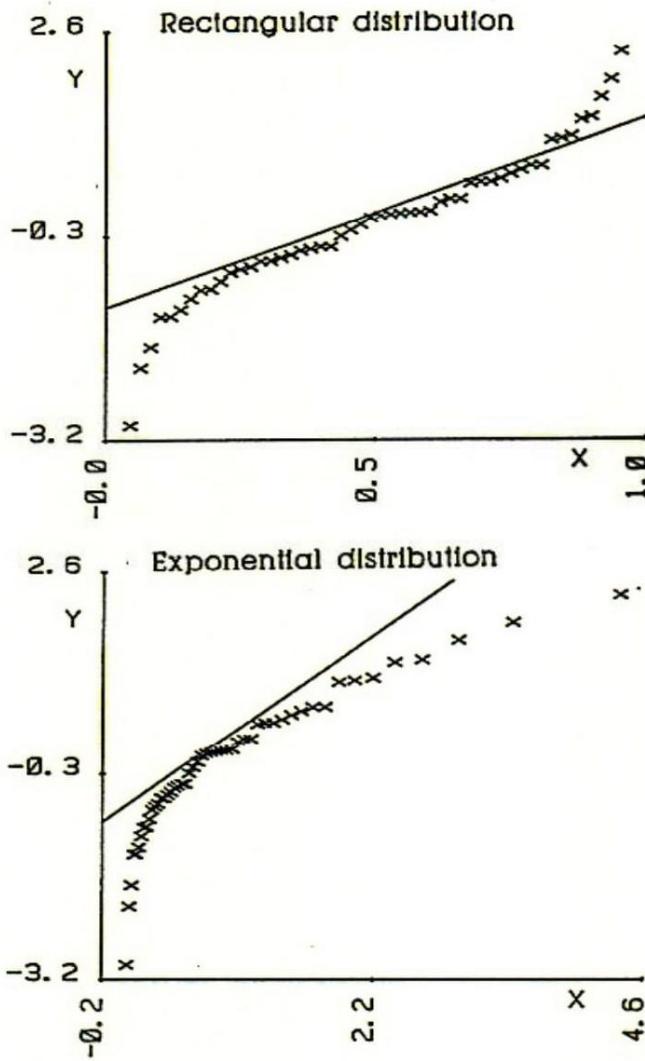


Obr. 2.17 Pravděpodobnostní graf (P-P graf) pro výběry: (a) norm, symetrického (Gaussova, normálního), a (b) log, asymetrického (logaritmicko-normálního) rozdělení, ADSTAT.

Quantile-quantile plot (Q-Q plot)

(*x-axis*: the quantile $Q_S(P_i)$; *y-axis*: the order statistic $x_{(i)}$)

Quantile-Quantile (Q-Q) Plot



x-axis: the quantile $Q_S(P_i)$,

y-axis: the order statistic $x_{(i)}$

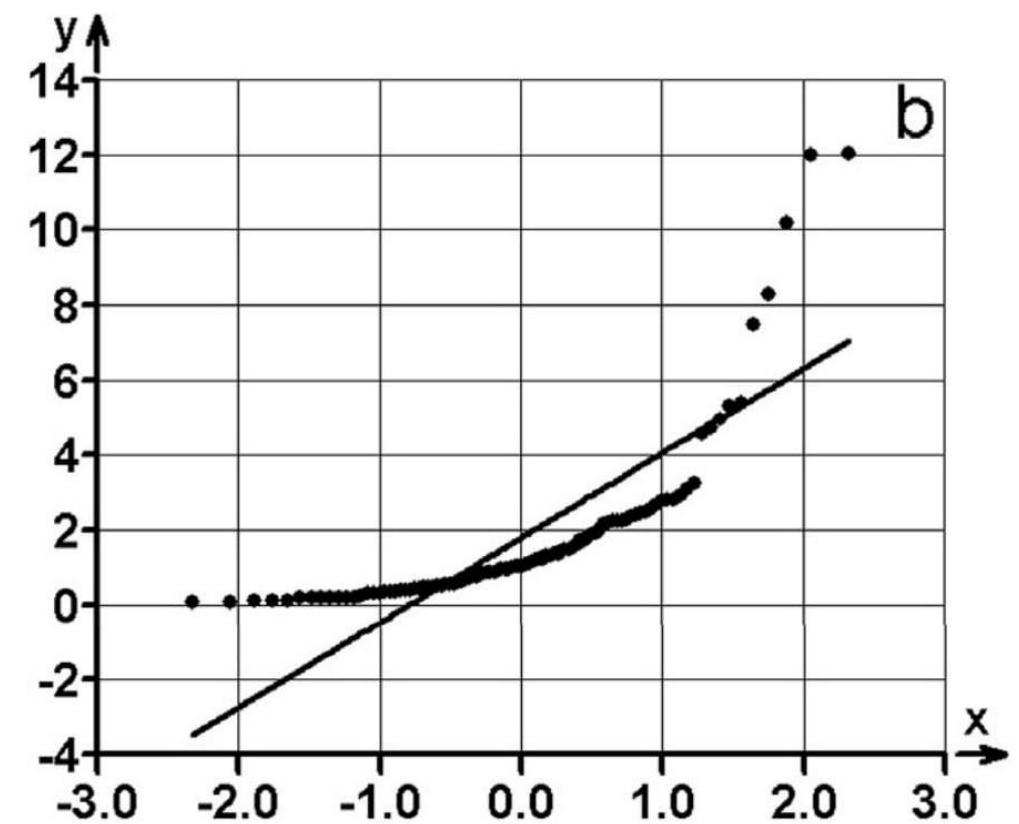
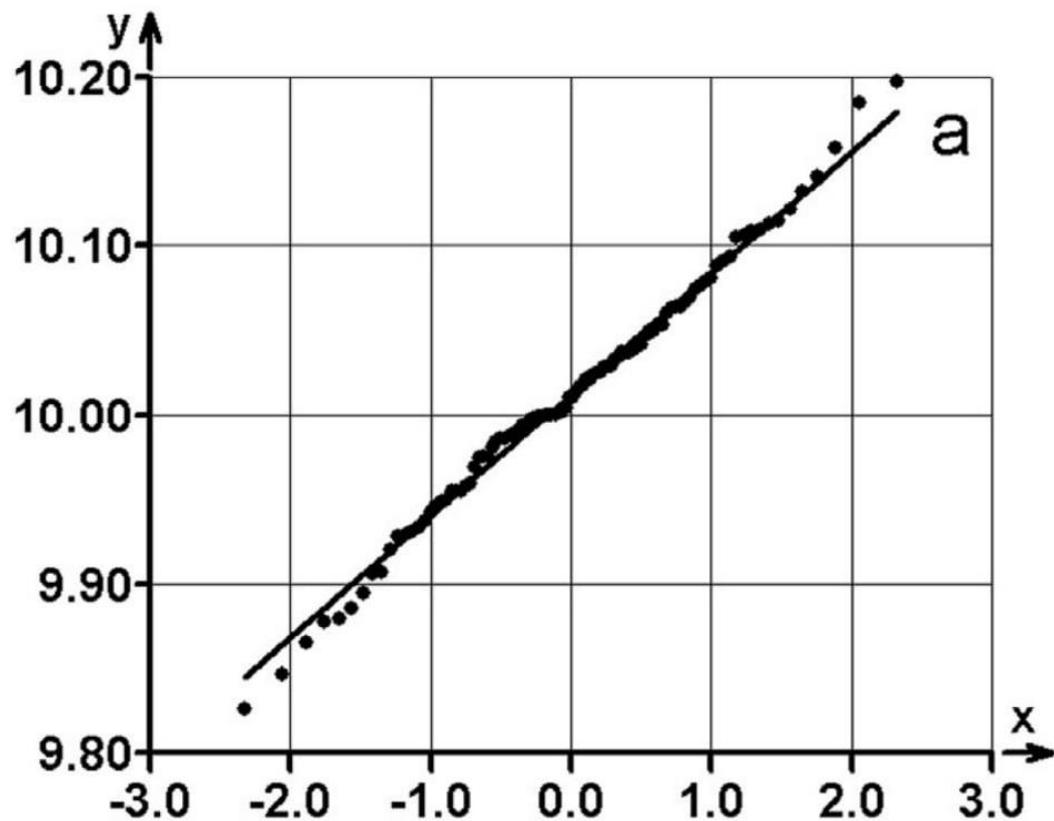
$$x_{(i)} = Q + R Q_S(P_i)$$

Diagnosis:

Closeness of the sample to the given theoretical one helps to indicate

an actual distribution.

Distribution	$F_T(s)$	$f_T(s)$	y	X
Rectangular	S	1	$x_{(i)}$	P_i
Exponential	$1 - \exp(-s)$	$\exp(-s)$	$x_{(i)}$	$-\ln(1 - P_i)$
Normal	$\Phi(s)$	$(2\pi)^{-1/2}\exp(-0.5s^2)$	$x_{(i)}$	$\Phi^{-1}(P_i)$
Laplace $x < Q$	$0.5 \exp(s)$	$0.5 \exp(s)$	$x_{(i)}$	$\ln(2P_i)$ for $P_i \leq 0.5$
Laplace $x > Q$	$0.5 [2 - \exp(-s)]$	$0.5 \exp(-s)$	$x_{(i)}$	$-\ln(2(1 - P_i))$ for $P_i > 0.5$
Log-normal	$\Phi[\ln(s)]$	$(2\pi)^{-1/2}\exp(-0.5 \ln s^2)$	$x_{(i)}$	$\exp(\Phi^{-1}(P_i))$



The rankit plot or the normal probability plot,

(x-axis: the standardised normal quantile,

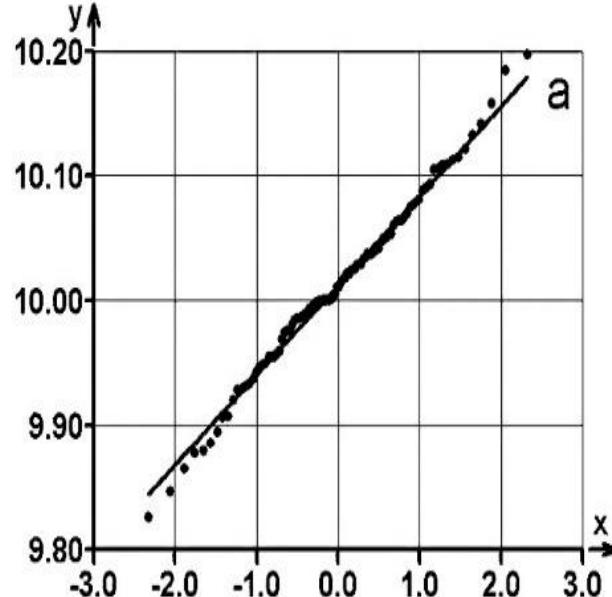
y-axis: the order statistic $x_{(i)}$) for samples with

(a) norm, symmetric (normal), and

(b) log, asymmetric (log.-normal) distributions.

Elucidation of Various Modifications of the Normal-Probability Plot (Q-Q plot)

Symmetric distribution
(Gaussian, Normal)



Asymmetric distribution
(Log-Normal)

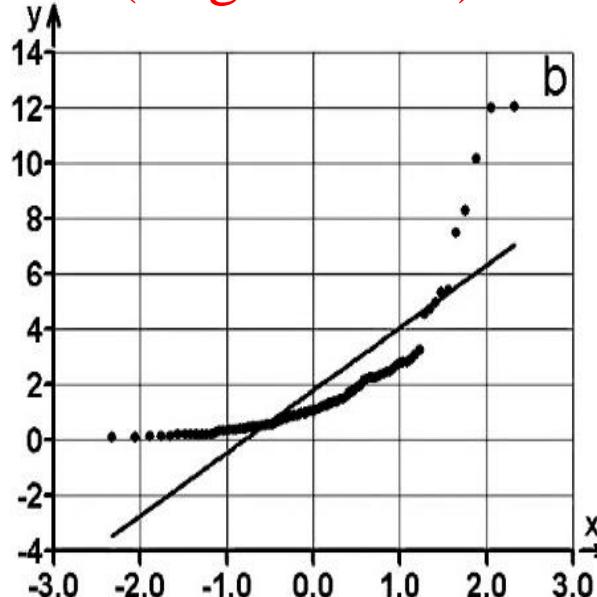


Figure 2.20 The rankit plot G15 (the normal probability plot, x-axis: the standardised normal quantile U_{P_i} , y-axis: the order statistic $x_{(i)}$) for samples with (a) norm, symmetric (Gaussian, normal), and (b) log, asymmetric (log.-normal) distributions, QC-EXPERT.

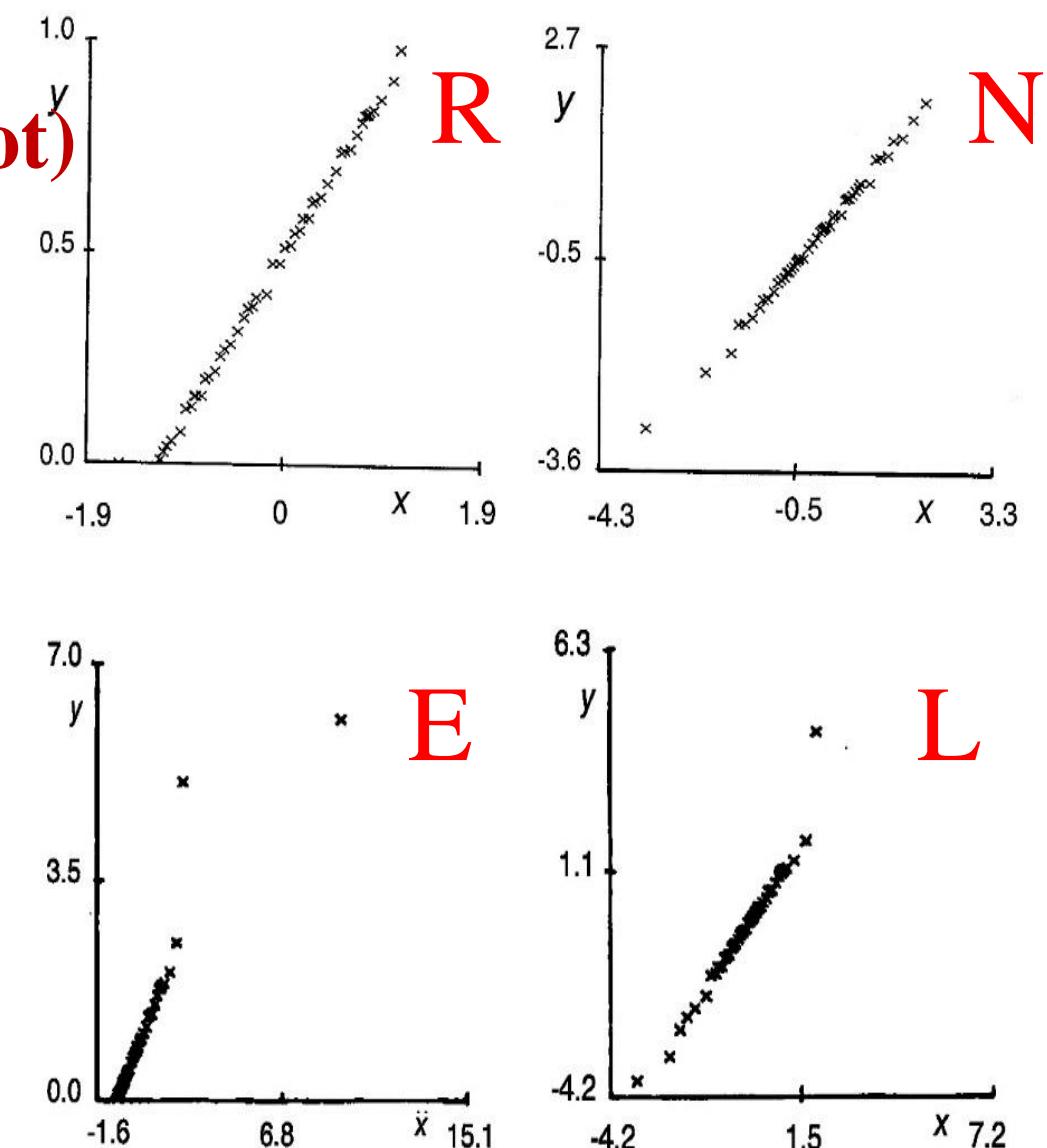
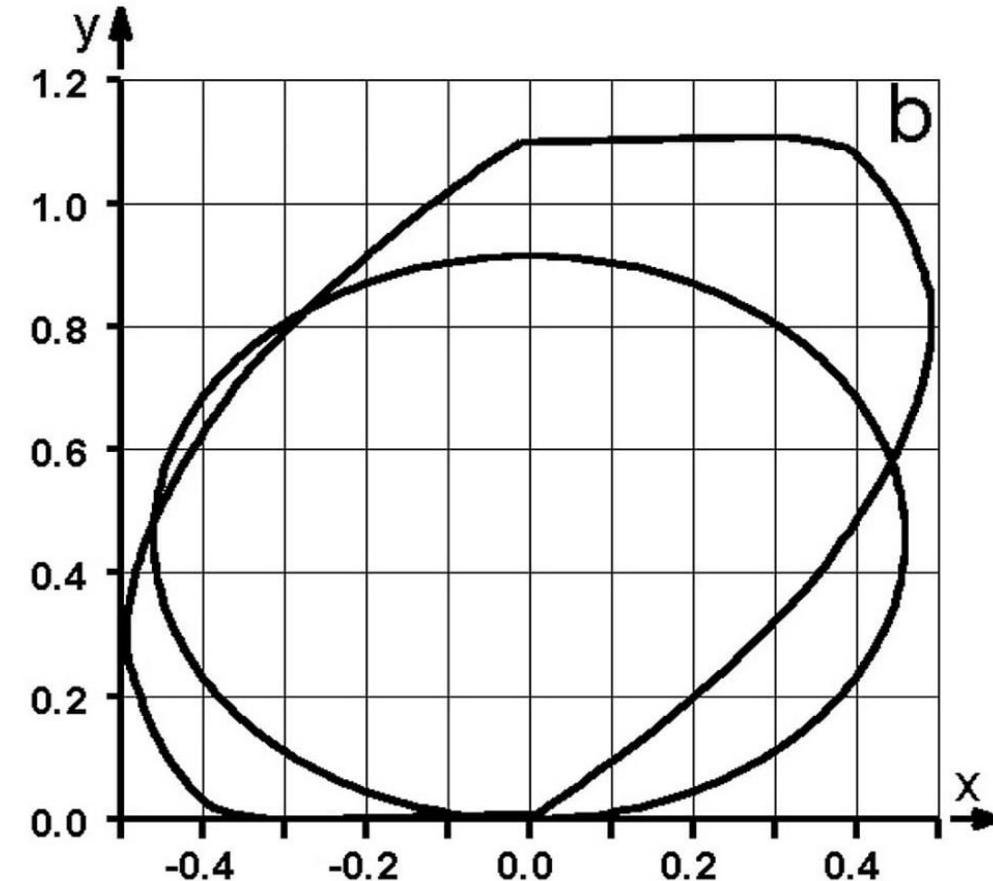
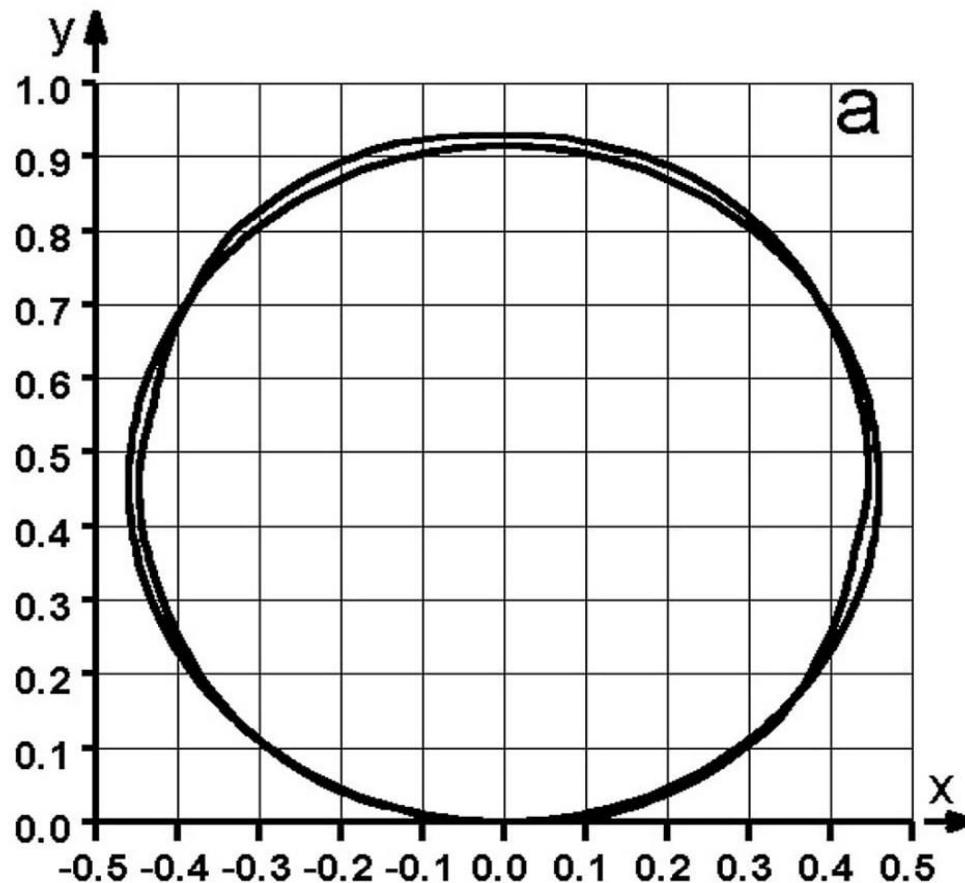


Figure 2.21 The conditioned rankit plot G16 (x-axis: the function $\Phi^{-1}[U_{(i-1)} + U_{(i+1)}]/2$; y-axis: the order statistic $x_{(i)}$) for samples with (a) rectangular, (b) normal, (c) exponential, and (d) Laplace distributions, QC-EXPERT.

Circle plot

(*x-axis, y-axis*: components of random vectors)



The circle plot for samples with

(a) norm, symmetric (normal), and

(b) og, asymmetric (log.-normal) distributions.

2. Předpoklady...

Závislost měření je způsobena:

- a) nestabilitou měřicího zařízení,
- b) nekonstantností podmínek měření,
- c) zanedbáním faktorů: objem vzorků, teplota, nečistota, ...
- d) nesprávným, nenáhodným výběrem vzorků k měření,
- e) časová závislost mezi prvky výběru.

ZÁVISLOST A AUTOKORELACE

Obecná definice závislosti:

$$x_i = kF(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}) + e_i$$

pokud platí $k = 0$, jedná se o data nezávislá

Lineární závislost prvků jednoho souboru - **AUTOKORELACE**

$$x_i = \rho_k x_{i-k} + e_i$$

ρ_k autokorelační koeficient
k-tého řádu



autokorelace I. řádu
sousední hodnoty



autokorelace II. řádu
hodnoty „přes jednu“

Ověření nezávislosti prvků výběru

Test významnosti autokorelačního koeficientu ρ_a :

Hypotéza: nulová $H_0: \rho_a = 0$, a alternativní $H_A: \rho_a \neq 0$.

Testační kritérium:

$$t_n = \frac{T_1 \sqrt{n+1}}{\sqrt{1-T_1}} \quad \text{kde} \quad T_1 = \left(1 - \frac{T}{2}\right) \sqrt{\frac{n^2-1}{n^2-4}}$$

a T je von Neumannův poměr

$$T = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - \bar{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

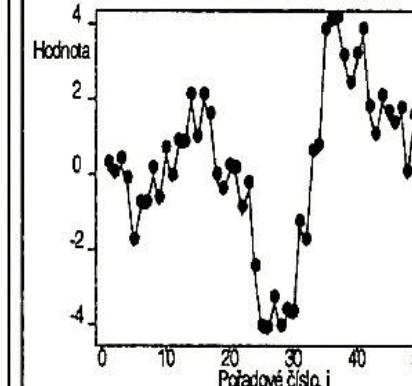
Testování: je-li

$$|t_n| > t_{1-\alpha/2}(n+1)$$

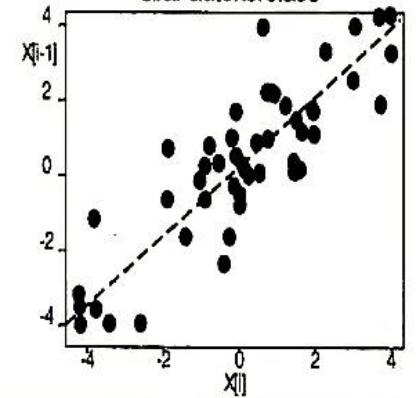
je nutno hypotézu o nezávislosti prvků výběru na hladině významnosti α zamítнуть.

PŘÍKLADY AUTOKORELACE

Pozitivní autokorelace



Graf autokorelace



2. Předpoklady...

Ověření normality výběru

Existují dva základní typy testů normality:

1. Je-li typ odchylek od normality předem znám, používají se tzv. *směrové testy*.
2. Není-li typ odchylek od normality předem znám, používají se tzv. *omnibus-testy*.

1. **pravidlo:** *Testy jsou obecně vždy méně citlivé na odchylky od normality než diagnostické grafy.*
2. **pravidlo:** *Když není normalita rozdělení prokázána, je nutné hlouběji analyzovat data.*

I. Test kombinace výběrové šiknosti a špičatosti.

Hypotéza: nulová H_0 : normalita rozdělení výběru, vs. H_A : ...

Testovací kritérium: je definováno

$$C_1 = \frac{\hat{g}_1^2}{D(\hat{g}_1)} + \frac{[\hat{g}_2 - E(\hat{g}_2)]^2}{D(\hat{g}_2)}$$

kde výběrová šikmost a její rozptyl \hat{g}_1 , $D(\hat{g}_1)$, resp. výběrová špičatost a její střední hodnota resp. rozptyl \hat{g}_2 , $E(\hat{g}_2)$, $D(\hat{g}_2)$.

Testování: při $C_1 > \chi_{1-\alpha}^2(2)$, je nutno hypotézu o normalitě rozdělení výběru zamítнуть.

Ověření homogenity výběru

Modifikace vnitřních hradeb B_D^* a B_H^*

$$B_D^* = \bar{x}_{0.25} - K (\bar{x}_{0.75} - \bar{x}_{0.25})$$

$$B_H^* = \bar{x}_{0.75} + K (\bar{x}_{0.75} - \bar{x}_{0.25})$$

Parametr K: volí se tak, aby pravděpodobnost $P(n, K)$, že z výběru velikosti n pocházejícího z normálního rozdělení nebude žádný prvek mimo vnitřní hradby $[B_D^*, B_H^*]$, byla dostatečně vysoká, např. 0.95.

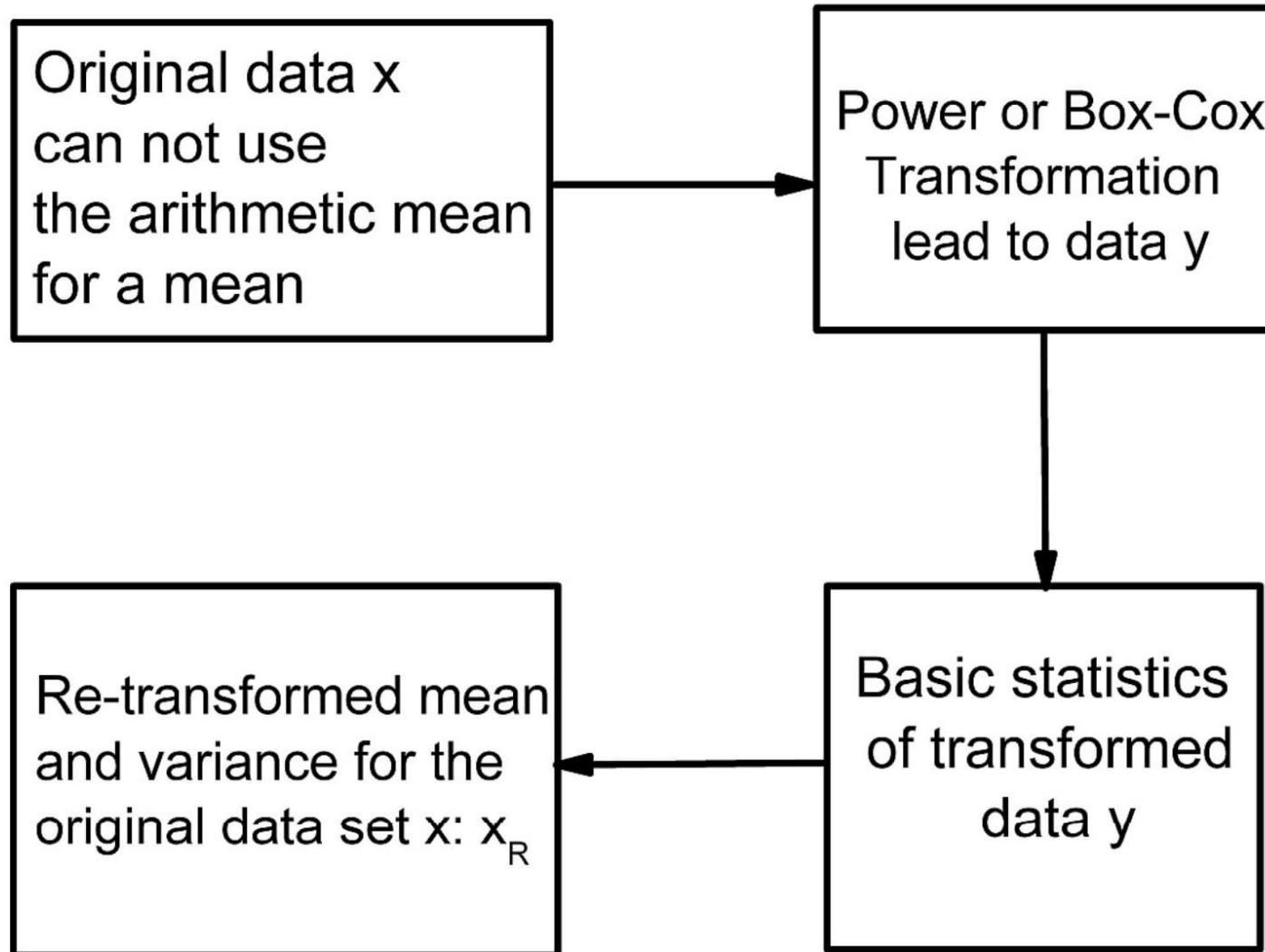
Při volbě $P(n, K) = 0.95$ lze v rozmezí $8 \leq n \leq 100$ použít approximace

$$K \approx 2.25 - \frac{3.6}{n}$$

Pro takto určený parametr K se všechny prvky výběru ležící mimo hradby $[B_D^*, B_H^*]$ považují za vybočující.

DATA TRANSFORMATION

Scheme of an application of power and Box-Cox data transformations.



Transformation for symmetry is carried out by a simple power transformation

$$\begin{aligned}x^\lambda & \quad \text{for parameter } \lambda > 0 \\y = g(x) = \ln x & \quad \text{for parameter } \lambda = 0 \\-x^{-\lambda} & \quad \text{for parameter } \lambda < 0.\end{aligned}$$

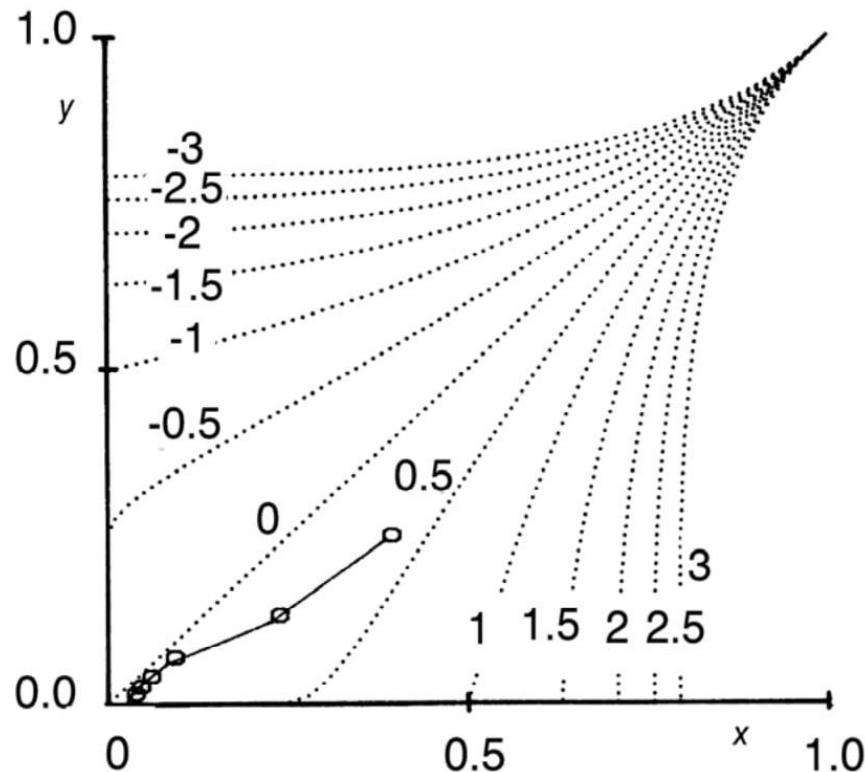
Box-Cox family of transformations defined as

$$y = g(x) = \begin{cases} (x^\lambda - 1) / \lambda & \text{for } \lambda \neq 0 \\ \ln x & \text{for } \lambda = 0 \end{cases}$$

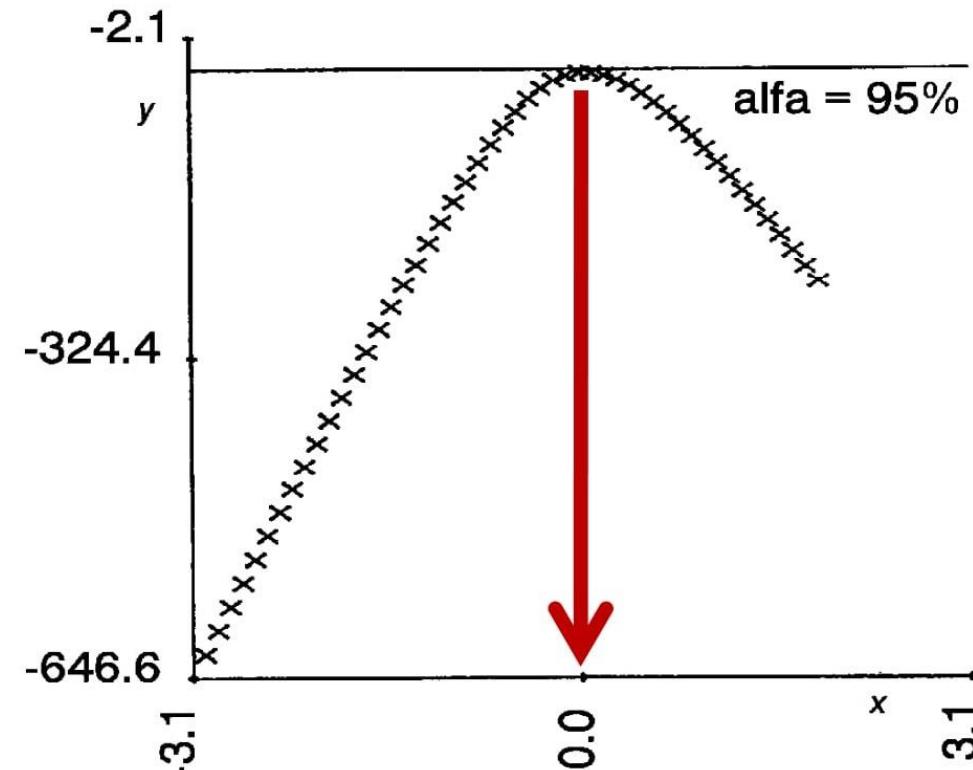
In many sample distributions can be transformed to approximate normality by use of Box-Cox family of transformations.

Hines-Hines selection plot and Plot of the logarithm of the likelihood function

(*x-axis*: the parameter λ ; *y-axis*: the logarithm of the likelihood function $\ln L$)



Determination of λ from a Hines-Hines selection graph (*x-axis*: the ratio , *y-axis*: the ratio).



Plot of the logarithm of maximum likelihood
(*x-axis*: the parameter λ ; *y-axis*: the logarithm of the likelihood function $\ln L$).

Rough re-expressions of the mean

(1) *Rough re-expressions* represent a single reverse transformation $\bar{x}_R = g^{-1}(y)$. This re-expression for a simple power transformation leads to the general mean

$$\bar{x}_R = \bar{x}_\lambda = \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i^\lambda}{n} \right]^{1/\lambda} \quad (2.36)$$

where for $\lambda = 0$, $\ln x$ is used instead of x^λ and e^x instead of $x^{1/\lambda}$. The re-expressed mean $\bar{x}_R = \bar{x}_{-1}$ stands for the *harmonic mean*, $\bar{x}_R = \bar{x}_0$ for the *geometric mean*, $\bar{x}_R = \bar{x}_1$ for the *arithmetic mean* and $\bar{x}_R = \bar{x}_2$ for the *quadratic mean*.

Rigorous re-expression of the mean and the variance

(2) For $\lambda \neq 0$ and the Box-Cox transformation, Eq. (2.31), the re-expressed mean \bar{x}_R will be represented by one of the two roots of the quadratic equation

$$\bar{x}_{R,1,2} = [0.5(1 + \lambda \bar{y}) \pm 0.5 \{1 + 2\lambda(\bar{y} + s^2(y)) + \lambda^2(\bar{y}^2 - 2s^2(y))\}^{1/2}]^{1/\lambda} \quad (2.42)$$

which is close to the median $\tilde{x}_{0.5} = g^{-1}(\tilde{y}_{0.5})$. If \bar{x}_R is known, the corresponding variance may be calculated from

$$s^2(x) = \bar{x}^{(-2\lambda+2)} s^2(y) \quad (2.43)$$

Zpětná retransformace rozptylu a intervalu spolehlivosti

(a) Pro speciální případ $\lambda = 0$, tzn. logaritmickou transformaci typu $g(x) = \ln x$, bude

$$\bar{x}_R \approx \exp [\bar{y} + 0.5 s^2(y)]$$

a rozptyl $s^2(x_R) \approx \bar{x}_R^2 s^2(y)$.

(b) Pro případ $\lambda \neq 0$:

$$\bar{x}_{R,1,2} = [0.5(1 + \lambda \bar{y}) \pm 0.5\sqrt{1 + 2\lambda} (\bar{y} + s^2(y)) + \lambda^2(\bar{y}^2 - 2s^2(y))]^{1/\lambda}$$

a rozptyl $s^2(x) = \bar{x}_R^{-2\lambda+2} s^2(y)$.

kde

$$I_D = g^{-1}\left(\bar{y} + G - t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s(y)}{\sqrt{n}}\right)$$

$$I_H = g^{-1}\left(\bar{y} + G + t_{1-\alpha/2}(n-1) \frac{s(y)}{\sqrt{n}}\right)$$

$$G = -0.5 \frac{d^2g(x)}{dx^2} \left(\frac{dg(x)}{dx}\right)^{-2} s^2(y)$$

kde $t_{1-\alpha/2}(n-1)$ je $100(1-\alpha/2)\%$ ní kvantil Studentova rozdělení s (n-1) stupni volnosti.

Rozptyl se vyčíslí

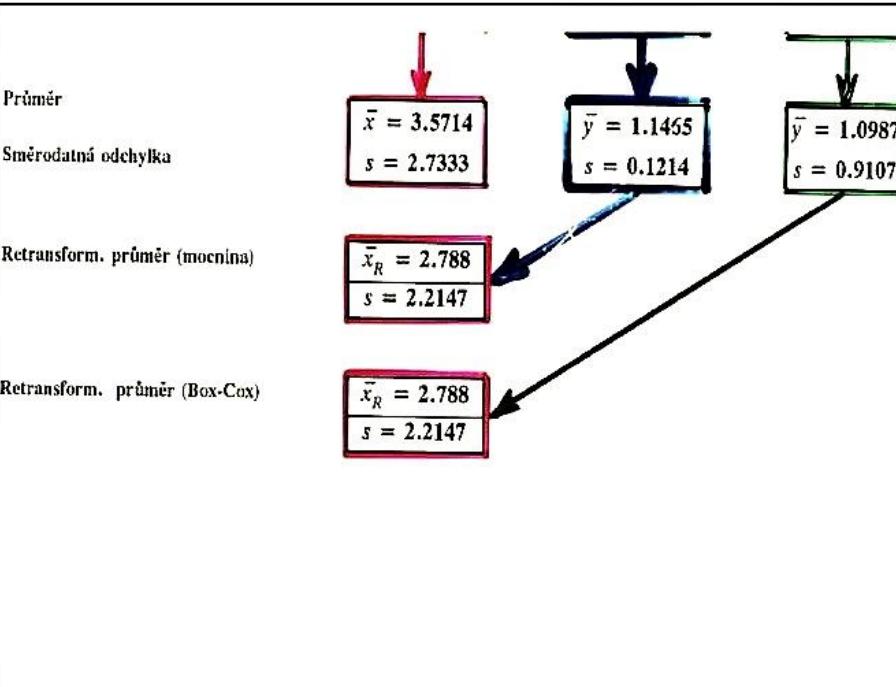
$$s^2(x_R) \approx \left(\frac{dg(x)}{dx}\right)^{-2} s^2(y)$$

kde derivace jsou vyčísleny v bodě $x = \bar{x}_R$.

100(1 - α)%ní interval spolehlivosti se vyčíslí dle

$$\bar{x}_R - I_D \leq \mu \leq \bar{x}_R + I_H$$

Schema mocninné a Box-Coxovy transformace		
x	y (mocninná)	y (Box-Cox)
0.5	0.9117	-0.6621
0.9	0.9861	-1.0462
1.0	1.0000	0.0000
1.0	1.0000	0.0000
1.1	1.0128	0.0959
1.3	1.0356	0.2670
1.5	1.0556	0.4166
1.5	1.0556	0.4166
1.8	1.0815	0.6114
1.9	1.0893	0.6701
2.0	1.0968	0.7262
2.0	1.0968	0.7262
2.7	1.1416	1.0620
3.2	1.1678	1.2582
3.2	1.1678	1.2582
3.3	1.1726	1.2942
3.3	1.1726	1.2942
3.6	1.1862	1.3968
5.2	1.2459	1.8439
5.5	1.2552	1.9140
5.5	1.2552	1.9140
6.0	1.2699	2.0239
6.0	1.2699	2.0239
7.0	1.2962	2.2217
8.0	1.3195	2.3963
8.0	1.3195	2.3963
11.5	1.3849	2.8869



Re-Transformace...

$$\bar{y}, s^2(y), \bar{y} \pm t_{1-\alpha/2}(n-1) \cdot s(y)/\sqrt{n}$$

1. Nekorektní přístup:

$$\bar{x}_R = \bar{x}_\lambda = \left[\frac{\sum_{i=1}^n x_i^\lambda}{n} \right]^{1/\lambda}$$

- $\bar{x}_R = \bar{x}_{-1}$ představuje *harmonický průměr*,
- $\bar{x}_R = \bar{x}_0$ představuje *geometrický průměr*,
- $\bar{x}_R = \bar{x}_1$ představuje *aritmetický průměr*,
- $\bar{x}_R = \bar{x}_2$ představuje *kvadratický průměr*.

2. Korektní přístup: z Taylorova rozvoje funkce $y = g(x)$ v okolí \bar{y} ,

$$\bar{x}_R \approx g^{-1} \left[\bar{y} - \frac{1}{2} \frac{d^2 g(x)}{dx^2} \left(\frac{dg(x)}{dx} \right)^{-2} s^2(y) \right]$$

$$\text{Pro rozptyl vyjde } s^2(x_R) \approx \left(\frac{dg(x)}{dx} \right)^{-2} s^2(y).$$

Problem 2.26 EDA in determination of trace copper in kaolin

Task: Trace copper was determined in a standard sample of kaolin, and the values were arranged in increasing order. Examine the type of sample distribution and decide what type of measures of location and spread should be used.

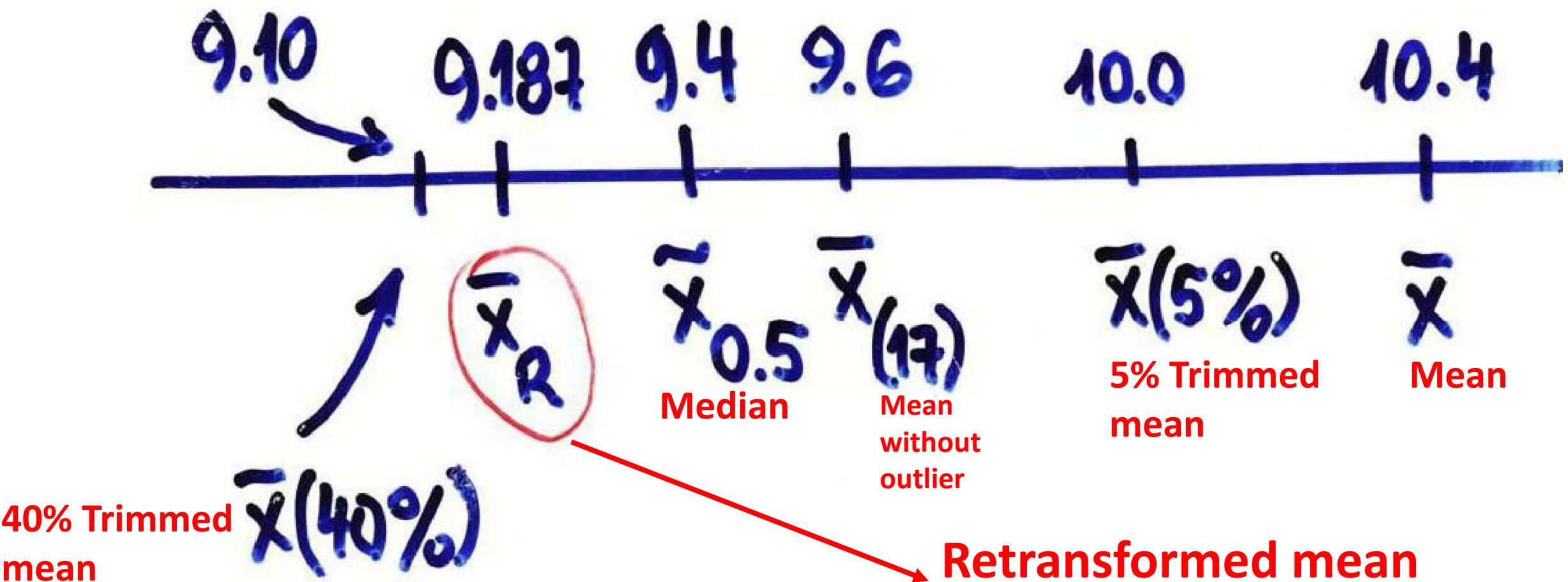
Data: copper concentration [ppm]; $n = 17$,

4, 5, 7, 7, 7, 8, 8.3, 8.4, 9.4, 9.5, 10, 10.5, 12, 12.8, 13, 22, 23.

Program: CHEMSTAT: Basic statistics: Exploratory data analysis.

Conclusion:

The best estimate of the mean value



Horn's procedure for $4 \leq n \leq 20$

Procedure based on order statistics.

- 1) Write the table of **order statistics**.
- 2) The **pivot depth** is expressed by $H_L = \text{int}[(n + l)/2]/2$ or $H_L = \text{int}[(n + l)/2 + l]/2$ according to which of the H_L is an integer.
- 3) The **lower pivot** is $x_L = x_{(H)}$ and the **upper** one is $x_U = x_{(n+1-H)}$.
- 4) The estimate of the parameter of location is then expressed by the **pivot half sum**

$$P_L = 0.5(x_L + x_U)$$

- 5) The estimate of the parameter of spread is expressed by the
pivot range

$$R_L = x_U - x_L$$

- 6) The **random variable**

$$T_L = \frac{P_L}{R_L} = \frac{x_L + x_U}{2(x_U - x_L)}$$

has approximately a symmetric distribution and its quantiles are given in Table.

- 7) The **95% confidence interval** of the mean is expressed by pivot statistics as

$$P_L - R_L t_{L,0.975}(n) \leq \mu \leq P_L + R_L t_{L,0.975}(n)$$

Table :The quantile $t_{L,1-\alpha}(n)$ of the Horn-distribution

$1 - \alpha$ N	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
4	0.477	0.555	0.738	1.040	1.331
5	0.869	1.370	2.094	3.715	5.805
6	0.531	0.759	1.035	1.505	1.968
7	0.451	0.550	0.720	0.978	1.211
8	0.393	0.469	0.564	0.741	0.890
9	0.484	0.688	0.915	1.265	1.575
10	0.400	0.523	0.668	0.878	1.051
11	0.363	0.452	0.545	0.714	0.859
12	0.344	0.423	0.483	0.593	0.697
13	0.389	0.497	0.608	0.792	0.945
14	0.348	0.437	0.525	0.661	0.776
15	0.318	0.399	0.466	0.586	0.685
16	0.299	0.374	0.435	0.507	0.591
17	0.331	0.421	0.502	0.637	0.774
18	0.300	0.380	0.451	0.555	0.650

Exercise B3.01 Estimate of median value of haptoglobin in human blood serum (Horn)

The concentration of haptoglobin in human blood serum was measured in eight adult individuals. Calculate estimates for median value, parameter of variance, and 95% interval of reliability of median value. Examine whether this sample comes from a logarithmic-normal distribution. Also apply Horn's procedure (pg. 51 in [14]).

Data: Concentration of haptoglobin [g. l⁻¹] in human blood serum:

1.82, 3.32, 1.07, 1.27, 0.49, 3.79, 0.15, 1.98.

1. Order statistics:

i	1	2	3	4	5	6	7	8
x ₍₁₎	0.15	0.49	1.07	1.27	1.82	1.98	3.32	3.79

2. Depth of pivot:

$$n = 8,$$

$$H = \text{integer} \frac{\frac{n+1}{2} + 1}{2} = \text{int}(2.75) \approx 2$$

3. Lower and upper pivot:

$$\begin{aligned}x_D &= x_{(H)} = \\x_H &= x_{(n+1-H)} =\end{aligned}\quad\quad\quad\begin{aligned}x_{(2)} &= 0.49 \\x_{(7)} &= 3.32\end{aligned}$$

4. $P_L = \frac{x_D + x_H}{2} =$ **$= 1.905$**

5. $R_L = x_H - x_D =$ **$3.32 - 0.49 = 2.83$**

6. 95% $t_{L, 1-\alpha/2} = 0.564$

$$P_L - R_L t_{L, 1-\alpha/2}(n) \leq \mu \leq P_L + R_L t_{L, 1-\alpha/2}(n)$$

$$1.905 - 2.83 \times 0.564 \leq \mu \leq 1.905 + 2.83 \times 0.564$$

$$\mathbf{0.31 \leq \mu \leq 3.50}$$

Hornův postup u malých výběrů

Analýza malých výběrů

- Závěry jsou vždy zatíženy značnou mírou nejistoty.
- Malých rozsahů jen tam, kde není možné zvýšit počet.

n = 2: 100(1 - α)%ní konfidenční interval střední hodnoty

$$\frac{x_1 + x_2}{2} - T_{\alpha} \frac{|x_1 - x_2|}{2} \leq \mu \leq \frac{x_1 + x_2}{2} + T_{\alpha} \frac{|x_1 - x_2|}{2}$$

- pro normální rozdělení $T_{\alpha} = \text{cotg}(\alpha \pi / 2)$, $T_{0.05} = 12.71$,
- pro rovnoramenné rozdělení $T_{\alpha} = 1/\alpha - 1$, tj. $T_{0.05} = 19$.

n = 3: 100(1 - α)%ní konfidenční interval střední hodnoty

$$\bar{x} - T'_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{3}} \leq \mu \leq \bar{x} + T'_{\alpha} \frac{s}{\sqrt{3}}$$

- pro normální rozdělení je $T'_{\alpha} \approx 1/\sqrt{\alpha} - 3\sqrt{\alpha}/4$..., $T'_{\alpha} = 4.30$.
- pro rovnoramenné rozdělení je $T'_{0.05} = 5.74$,

odhadem parametru rozptýlení pivotové rozpětí:

$$R_L = x_H - x_D$$

Náhodná veličina k testování

$$T_L = \frac{P_L}{R_L} = \frac{x_D + x_H}{2(x_H - x_D)}$$

má přibližně symetrické rozdělení, jehož vybrané kvantily jsou v tabulce.

95%ní interval spolehlivosti střední hodnoty se vypočte

$$P_L - R_L t_{L,0.975}(n) \leq \mu \leq P_L + R_L t_{L,0.975}(n)$$

4 ≤ n ≤ 20, (Hornův postup):

je založený na pořádkových statistikách.

Hloubka pivotu je $H = (\text{int}((n+1)/2))/2$
nebo $H = (\text{int}((n+1)/2 + 1))/2$,

Dolní pivot je $x_D = x_{(H)}$ a **horní pivot** $x_H = x_{(n+1-H)}$.

Odhadem parametru polohy je pivotová polosuma

$$P_L = \frac{x_D + x_H}{2}$$

Tabulka 3.11 Kvantily $t_{L,1-\alpha}(n)$ rozdělení T_L

n	1 - α	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
4		0.477	0.555	0.738	1.040	1.331
5		0.869	1.370	2.094	3.715	5.805
6		0.531	0.759	1.035	1.505	1.968
7		0.451	0.550	0.720	0.978	1.211
8		0.393	0.469	0.564	0.741	0.890
9		0.484	0.688	0.915	1.265	1.575
10		0.400	0.523	0.668	0.878	1.051
11		0.363	0.452	0.545	0.714	0.859
12		0.344	0.423	0.483	0.593	0.697
13		0.389	0.497	0.608	0.792	0.945
14		0.348	0.437	0.525	0.661	0.776
15		0.318	0.399	0.466	0.586	0.685
16		0.299	0.374	0.435	0.507	0.591
17		0.331	0.421	0.502	0.637	0.774
18		0.300	0.380	0.451	0.555	0.650
19		0.288	0.361	0.423	0.502	0.575
20		0.266	0.337	0.397	0.464	0.519

Vzorová úloha Hornova postupu:

Úloha C3.11 Test správnosti koncentrace tenzidů (Horn)

Standardní vzorek obsahuje 2.5 mg/l anionaktivních tenzidů. Aplikujte i Hornův postup. Testujte, zda výsledky koncentrace standardu jsou správné. Jde o symetrické rozdělení?

Data: Koncentrace tenzidů [mg/l]: 2.36 2.40 2.48 2.50 2.57 2.62 2.68

[Výsledky: Gauss. rozd., $\bar{x} = 2.52$, $\bar{x}_R = 2.51$, $\bar{x}_{0.5} = 2.50$, $s = 0.12$, $\hat{g}_1 = 0.04$, $\hat{g}_2 = 1.78$, $2.41 < \bar{x} < 2.62$]

Hornův postup:

1. Pořádkové statistiky:

i	1	2	3	4	5	6	7
$x_{(i)}$	2.36	2.40	2.48	2.50	2.57	2.62	2.68

2. Hloubka pivotu:

$n = 7$, liché

$$H = \text{integer} \frac{\frac{n+1}{2}}{2} = \text{int}(2.0) \approx 2$$

3. Pivoty:

Dolní pivot $x_D = x_{(H)} =$

Horní pivot $x_H = x_{(n+1-H)} =$

$x_{(2)} = 2.40$

$x_{(6)} = 2.62$

4. Pivotová polosuma $P_L = \frac{x_D + x_H}{2} = 2.51$

5. Pivotové rozpětí $R_L = x_H - x_D = 2.62 - 2.40 = 0.22$

6. 95%ní interval spolehlivosti střední hodnoty μ : $t_{L, 1-\alpha/2}(7) = 0.720$

$$P_L - R_L t_{L, 1-\alpha/2}(n) \leq \mu \leq P_L + R_L t_{L, 1-\alpha/2}(n)$$

$$2.51 - 0.22 \times 0.72 \leq \mu \leq 2.51 + 0.22 \times 0.72$$

$$2.35 \leq \mu \leq 2.67$$

Procedure for univariate data analysis

(A) Exploratory data analysis (EDA):

Examination of the symmetry and shape of sample distribution;
Indication of local concentrations of the sample elements;
Detection of outliers and suspicious points in the sample;
Estimation of sample distribution; and
Power and Box-Cox transformations of the data.

(B) Confirmatory analysis of assumptions about the data:

Examination for minimum sample size;
Examination for independence of sample elements;
Testing for normality of sample distribution;
Testing for sample homogeneity.

1) EDA...

2) Assumptions...

3) Transformation...

UNIVARIATE DATA ANALYSIS

1st stage: EXPLORATORY DATA ANALYSIS (EDA)

EDA is "detective work" which indicates certain statistical features and patterns of data (symmetry, kurtosis, dispersion, outliers, etc.) by the distribution-free technique.

1. EDA DIAGNOSTIC PLOTS AND DISPLAYS: Quantile plot, Jittered dot diagram, Box-and-whisker plot, Midsum plot, Symmetry plot, Kurtosis plot, Differential quantile plot, Quantile-box plot.

2. EXAMINING A SAMPLE DISTRIBUTION: Q-Q plot, Rankit plot, Conditioned rankit plot.

3. DATA TRANSFORMATION: Power and Box-Cox transformations.

2nd stage: CONFIRMATORY DATA ANALYSIS (CDA)

CDA is judicial in nature and tests four basic assumptions about data. CDA determines parameters of location, spread and distribution shape.

1. TEST OF BASIC ASSUMPTIONS ABOUT DATA

- (a) A test for minimal sample size
- (b) A test for independence of sample elements
- (c) A test for homogeneity of sample
- (d) A test for normality

2. CONSTRUCTION OF PROBABILITY DENSITY FUNCTION:

Stem-and-leaf display, Kernel estimation of probability density, Histogram, Frequency polygon, Bar chart, Rootogram.

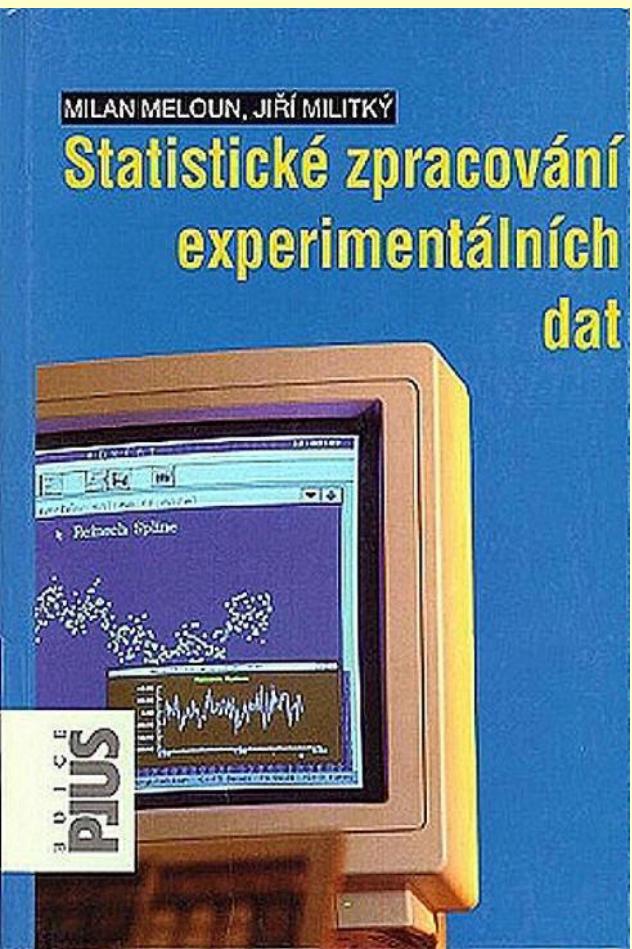
3. POINT ESTIMATES FOR PARAMETERS OF LOCATION, SPREAD AND SHAPE

4. INTERVAL ESTIMATES FOR PARAMETERS OF LOCATION AND SPREAD

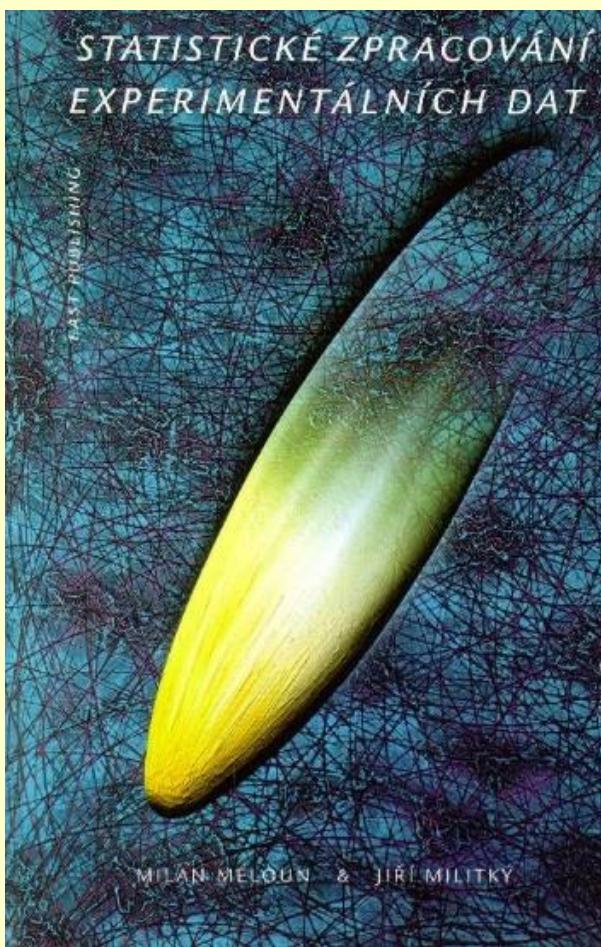
Jan Amos Komenský: **Velká didaktika** (1592 – 1670)

“Knihy, jako největší přátelé, rády s námi upřímně, jasně a bez přetvářky hovoří, poučují nás, dávají nám návody, povzbuzují nás a předvádějí i věci našemu zraku velmi vzdálené.“

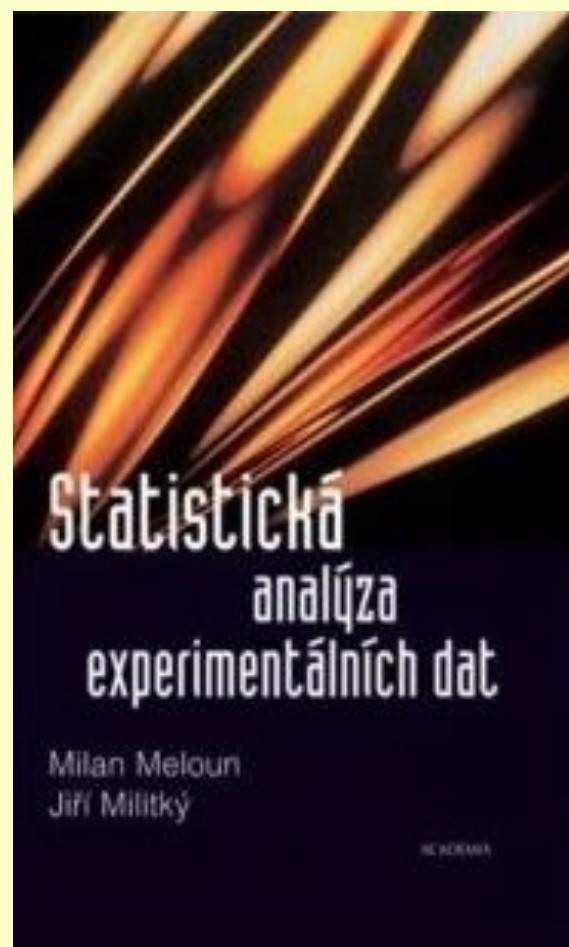
Doporučené naše učebnice



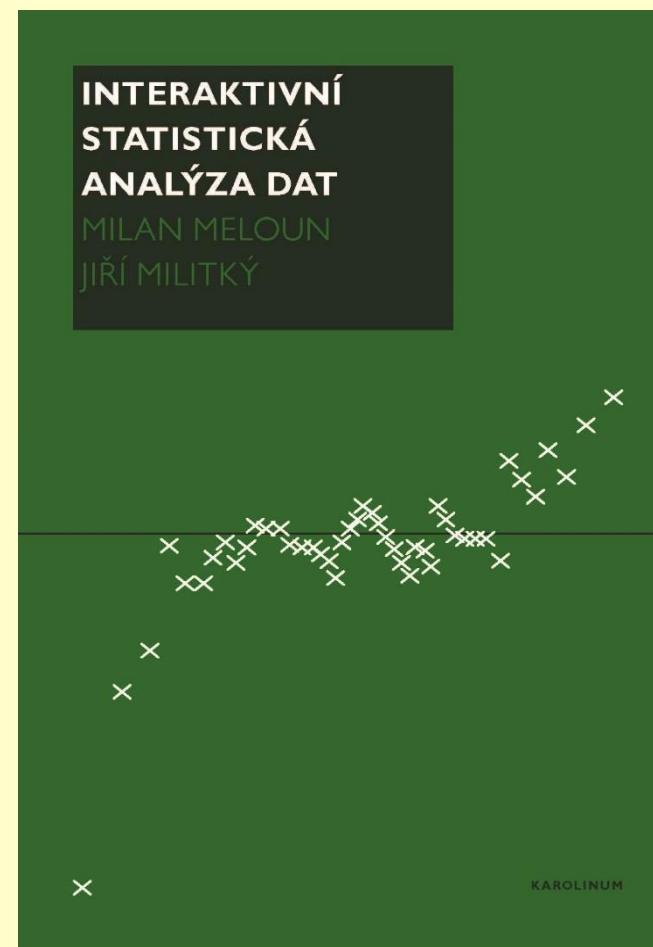
1. vydání 1994



2. vydání 1998



3. vydání 2004

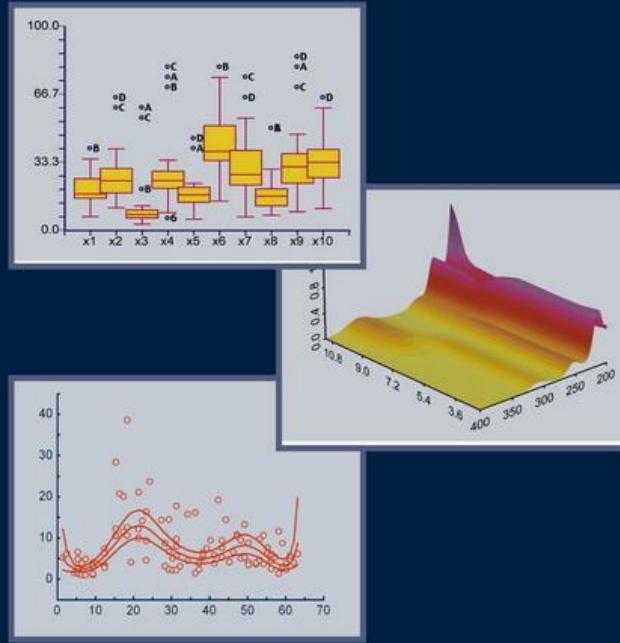


4. vydání 2012

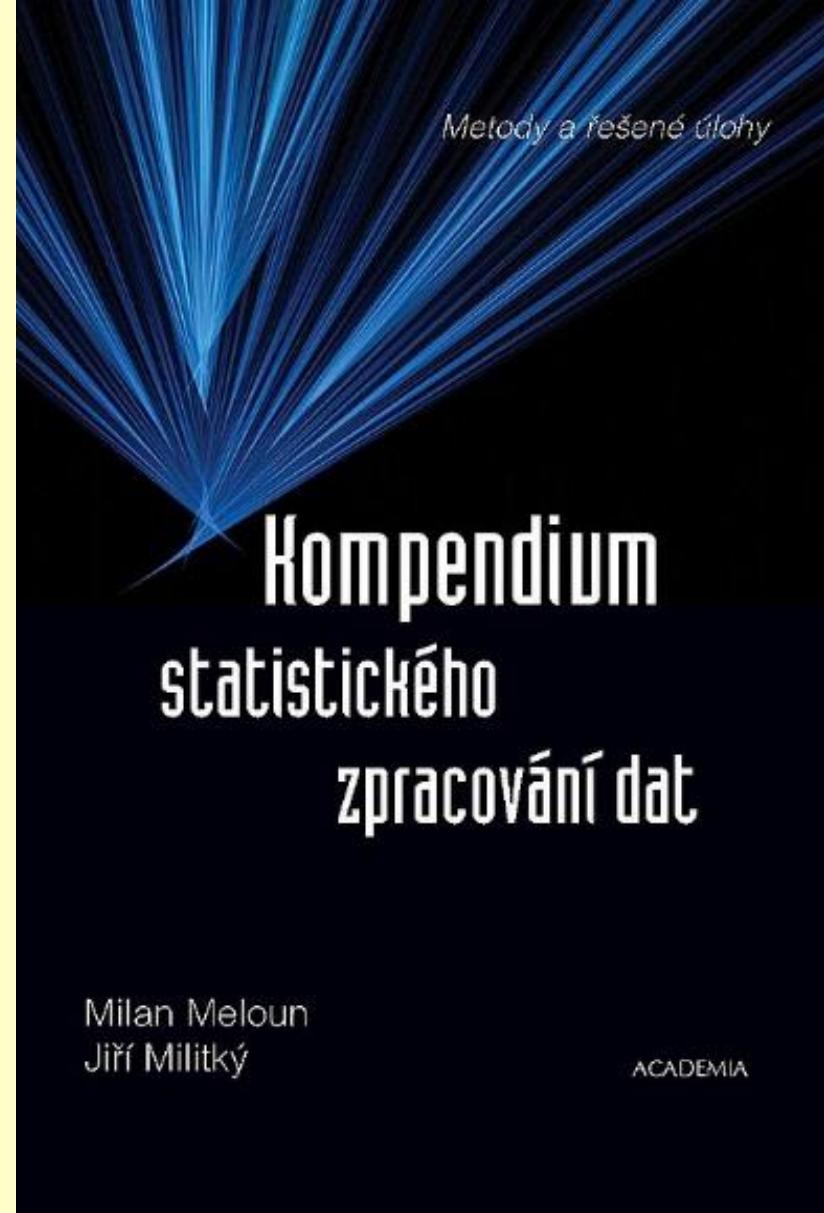
MILAN MELOUN • JIŘÍ MILITKÝ • ACADEMIA

KOMPENDIUM STATISTICKÉHO ZPRACOVÁNÍ DAT

METODY A ŘEŠENÉ ÚLOHY VČETNĚ CD



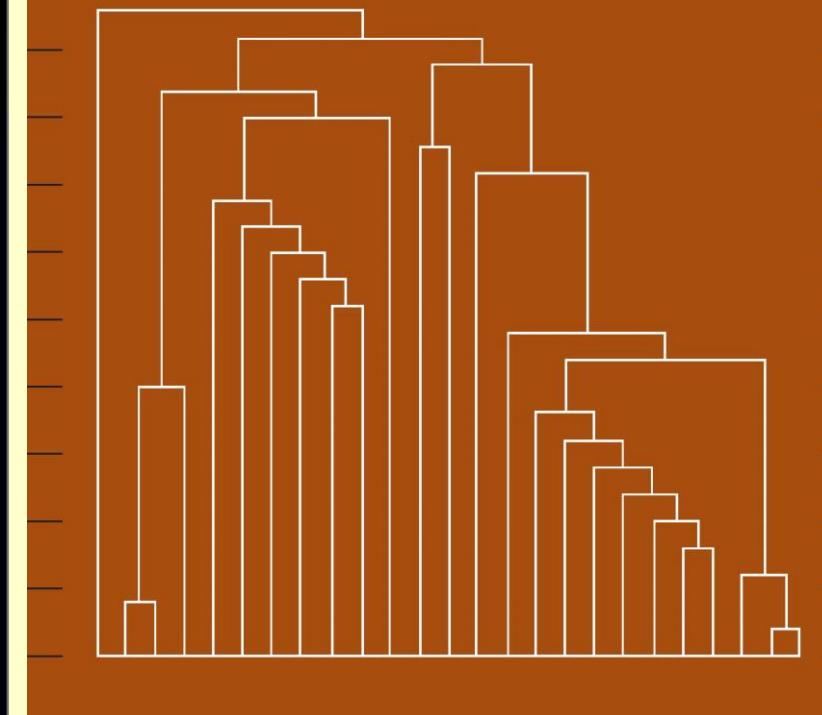
1. vydání 2002



2. vydání 2006



3. vydání 2012



Recommended our textbooks in English

ELLIS HORWOOD SERIES IN ANALYTICAL CHEMISTRY

CHEMOMETRICS FOR ANALYTICAL CHEMISTRY

Volume 1: PC-aided statistical data analysis

Milan Meloun, Jiří Militký and Michele Forina



1. vydání 1992

ELLIS HORWOOD SERIES IN ANALYTICAL CHEMISTRY

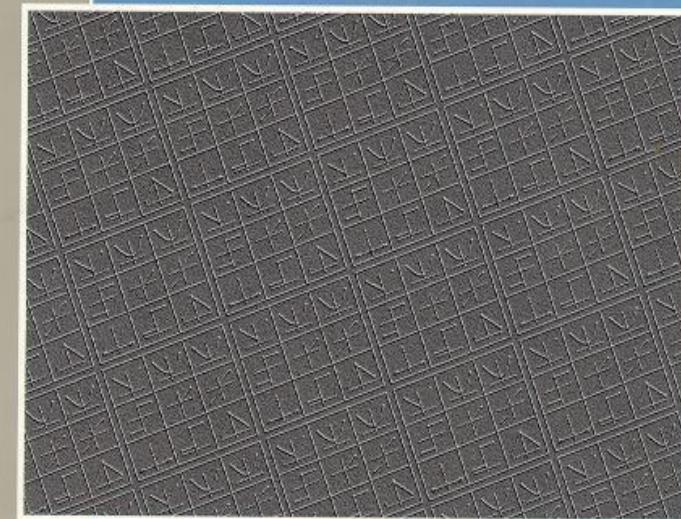
CHEMOMETRICS FOR ANALYTICAL CHEMISTRY

Volume 2
PC-aided regression and related methods

M. Meloun, J. Militký and M. Forina

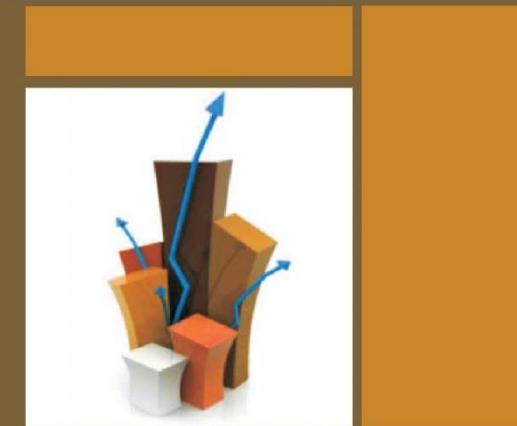
Translation editors:

Mary R. Masson and Sussen Mathews



1. vydání 1994

WOODHEAD PUBLISHING INDIA IN MATERIALS



Statistical Data Analysis

A Practical Guide
with 1250 exercises and answer key on CD

Milan Meloun and Jirí Militký

WPI

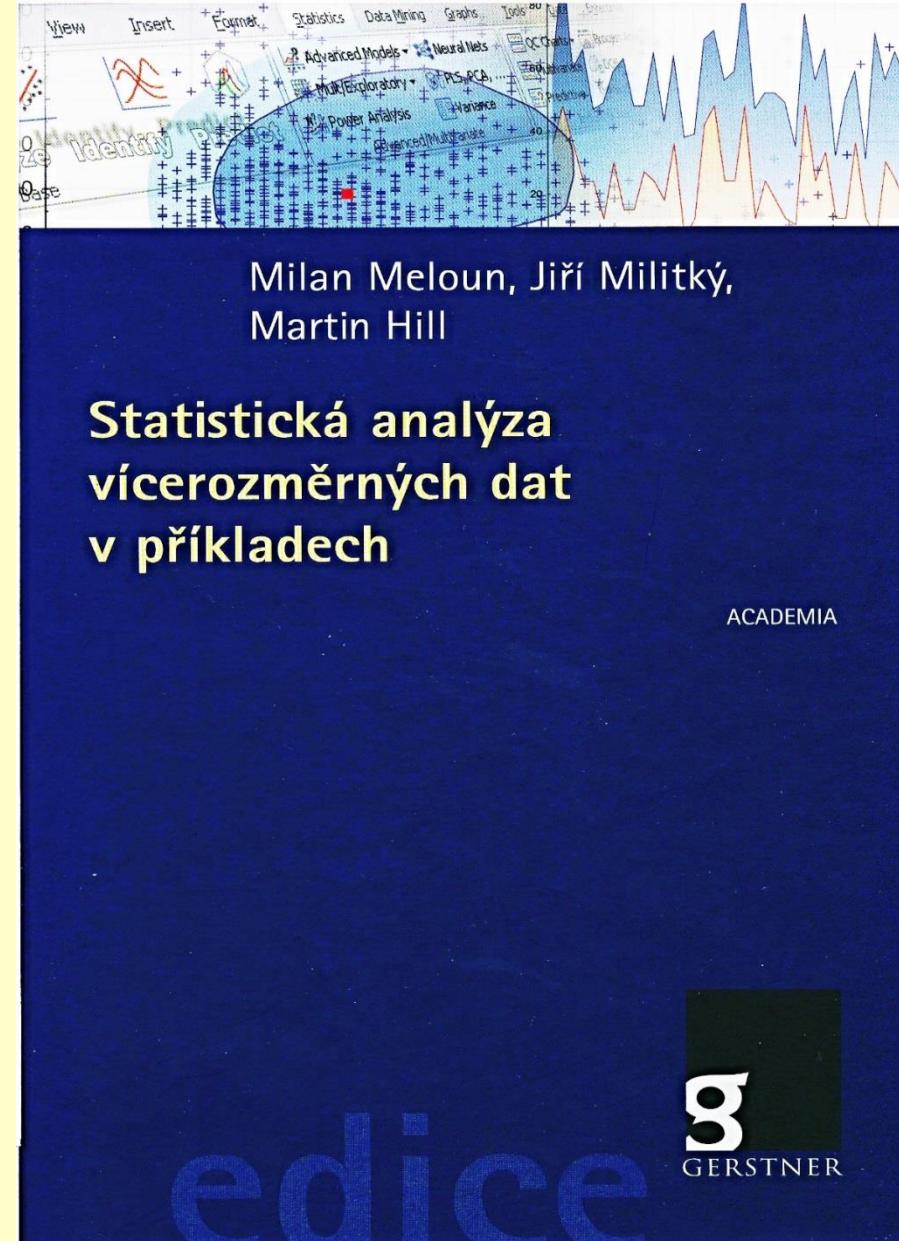
1. vydání 2011

Počítačová analýza vícerozměrných dat v příkladech

Milan Meloun
Jiří Militký
Martin Hill

ACADEMIA

1. vydání 1998



2. vydání 2012

Klikni na http://meloun.upce.cz

Milan Meloun
Profesor analytické chemie and chemometrie na Univerzitě Pardubice.



Vítejte na osobních stránkách
Prof. RNDr. Milana Melouna, DrSc., profesora analytické chemie a chemometrie na Univerzitě Pardubice

Menu

- Domů
- Aktuality
- Životopis
- Výuka
- Výzkum
- Publikace
- Ke stažení
- Fotogalerie
- Užitečné odkazy

Výuka
Blok obsahuje studijní materiály jako slidy přednášek, sylaby ke zkoušce, zkušební otázky, vzorové semestrální práce studentů a doporučenou literaturu k

Výzkum
Blok obsahuje oddíl **Projekty** s názvy grantů a projektů, dále tituly PhD dizertací a názvy diplomových prací ke studiu rovnováh v roztocích. Oddíl **Rovnováhy**

Publikace
Blok obsahuje 6 oddílů publikační aktivity, jako jsou **Kompendium**, **Původní práce**, **Doporučené knihy**, **Konference**, **Patenty** a **Citační index**. Oddíl

a pak kliknout na Výuka

Výuka - Internet Explorer
http://meloun.upce.cz/vyuka

Výuka

Soubor Úpravy Zobrazit Oblíbené položky Nástroje Nápověda

Převést Vybrat

Search Web Mail Bookmarks

Y! Navrhované weby

Upgrade Your Toolbar Now

Milan Meloun
Profesor analyticke chemie and chemometrie na Univerzitě Pardubice.

čs en

Menu

Domů

Aktuality

Životopis

Výuka

Analytická chemie

Chemometrie I.

Chemometrie II.

Chemometrie III.

Metody a vzorové úlohy

Licenční studium - ARISTOTELES, GALILEO

Kurzy

Výzkum

Publikace

Ke stažení

Fotogalerie

Užitečné odkazy

Návštěvnost stránek

Hledat

Kontakt

Výuka (Teaching) čs

“ Když lidé vyučují, sami se učí.
HOMINES, DUM DOCENT, DISCUNT.
— Lucius Annaeus Seneca (4 př. n. l. – 65 n. l.) Epistulae Morales ad Lucilium 7, 8.



Kliknutím se fotografie zvětší na celou obrazovku. Click on this photo to enlarge it.

Analytická chemie (Analytical chemistry) čs



Nabízený učební text **ANALYTICKÁ CHEMIE I** podává uceleně náplň přednášek o teoretických základech chemických metod analytické chemie, kvalitativní a kvantitativní



Děkuji za pozornost!
<http://meloun.upce.cz>

