



SEMESTRÁLNÍ PRÁCE

Plánování experimentu

2005/2006

Ing. Petr Eliáš

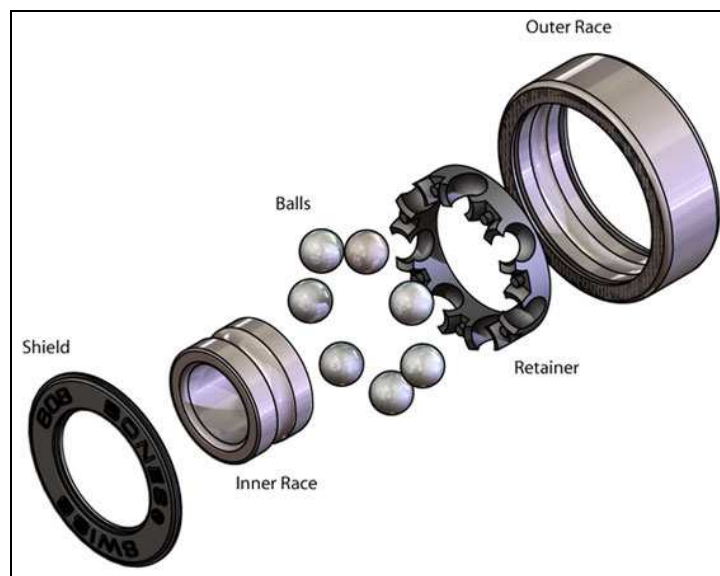


1. NÁVRH NOVÉHO VALIVÉHO LOŽISKA

1.1 Zadání

Při návrhu nového valivého ložiska se v prvotní fázi uvažovalo pouze o změně designu věnečku (parametr x_3). Jako pomocné faktory ovlivňující životnost ložiska (hodnota y) byla zvolena konstrukce vnějšího prstence (parametr x_2) a tepelné zpracování vnitřního prstence (parametr x_1).

Při zkouškách bylo použito techniky plánovaného experimentu, pro každou sérii proměnných bylo provedeno 1 měření. Každý z faktorů byl použit při 2 úrovních, pro jednoduchost označených kódem -1 (starý) a 1 (nový). Předložená data vyhodnoťte s použitím libovolného softwaru.



1.2 Data

Tepelné zpracování vnitřního prstence	Konstrukce vnějšího prstence	Design věnečku	Životnost
x_1	x_2	x_3	y
1	1	1	128
1	1	-1	85
1	-1	1	16
1	-1	-1	26
-1	1	1	21
-1	1	-1	25
-1	-1	1	19
-1	-1	-1	17

Soubor s daty: Planovani_experimentu_vypocty.xls

Použitý software: MS Excel 2003

1.3 Řešení

1.3.1 Manuální výpočet

Prve je potřeba do tabulky faktorů doplnit sloupce popisující jejich jednotlivé interakce. Pokud jednotlivé faktory nabývají hodnot stejného znaménka, interakce bude +1, pokud je u jednoho z faktorů znaménko záporné, interakce bude -1. Vše je patrné z tab. I.

Tab I Struktura faktorů a jejich interakcí

x_1	x_2	x_3	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$	y
1	1	1	1	1	1	128
1	1	-1	1	-1	-1	85
1	-1	1	-1	1	-1	16
1	-1	-1	-1	-1	1	26
-1	1	1	-1	-1	1	21
-1	1	-1	-1	1	-1	25
-1	-1	1	1	-1	-1	19
-1	-1	-1	1	1	1	17

Následně se spočtou efekty jednotlivých faktorů a interakce. Níže jsou uvedeny vzorové výpočty pro efekty faktoru x_1 a x_2 , analogicky jsou vypočítány i efekty ostatních faktorů a interakce. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 2.

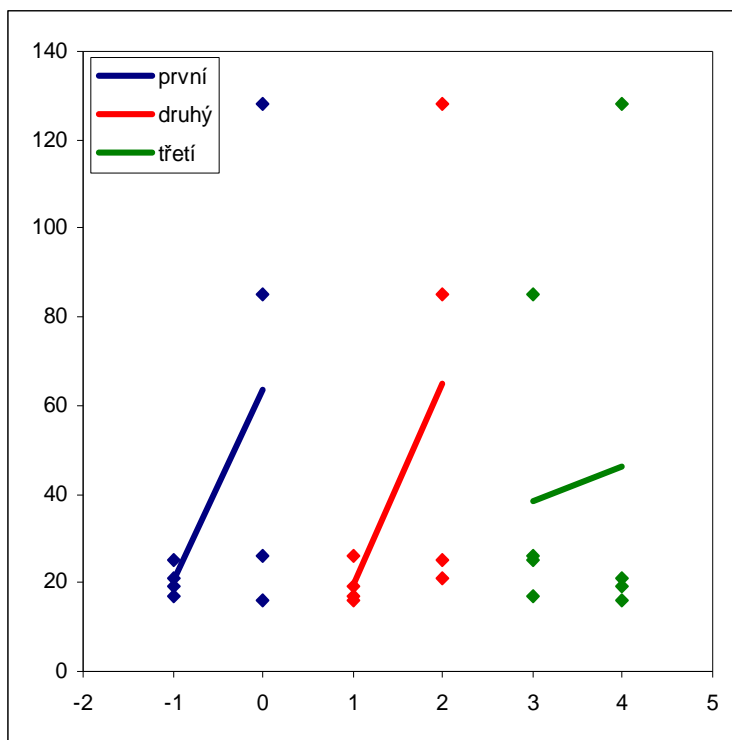
$$\text{efekt}_{x_1} = \frac{1 \times 128 + 1 \times 85 + 1 \times 16 + 1 \times 26 - 1 \times 21 - 1 \times 25 - 1 \times 19 - 1 \times 17}{8}$$

$$\text{efekt}_{x_2} = \frac{1 \times 128 + 1 \times 85 - 1 \times 16 - 1 \times 26 + 1 \times 21 + 1 \times 25 - 1 \times 19 - 1 \times 17}{8}$$

Tab. II Efekty faktorů a interakce

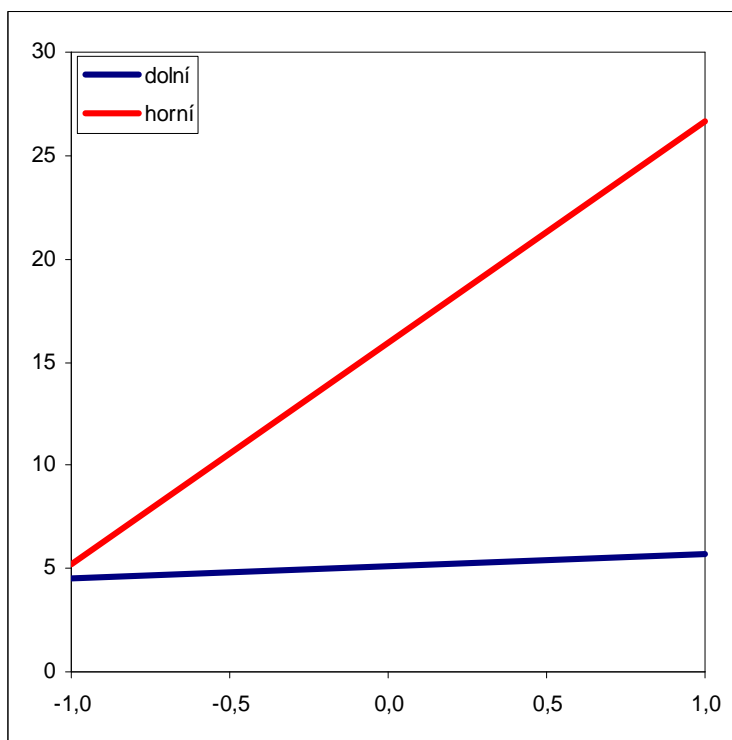
Efekty			Interakce		
x_1	x_2	x_3	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_3$	$x_2 \cdot x_3$
21,625	22,625	3,875	20,125	4,375	5,875

Efekty hlavních faktorů vyneseme do grafu (obr. 1). Je patrné, že efekt faktoru x_3 závisí na úrovních faktorů x_1 a x_2 . Z důvodu přehlednosti je záměrně proveden posun graf. vyjádření efektů x_2 a x_3 ve směru kladné poloosy x .

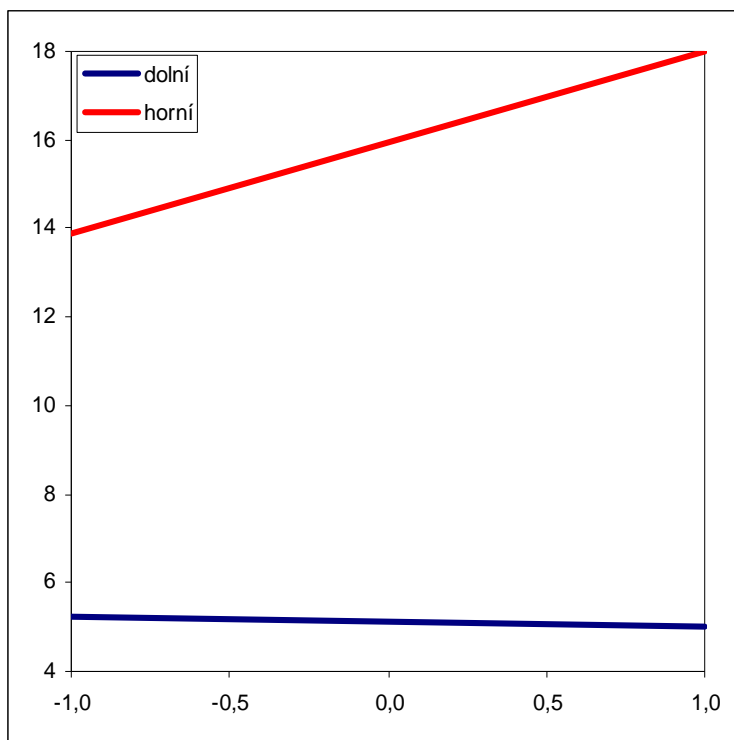


Obr. 1 Hlavní efekty

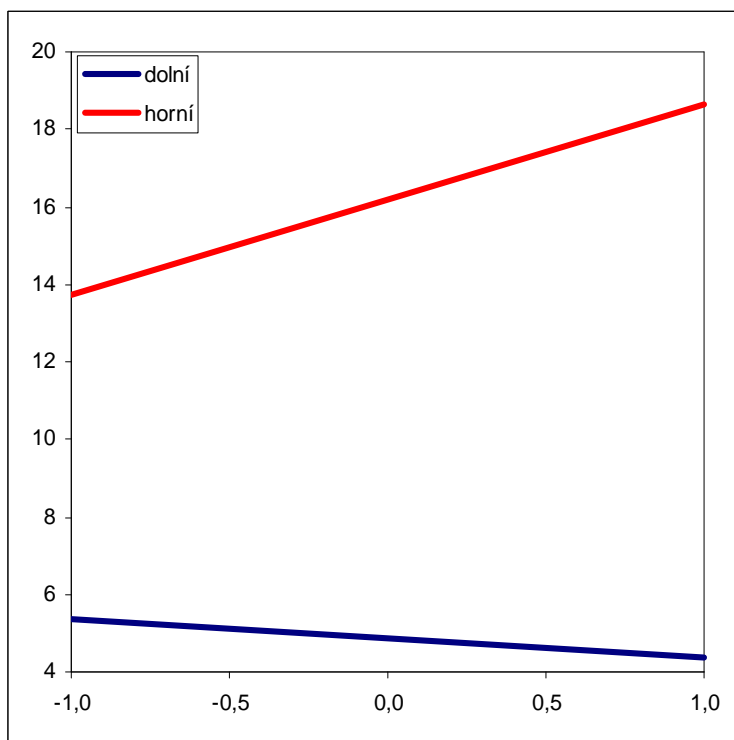
Obdobně lze graficky vyjádřit i interakce (obr. 2, 3, 4, 5). U grafu párových interakcí je stejně jako u grafu hlavních efektů proveden z důvodu přehlednosti posun jednotlivých řad ve směru kladné poloosy x.



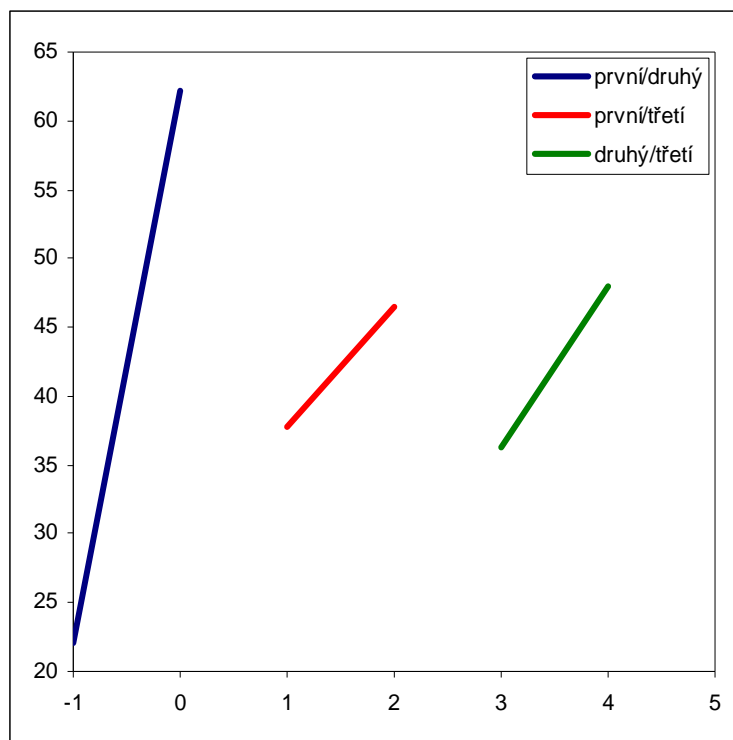
Obr. 2 Graf interakce 1-2



Obr. 3 Graf interakce 1-3



Obr. 4 Graf interakce 2-3



Obr. 5 Párové interakce

Za předpokladu aditivity jednotlivých efektů a interakcí představují jejich spočtené hodnoty koeficienty regresního modelu. Absolutní člen je průměrem ze všech pozorování. Model má tedy tvar:

$$y = 42,125 + 21,625 \cdot x_1 + 22,625 \cdot x_2 + 3,875 \cdot x_3 + 20,125 \cdot x_1 \cdot x_2 + 4,375 \cdot x_1 \cdot x_3 + 5,875 \cdot x_2 \cdot x_3$$

Na základě těchto informací lze spočítat predikované hodnoty životnosti ložiska a srovnat je s experimentálně naměřenými.

Tab. III Experimentální a vypočtená životnost ložiska (všechny parametry)

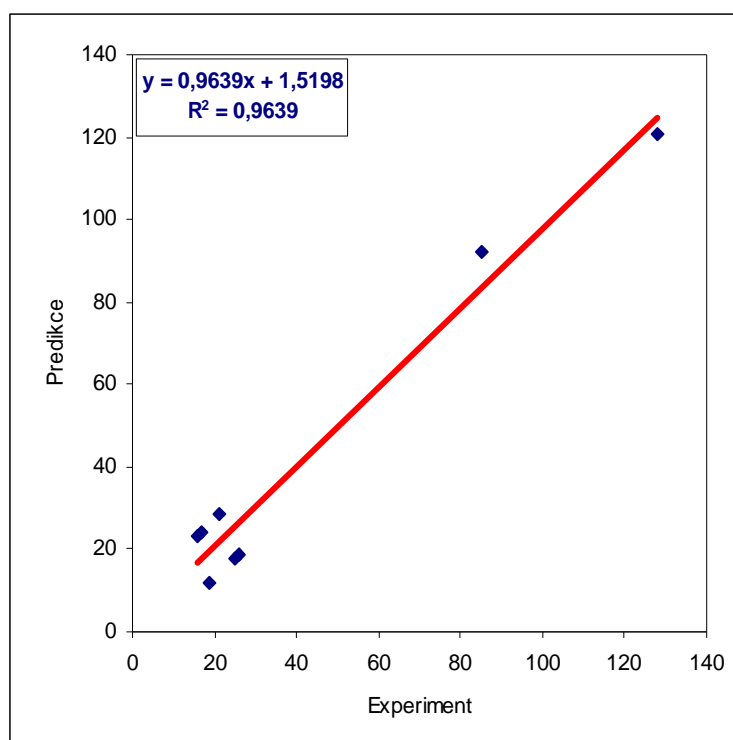
Y_{naměřené}	128,000	85,000	16,000	26,000	21,000	25,000	19,000	17,000
Y_{predikované}	120,625	92,375	23,375	18,625	28,375	17,625	11,625	24,375

Z obr. 6 je patrná relativně dobrá shoda experimentálních a vypočtených hodnot životnosti ložiska. Model jako celek se jeví významný. K ověření významnosti jednotlivých členů použijeme polonormální graf (obr. 7). Absolutní hodnoty spočtených efektů a interakcí seřadíme vzestupně, spočteme podle rovnice

$$P_i = 0,5 + \frac{0,5 \times i}{N + 1},$$

kde P_i je kvantil polonormálního rozdělení
 i je pořadí členu podle absolutní hodnoty
 N je počet členů v modelu

kvantily polonormálního rozdělení a vše (viz tab. IV) vyneseme do grafu.



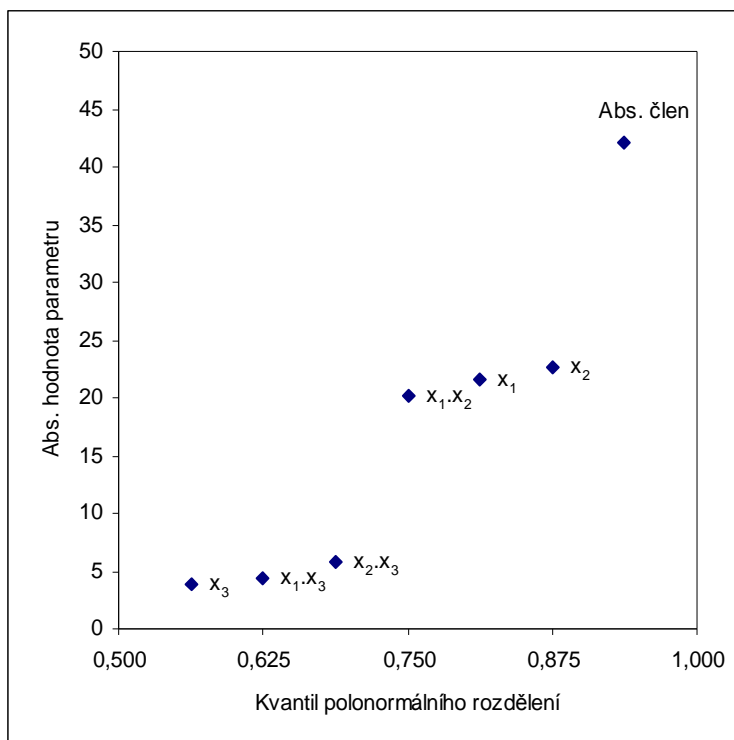
Obr. 6 Experiment. životnosti vs. predikované hodnoty (všechny parametry)

Tab. IV Data pro polonormální graf

Pořadí	Proměnná	Hodnota	Kvantil polonorm. rozdělení
1	C	3,875	0,563
2	AC	4,375	0,625
3	BC	5,875	0,688
4	AB	20,125	0,750
5	A	21,625	0,813
6	B	22,625	0,875
7	Abs. člen	42,125	0,938

Z polonormálního grafu (obr. 7) je patrné, že v modelu má význam absolutní člen, parametry x_1 , x_2 a rovněž jejich interakce $x_1 \cdot x_2$. V tab. V a obr. 8 jsou shrnuty výsledky výpočtu životnosti ložiska pomocí modelu obsahujícího jen významné členy (analogie tab. III a obr. 6), který má tvar:

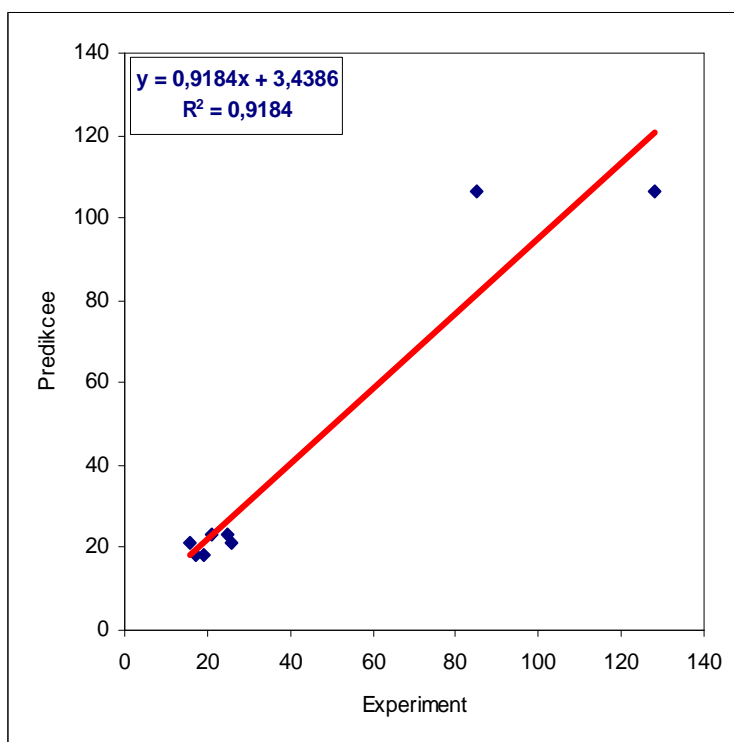
$$y = 42,125 + 21,625 \cdot x_1 + 22,625 \cdot x_2 + 20,125 \cdot x_1 \cdot x_2$$



Obr. 7 Polonormální graf

Tab. V Experimentální a vypočtená životnost ložiska (významné parametry)

Y_{naměřené}	128,000	85,000	16,000	26,000	21,000	25,000	19,000	17,000
Y_{predikované}	106,500	106,500	21,000	21,000	23,000	23,000	18,000	18,000



Obr. 8 Experiment. životnosti vs. predikované hodnoty (významné parametry)

Srovnáním obrázků 6 a 8 docházíme k závěru, že predikční schopnost modelu zůstává i po odstranění nevýznamných členů dobrá, čímž se potvrzují informace plynoucí z polonormálního grafu.

1.3.2 Automatický výpočet

Pro srovnání byl proveden výpočet s pomocí MS Excel (doplňek Analýza dat), a to jak pro model se všemi parametry, tak i pro model po odstranění parametrů indikovaných polonormálním grafem jako nevýznamné (redukovaný model).

1.3.2.1 Automatický výpočet pro model se všemi parametry

Výpočet byl proveden na hladině významnosti 0,05.

Tab. VI Automatický výpočet MS Excel pro model se všemi parametry

Regresní statistika					
Násobné R	0,982				
Hodnota spolehlivosti R	0,964				
Nastavená hodnota spolehlivosti R	0,747				
Chyba stř. hodnoty	20,860				
Pozorování	8				
ANOVA					
	<i>Rozdíl</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Význam. F</i>
Regrese	6	11625,750	1937,625	4,453	0,348
Rezidua	1	435,125	435,125		
Celkem	7	12060,875			
Parametry regrese					
<i>Parametr</i>	<i>Koeficienty</i>	<i>Chyba stř. h.</i>	<i>t_{stat}</i>	<i>Hodnota P</i>	
Hranice	42,125	7,375	5,712	0,110	
x ₁	21,625	7,375	2,932	0,209	
x ₂	22,625	7,375	3,068	0,201	
x ₃	3,875	7,375	0,525	0,692	
x ₁ .x ₂	20,125	7,375	2,729	0,224	
x ₁ .x ₃	4,375	7,375	0,593	0,659	
x ₂ .x ₃	5,875	7,375	0,797	0,572	

Hodnoty parametrů regrese spočtené pomocí zvoleného softwaru i ty získané manuálním výpočtem se shodují. V automatickém výstupu je možno si povšimnout, že na základě výsledků statistického testování se model jako celek jeví statisticky nevýznamný (viz hodnota „významnost F“), rovněž žádný z parametrů regrese není statisticky významný (viz hodnoty $P > 0,05$).

1.3.2.2 Automatický výpočet pro redukovaný model

Výpočet byl proveden na hladině významnosti 0,05.

Tab. VII Automatický výpočet MS Excel pro redukovaný model

Regresní statistika					
Násobné R	0,958				
Hodnota spolehlivosti R	0,918				
Nastavená hodnota spolehlivosti R	0,857				
Chyba stř. hodnoty	15,688				
Pozorování	8				
ANOVA					
	<i>Rozdíl</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Význam. F</i>
Regrese	3	11076,375	3692,125	15,001	0,012
Rezidua	4	984,500	246,125		
Celkem	7	12060,875			
Parametry regrese					
<i>Parametr</i>	<i>Koeficienty</i>	<i>Chyba stř. h.</i>	<i>t_{stat}</i>	<i>Hodnota P</i>	
Hranice	42,125	5,547	7,595	0,002	
x ₁	21,625	5,547	3,899	0,018	
x ₂	22,625	5,547	4,079	0,015	
x ₁ .x ₂	20,125	5,547	3,628	0,022	

Redukovaný model se na základě výsledků statistického testování jeví jako celek statisticky významný (viz „významnost F“), stejně jako všechny jeho parametry (hodnoty P < 0,05).

1.4 Závěr

Analýzou předložených dat bylo zjištěno, že na životnost valivého ložiska mají největší vliv parametry x₁ (tepelné zpracování vnitřního prstence) a x₂ (konstrukce vnějšího prstence). Pro posuzovaný projekt to znamená změnu všech parametrů stávajícího ložiska.