

**OBSAH**

**ÚLOHA 1. EXPONENCIÁLNÍ MODEL .....2**

**ÚLOHA 2. MOCNINNÝ MODEL .....7**

## Úloha 1. Exponenciální model

### Zadání:

Použijte exponenciální model pro stanovení počáteční hodnoty aktivity radionuklidu  $\text{Ag}^{110\text{m}}$ . Aktivita byla měřena 7x v rozmezí od 300 – 7200 s. Porovnejte výsledky získané programy QC.Expert, NCSS a ORIGIN.

### Data:

Nezávisle proměnná představuje čas v sekundách, závisle proměnná aktivitu v becquerelech.

T (s)	A (Bq)
300	1.8588E+07
600	1.3598E+07
1200	7.0365E+06
1800	3.5556E+06
3600	4.9936E+05
5400	6.8670E+04
7200	9.2550E+03

### Program:

QC. Expert, NCSS, ORIGIN, ADSTAT, Excel

### Řešení:

Po ozařování monitoru  $\text{Ag}$  v zóně reaktoru byla měřena 7x aktivita radionuklidu  $\text{Ag}^{110\text{m}}$ . Pokles aktivity závisí na poločase rozpadu a na původní aktivitě podle vztahu

$$A = A_0 \times e^{(-\lambda \times T)}$$

Pomocí exponenciálního modelu je možné určit počáteční aktivitu  $A_0$  a rozpadovou konstantu  $\lambda$ . Budeme řešit úlohu se dvěma parametry. Na závěr porovnáme spočítanou hodnotu  $\lambda$  s tabulkovou hodnotou. Poločas rozpadu pro  $\text{Ag}^{110\text{m}}$  je 10.48 minut a tedy  $\lambda = 0.00110233 \text{ s}^{-1}$ .

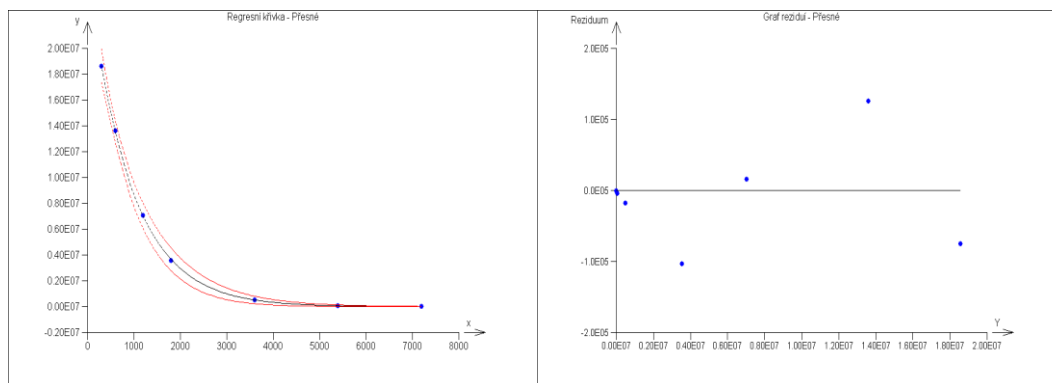
Pro stanovení nelineárního regresního modelu a určení parametrů modelu byly použity následující programy:

### QC.Expert

V tabulce jsou uvedeny odhady parametrů, dolní a horní meze spočítané programem QC.Expert. Na obr. 1-3 jsou diagnostické grafy. Z tabulky je patrné, že rozpadová konstanta  $\lambda = 0.00110233 \text{ s}^{-1}$  leží v konfidenčním intervalu  $\langle 0.00106, 0.00111 \rangle \text{ s}^{-1}$  parametru  $\lambda_q$ . Intervalový odhad počáteční aktivity radionuklidu  $\text{Ag}^{110\text{m}}$  je  $\langle 2.54 \times 10^7, 2.625 \times 10^7 \rangle \text{ Bq}$ .

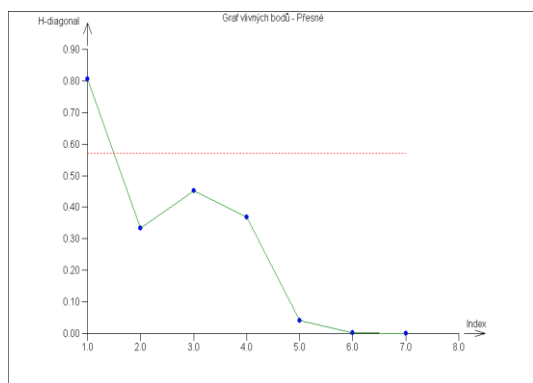
Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$A_q$	2.585E+07	1.555E+05	2.545E+07	2.625E+07
$\lambda_q$	1.086E-03	9.996E-06	1.061E-03	1.112E-03

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.99995



Obr. 1 Regresní křivka

Obr.2 Graf rezidui



Obr. 3 Graf vlnných bodů.

### NCSS

V tabulce jsou uvedeny odhady parametrů, dolní a horní meze spočítané programem NCSS.

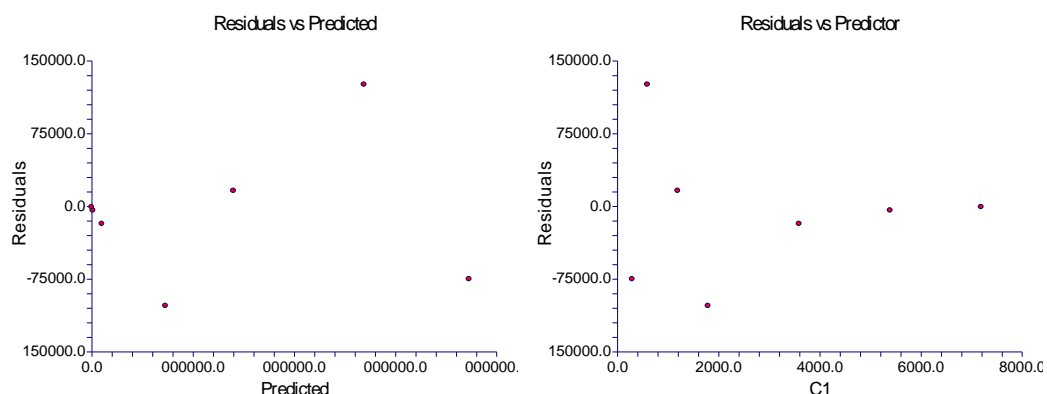
Na obr. 4 jsou diagnostické grafy. Z tabulky je patrné, že rozpadová konstanta

$\lambda = 0.00110233 \text{ s}^{-1}$  leží v konfidenčním intervalu  $\langle 0.00106, 0.00111 \rangle \text{ s}^{-1}$  parametru  $\lambda_q$ .

Intervalový odhad počáteční aktivity radionuklidu  $\text{Ag}^{110\text{m}}$  je  $\langle 2.55 \times 10^7, 2.63 \times 10^7 \rangle \text{ Bq}$ .

Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$A_n$	2.585E+07	1.546E+05	2.546E+07	2.625E+07
$\lambda_n$	1.086E-03	9.856E-06	1.061E-03	1.112E-03

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.99989



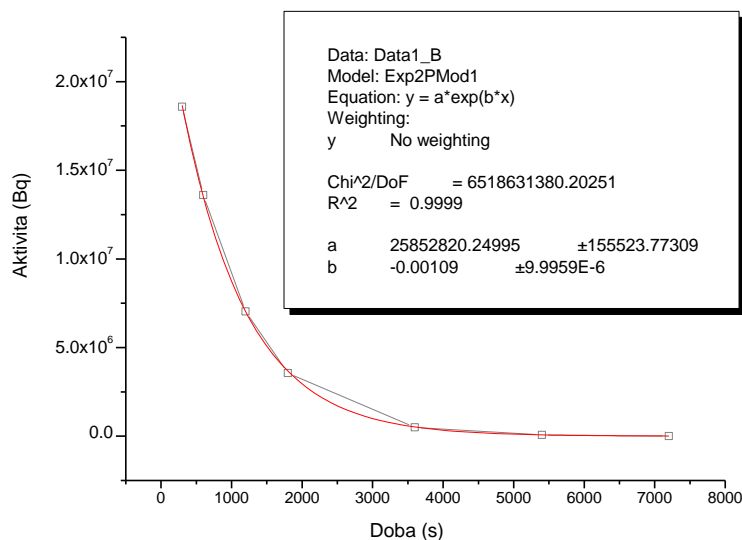
Obr.4: Diagnostické grafy pro nelineární regresní analýzu používané v programu NCSS.

**ORIGIN 7**

V tabulce jsou uvedeny odhady parametrů, dolní a horní meze spočítané programem ORIGIN 7. Na obr. 5 je grafický výstup programu ORIGIN 7. Z tabulky je patrné, že rozpadová konstanta  $\lambda = 0.00110233 \text{ s}^{-1}$  leží v konfidenčním intervalu  $\langle 0.00106, 0.00112 \rangle \text{ s}^{-1}$  parametru  $\lambda_q$ . Intervalový odhad počáteční aktivity radionuklidu  $\text{Ag}^{110\text{m}}$  je  $\langle 2.55 \times 10^7, 2.63 \times 10^7 \rangle \text{ Bq}$ .

Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$A_n$	2.585E+07	1.555E+05	2.545E+07	2.625E+07
$\lambda_n$	1.090E-03	9.996E-06	1.060E-03	1.120E-03

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.9999



Obr. 5: Grafický výstup programu ORIGIN 7.

**ADSTAT**

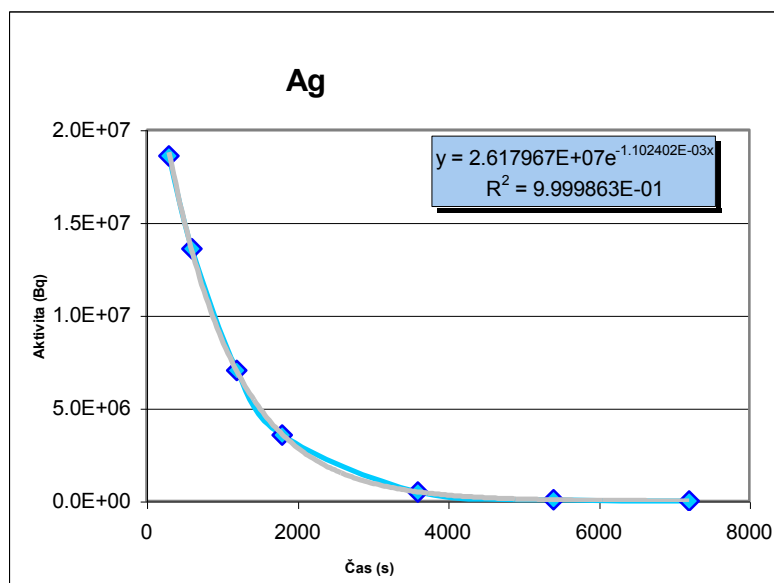
V tabulce jsou uvedeny odhady parametrů, dolní a horní meze spočítané programem ADSTAT. Z tabulky je patrné, že rozpadová konstanta  $\lambda = 0.00110233 \text{ s}^{-1}$  leží v konfidenčním intervalu  $\langle 0.00102, 0.00115 \rangle \text{ s}^{-1}$  parametru  $\lambda_q$ . Intervalový odhad počáteční aktivity radionuklidu  $\text{Ag}^{110\text{m}}$  je  $\langle 2.48 \times 10^7, 2.63 \times 10^7 \rangle \text{ Bq}$ .

Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$A_n$	2.552E+07	1.869E+05	2.479E+07	2.625E+07
$\lambda_n$	1.068E-03	1.311E-05	1.021E-03	1.115E-03

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.9998

**Excel**

V programu Excel je možné pro jednoduché modely použít spojnicí trendu a získat bodové odhady parametrů. Na obr. 6 je výsledek proložení.



Obr. 6: Bodové odhady parametrů pomocí spojnice trendů programu Excel.

#### Srovnání:

V následující tabulce je uveden přehled programů a odpovídající koeficienty determinace.

	QC.Expert	ADSTAT	NSCC	ORIGIN	Excel
Koef. determinace	0.9999	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999

#### Závěr:

Pro stanovení dvou parametrů nelineárního regresního modelu by bylo třeba získat více měření, ale i v případě 7 měření se ukazuje, že výsledky jsou správné. Intervalové odhady pro rozpadovou konstantu zahrnují tabulkovou hodnotu konstanty. Odhady spočítané všemi uvedenými programy se liší velmi málo. Využijeme-li výsledky z QC.Expertu, je intervalový odhad počáteční aktivity radionuklidu  $Ag^{110m}$   $\langle 2.55 \times 10^7, 2.63 \times 10^7 \rangle$  Bq.

## Úloha 2. Mocninný model

### Zadání:

Při transportu radioaktivního materiálu je třeba znát příkon dávkového ekvivalentu ze vzdálenosti 1 metru. Nedostatek místa způsobil, že byl příkon dávkového ekvivalentu měřen pouze ze vzdálenosti 50 cm a pro kontrolu i ve vzdálenostech 10, 20, 30 a 40. Z naměřených hodnot určete příkon dávkového ekvivalentu ve vzdálenosti 1 m a ověřte závislost příkonu na vzdálenosti.

### Data:

Nezávisle proměnná představuje vzdálenost v cm, závisle proměnná příkon dávkového ekvivalentu v mSv/h.

Vzdálenost (cm)	Příkon dávkového ekvivalentu (mSv/h)
50	8.71
40	15.90
30	29.40
20	53.70
10	203.00

### Program:

QC. Expert, NCSS, ORIGIN, ADSTAT, Excel

### Řešení:

Příkon dávkového ekvivalentu klesá s druhou mocninou vzdálenosti a tedy platí:

$$P_d = \frac{P_0}{d^k}, \quad k = 2,$$

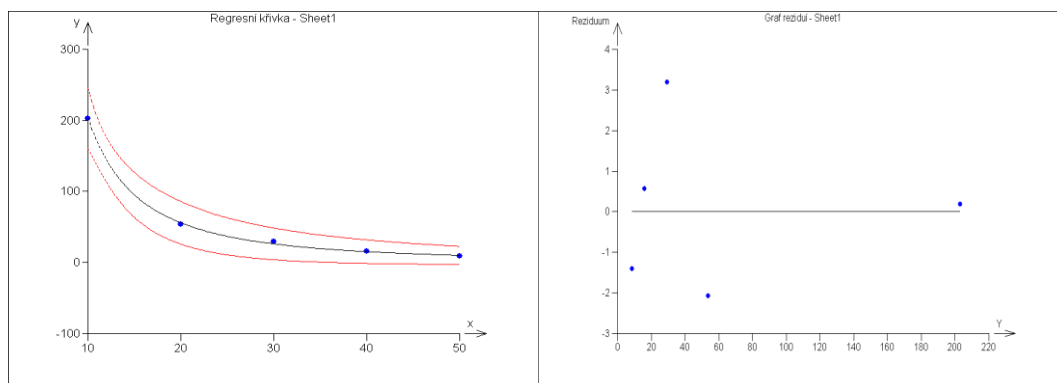
kde  $P_0$  je příkon dávkového ekvivalentu na povrchu aktivního materiálu,  $P_d$  je příkon ve vzdálenosti  $d$ . V našem případě budeme hledat dva parametry  $P_0$  a hodnotu mocniny  $k$ . Bude-li pro odhad parametru  $k$  platit, že hodnota 2 leží v intervalu spolehlivosti, tak zároveň ověříme, že příkon klesá s druhou mocninou vzdálenosti.

### QC.Expert

V tabulce jsou uvedeny odhady obou parametrů, dolní a horní meze spočítané programem QC.Expert. Na obr. 1-3 jsou diagnostické grafy. Z tabulky je patrné, že hodnota mocniny 2 leží v konfidenčním intervalu  $\langle 1.72, 2.005 \rangle$  parametru  $k$ . Intervalový odhad příkonu dávkového ekvivalentu na povrchu  $P_0$  je  $\langle 9.73 \times 10^3, 1.98 \times 10^4 \rangle$ .

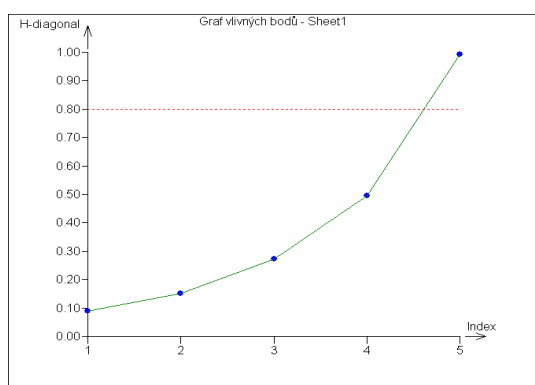
Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$P_0$	1.477E+04	1.584E+03	9.729E+03	1.981E+04
$k$	1.862	0.045	1.720	2.005

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.9997



Obr. 1 Regresní křivka

Obr.2 Graf rezidui



Obr. 3 Graf vlivných bodů.

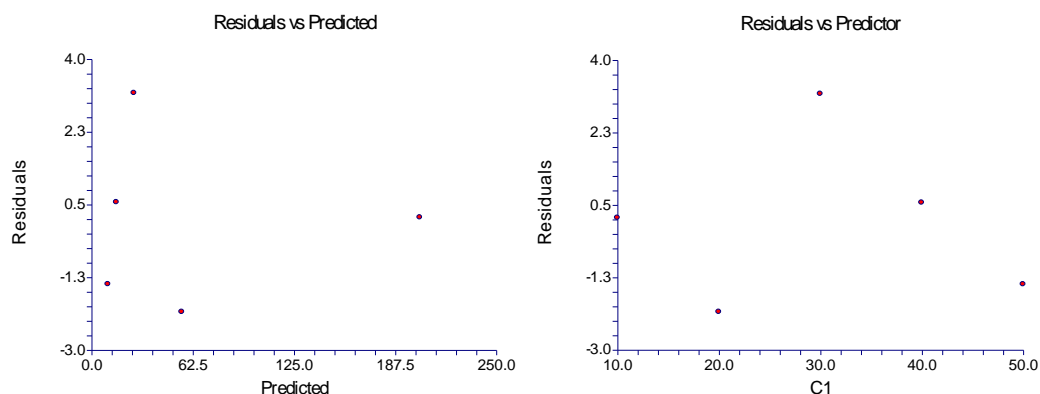
### NCSS

V tabulce jsou uvedeny odhady obou parametrů, dolní a horní meze spočítané programem NCSS. Na obr. 4 jsou diagnostické grafy. Z tabulky je patrné, že hodnota mocniny 2 leží v konfidenčním intervalu  $\langle 1.72, 2.002 \rangle$  parametru  $k$ . Intervalový odhad příkonu dávkového ekvivalentu na povrchu  $P_0$  je  $\langle 9.78 \times 10^3, 1.98 \times 10^4 \rangle$ .

Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$P_0$	1.477E+04	1.568E+03	9.779E+03	1.976E+04
$k$	1.862	0.044	1.722	2.002

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.9994





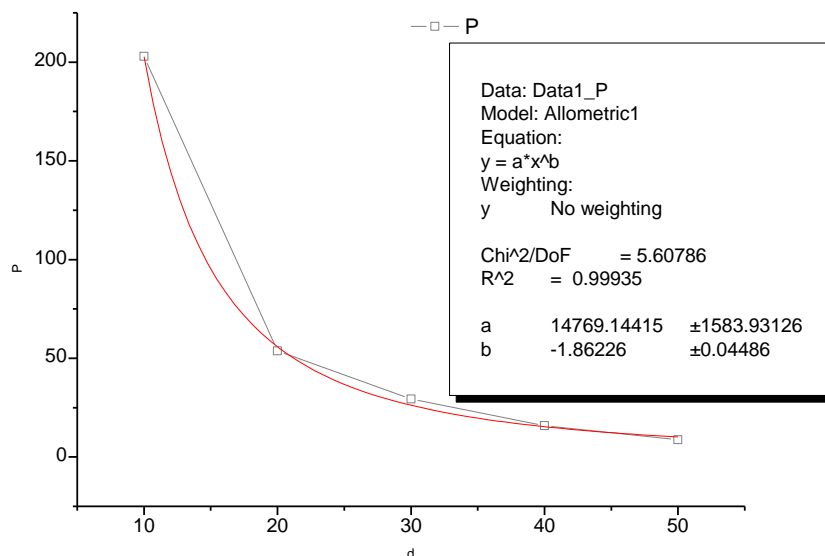
Obr.4: Diagnostické grafy pro nelineární regresní analýzu používané v programu NCSS.

**ORIGIN 7**

V tabulce jsou uvedeny odhady obou parametrů, dolní a horní meze spočítané programem ORIGIN 7. Na obr. 5 je graf měřených hodnot proložený nelineárním modelem. Z tabulky je patrné, že hodnota mocniny 2 leží v konfidenčním intervalu  $\langle 1.72, 2.006 \rangle$  parametru  $k$ . Intervalový odhad příkonu dávkového ekvivalentu na povrchu  $P_0$  je  $\langle 9.73 \times 10^3, 1.98 \times 10^4 \rangle$ .

Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$P_0$	1.477E+04	1.582E+03	9.728E+03	1.982E+04
$k$	1.862	0.045	1.719	2.006

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.9994



Obr. 5: Grafický výstup programu ORIGIN 7.

**ADSTAT**

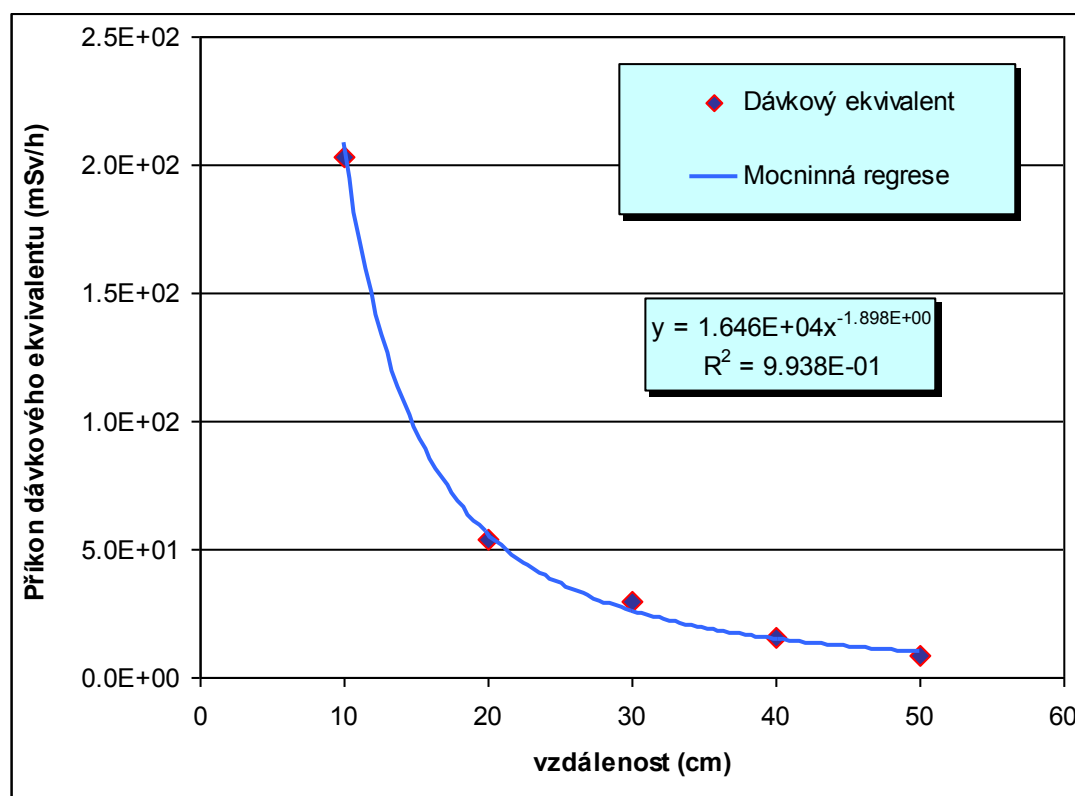
V tabulce jsou uvedeny odhady obou parametrů, dolní a horní meze spočítané programem ADSTAT. Z tabulky je patrné, že hodnota mocniny 2 leží v konfidenčním intervalu  $\langle 1.72, 2.006 \rangle$  parametru  $k$ . Intervalový odhad příkonu dávkového ekvivalentu na povrchu  $P_0$  je  $\langle 9.73 \times 10^3, 1.98 \times 10^4 \rangle$ .

Odhady parametrů	Parametr	Směr. odchylka	Dolní mez	Horní mez
$P_0$	1.477E+04	1.584E+03	9.728E+03	1.982E+04
$k$	1.862	0.045	1.720	2.006

Koeficient determinace  $R^2$ : 0.9997

**Excel**

V programu Excel je možné pro jednoduché modely použít spojnicí trendu a získat bodové odhady parametrů. Na obr. 6 je výsledek proložení.



Obr. 6: Bodové odhady parametrů pomocí spojnice trendů programu Excel.

**Srovnání:**

V následující tabulce je uveden přehled programů a odpovídající koeficienty determinace.

	QC.Expert	ADSTAT	NSCC	ORIGIN	Excel
Koef. determinace	0.9997	0.9997	0.9994	0.9994	0.9938

**Závěr:**

K určení dvou parametrů by bylo třeba provést více měření. V daném případě už samotné určení vzdáleností 10, 20, ..., 50 cm je zatíženo chybou. V praxi postup sloužil pouze k určení příkonu dávkového ekvivalentu ve vzdálenosti 1 metru. Spočítaná hodnota příkonu dávkového ekvivalentu ve vzdálenosti 1 m je  $1.477 \pm 0.16$  mSv/h.

Při této analýze byl stanoven i druhý parametr regresního modelu a to mocnina. Intervalové odhady pro mocninu zahrnují předpokládanou hodnotu 2 a tedy daly správné výsledky. Využijeme-li výsledky z QC.Expertu, je intervalový odhad příkonu dávkového ekvivalentu na povrchu  $\langle 9.73 \times 10^3, 1.98 \times 10^4 \rangle$  mSv/h a intervalový odhad mocniny  $\langle 1.72, 2.005 \rangle$ .