

1 Úvod

Hospodářské lesy, vytvářené a různým způsobem ovlivňované a upravované člověkem, se liší v mnoha aspektech od lesa přírodního. Nejvýznamnějšími odchylkami jsou funkční stabilita (přičemž sem zahrnujeme všechny funkce kladené v současné době na les, tedy nejen funkci produkční), statická stabilita a schopnost autoregulace. Tyto vlastnosti nabývají na významu zejména v současné době s ohledem na komplexně ekologicky pojímané funkce lesa při intenzivní antropické zátěži a při obecně neuspokojivém stavu lesních ekosystémů.

V současné době tak stojí lesní hospodářství před nutností kvalifikovaně rozhodovat o cílech hospodaření v lesích za nových okolností. Musí definovat konkrétní hodnoty celospolečenských funkcí lesa při zohlednění přirozených faktorů působících na lesní ekosystém (klíma, vstupy živin apod.), současného stavu lesa vyznačujícího se sníženou stabilitou a ovlivňování lesů antropickými vlivy. Musí nalézt a stanovit parametry porostů naplňujících stanovené hodnoty svých funkcí a nalézt a stanovit postupy, kterými lze těchto parametrů dosáhnout. Z tohoto hlediska je stále trvajícím významným teoretickým i praktickým problémem lesního hospodářství poznání zákonitostí struktury, růstu a produkce lesních porostů a jejich kvantifikace a poznání a kvantifikace odezvy struktury, růstu a produkce lesního porostu na změny v působících podmínkách způsobenou náhodnými nebo záměrnými vlivy.

Obecně jde o vytvoření diferencovaných modelů lesa stabilního, zajišťujícího plnění všech celospolečenských funkcí a s optimální produkcí dřeva. Realizační úroveň je návrh systémů hospodaření ve formě propracovaných a diferencovaných rámcových rozhodnutí a doprovodných modelů.

Tyto systémy a modely nacházejí své praktické vyústění v lesních hospodářských plánech (LHP), které musí být vypracovány podle současné legislativy pro majetky větší než 50 ha (pro menší tzv. lesní hospodářské osnovy) a jejichž vypracování je značně časově i finančně náročné (vlastník musí plán sám zaplatit, i když při splnění určitých podmínek získá určitou státní dotaci). Je proto snaha zpracování co možná nejvíce urychlit a zjednodušit při zachování základních zákonných ustanovení.

V současné době je proto velmi aktuální otázka vypracování takových metodik realizace LHP, které by minimalizovaly potřebu venkovních měření a do značné míry automatizovaly zpracování. V této souvislosti se kromě jiných metod (dálkový průzkum Země, metody počítačové analýzy obrazu) začínají značně prosazovat modely růstu a produkce lesních porostů, které by při správném odvození a parametrizaci mohly nahradit značnou část

venkovních měření a poskytnout kvalitní predikci budoucího stavu. Základní částí těchto modelů jsou růstové a přírůstové funkce. Je proto jejich studiu nutné věnovat náležitou pozornost.

Cílem této práce je ověřit použitelnost některých známých růstových funkcí pro modelování základních taxačních veličin – výčetní tloušťky, výšky a objemu porostu.

2 Růstové a přírůstové funkce

Růst a přírůst lesních stromů a porostů má svůj zákonitý průběh. Znalosti vztahů jednotlivých taxačních veličin jsou velmi důležité především z hlediska hospodářské úpravy lesů a jsou využívány pro řešení mnoha důležitých otázek, např. pro konstrukci růstových tabulek, modelování růstu porostů pod vlivem faktorů prostředí apod.

2.1 Obecné vlastnosti růstové a přírůstové funkce

Růst obecně je možné definovat jako zvětšování velikosti živého systému, které vzniká aktivní bilancí přeměny látkové (asimilací). Z dendrometrického hlediska je růst děj vedoucí ke zvětšování hodnot taxačních veličin.

Přírůst je rychlost růstu taxačních veličin, je to změna taxačních veličin v časovém intervalu. Při modelování vývoje lesních porostů předpokládáme, že růstová veličina je vzhledem k věku v určité funkcionální závislosti. Jestliže odhlédneme od faktorů okolního prostředí, jejichž vliv je modelovatelný jen do určité míry a jen ve složitých, zpravidla simulačních modelech, pak je možné taxační veličinu y považovat za funkci věku (t):

$$y = f(t)$$

Potom můžeme růstovou (přírůstovou) funkci definovat takto:

Růstová (přírůstová) funkce je matematické vyjádření průběhu růstu (přírůstu) jednotlivých růstových veličin stromu nebo porostu v závislosti na věku.

Vzhledem k tomu, že růstové procesy se řídí určitými zákonitostmi, musí matematické funkce, které je popisují, splňovat některé podmínky. Nejdůležitější z nich jsou tyto:

1. Růstová funkce musí být vyjádřena matematicky zdůvodněným vzorcem.
2. Musí být schopna vyjádřit růst veličiny v celém rozsahu věku, musí být schopna umožnit interpolaci i extrapolaci, přičemž extrapolované hodnoty musí být možno odvodit z empirických hodnot.
3. Funkce musí být spojitá, tvaru protáhlého S.

4. Ve věku t_1 má bod obratu (inflexní bod), do věku t_1 ke zdola konvexní, od věku t_1 je zdola konkávní.

5. Platí, že $f(0^+) = 0$, $f'(0^+) = 0$, $f''(0^+) = 0$, tj. že v kladném okolí věku 0 je hodnota růstové funkce nulová, stejně jako hodnoty její první a druhé derivace.

6. Platí $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = A$, tj. růstová funkce má asymptotu (A). Je to maximálně teoreticky dosažitelná hodnota růstové veličiny ve věku $t \rightarrow \infty$. Znamená to, že hodnoty růstové funkce se jí blíží, ale prakticky ji nikdy nedosáhnou. Asymptota je rovnoběžná s osou t.

7. Platí, že $f'(t_1) = \max.$ a zároveň $f''(t_1) = 0$. Tato podmínka vyjadřuje, že ve věku t_1 (inflexní bod) dosahuje první derivace růstové funkce (z dendrometrického hlediska běžný přírůst) svého maxima a zároveň je druhá derivace rovna 0.

8. Platí, že průměrný přírůst (ve věku t_2) se rovná hodnotě běžného přírůstu ve věku t_2 .

Tedy
$$\frac{f(t_2)}{t_2} = f'(t_2).$$

9. Důležité je, aby růstová funkce nebyla „strnulou“ funkcí, ale musí být dostatečně přizpůsobivá empirickým údajům. Jako důležité kritérium této přizpůsobivosti stanovil Korf

(1939) následující vztah nazývaný pružnost růstové funkce $t = \frac{t_2}{t_1}$. Hodnota tohoto poměru

kolísá zpravidla v mezích 1,7 – 2,0.

10. Při zachování požadavku potřebné pružnosti by růstová funkce měla být co nejjednodušší - za optimální počet počítaných parametrů se považují 2 – 3. Tento požadavek dnes díky možnosti použití výpočetní techniky nemá takovou důležitost jako v minulosti, kdy kvalitní, ale výpočetně složitější funkce byly prakticky téměř nepoužitelné.

11. Přírůstové funkce mají asymptotu $\lim_{t \rightarrow \infty} p(t) = 0$. Asymptotou přírůstových funkcí je osa t (hodnota přírůstu 0).

12. Tvar přírůstové funkce je „zvonovitý“. Zpočátku jsou rostoucí, dosahují svého maxima a dále jsou klesající.

Grafickým znázorněním funkce je růstová křivka, přírůstové funkce přírůstová křivka.

Z výše uvedených vlastností růstových a přírůstových funkcí vyplývá, že růst stromů a porostů má tři různé fáze, jež mají podle podmínek různě dlouhé časové úseky:

1. Od založení porostu do věku t_1 (inflexního bodu) – křivka je zdola konvexní, její strmost se stále zvyšuje a běžný přírůst vrcholí v čase t_1 .

2. Od věku t_1 do věku t_2 – růstová křivka se stává zdola konkávní a její strmost klesá (zmenšuje se okamžitá rychlost růstu – klesá křivka běžného přírůstu), ve věku t_2 vrcholí průměrný přírůst, který do tohoto věku stále roste.

3. Od věku t_2 – tato fáze je teoreticky neukončena, prakticky končí smýcením nebo přirozenou smrtí stromu. Růstová křivka se přibližuje k asymptotě, její strmost se stále zmenšuje, klesají hodnoty běžného i průměrného přírůstu, od určitého věku (u běžných jehličnatých dřevin asi od 100 roků, u běžných listnáčů – dub, buk – je to později) je prakticky nulový.

Dále budou uvedeny podrobněji ty funkce, které se v české lesnické praxi používají nejčastěji, a které jsou také předmětem analýzy v této práci.

2.2 Korfova funkce

Korf (1939) při formulaci této funkce vycházel z tzv. intenzity růstu α , která je dána poměrem první derivace funkce k funkci samotné:

$$a = \frac{f'(t)}{f(t)}$$

Růstová intenzita v okolí počátku růstu má nekonečně velké hodnoty. V první růstové fázi klesá velmi rychle, potom pomaleji a ve vysokém věku se blíží nule. Růstová intenzita byla vyjádřena rovnicí

$$a = \frac{k}{t^n}$$

Úpravou této rovnice se získal základní tvar Korfovy růstové funkce (A – asymptota)

$$y = A \cdot e^{\frac{k}{(1-n) \cdot t^{n-1}}}$$

Její první derivace (běžný přírůst) je

$$BP = A \cdot \frac{k}{(1-n) \cdot t^{n-1}} \cdot \frac{k}{t^n}$$

Průměrný přírůst je definován jako podíl růstové funkce a příslušného věku.

Důležitou veličinou je také výpočet doby kulminace běžného a průměrného přírůstu.

Běžný přírůst kulminuje ve věku t_1

$$t_1 = \sqrt[n-1]{\frac{k}{n}}$$

Průměrný přírůst kulminuje ve věku t_2

$$t_2 = \sqrt[n-1]{k}$$

Pružnost růstové funkce je dána vztahem

$$t = \sqrt[n-1]{n}$$

a příslušné funkční hodnoty ve věku t_1 a t_2 jsou dány vztahy

$$y_1 = A \cdot e^{\left(\frac{n}{1-n}\right)}$$

$$y_2 = A \cdot e^{\left(\frac{1}{1-n}\right)}$$

Maximální hodnoty běžného (MBP) a průměrného (MPP) přírůstu se rovnají

$$MBP = A \cdot k \cdot \left(\frac{k}{n}\right)^{\frac{n-1}{n}} \cdot e^{\left(\frac{n}{1-n}\right)}$$

$$MPP = A \cdot k^{\frac{n-1}{n}} \cdot e^{\left(\frac{1}{1-n}\right)}$$

2.3 Michajlovova funkce

Tato funkce je vlastně zjednodušením Korfovy funkce ($n = 2$). Tím se původní složitý vztah podstatně zjednoduší a funkce má potom tvar

$$y = A \cdot e^{-\frac{k}{t}}$$

Běžný přírůst je potom

$$y = A \cdot e^{-\frac{k}{t}} \cdot \frac{k}{t^2}$$

Věk kulminace běžného (t_1) a průměrného (t_2) přírůstu je

$$t_1 = \frac{k}{2}$$

$$t_2 = k$$

a příslušné funkční hodnoty v těchto časových okamžicích jsou

$$y_1 = A \cdot e^{-2}$$

$$y_2 = A \cdot e^{-1}$$

Hodnoty MBP a MPP se rovnají

$$MBP = 4A \frac{1}{k} e^{-2}$$

$$MPP = A \frac{1}{k} e^{-1}$$

Z rovnic popisujících věky kulminace vyplývá jedna nevýhoda Michajlovovy funkce. Funkce je „strnulá“ a věk t_1 je vždy polovinou věku t_2 . Hodnota koeficientu pružnosti funkce je vždy rovna 2.

Výhodou Michajlovovy funkce je jednoduchost jejího výpočtu. Pro tuto vlastnost byla (a dodnes je) v naší lesnické praxi jednou z nejpoužívanějších funkcí, neboť je velmi snadné ji linearizovat pomocí logaritmování

$y = A \cdot e^{-\frac{k}{t}}$ $\ln y = \ln A - k \cdot (1/t) \cdot \ln e = Y = B_0 + B_1 \cdot X$, kde $Y = \ln y$, $B_0 = \ln A$, $B_1 = -k$ a $X = 1/t$. Tato linearizace ovšem zanedbává chyby regresního modelu ε a logaritmování vede ke vzniku heteroskedasticity (pokud byly hodnoty y měřeny s konstantním rozptylem $\sigma^2(y)$, potom hodnoty $\ln y$ budou mít nekonstantní rozptyl $\sigma^2(\ln y) = \sigma^2(y)/(\ln y)^2$ (Meloun, Militký 1998). Další nepříjemnou vlastností odhadů získaných linearizací je fakt, že jsou obvykle vychýlené. Výhodné je ovšem použít tento způsob k získání prvních odhadů parametrů. Vzhledem k tomu, že tento způsob výpočtu se stále ještě často používá (např. v Excelu, kde lze velmi snadno naprogramovat), je v této práci také pro srovnání uveden.

2.4. Chapmann – Richardsova funkce

Růstová funkce Chapmann – Richardsova vychází z Bertalanffyho funkce (Zach 1998), která popisuje přírůst biomasy organismu

$$\frac{dV}{dt} = B_1 \cdot V^m - B_2 \cdot V,$$

kde je

V je objem biomasy,

B_1 anabolická konstanta, která v koncentrované formě vyjadřuje účinek vlivů růstu organismu příznivých,

B_2 katabolická konstanta, která v koncentrované formě vyjadřuje účinek vlivů růstu organismu nepříznivých,

m alometrická konstanta,

t věk.

Růstová funkce Chapmann - Richardsova, z přírůstové funkce Bertalanffyho vycházející, se nejčastěji udává ve tvaru

$$y = A \cdot \left[1 - e^{-bt}\right]^c,$$

kde je

A , b , c jsou parametry rovnice,
 t věk.

Věky t_1 a t_2 se vypočítají podle (Zach 1998)

$$t_1 = -\frac{\ln \frac{1}{c}}{b}$$

a věk t_2 se vypočítá numerickým řešením rovnice

$$e^{bt} \cdot (1 - cbt) - 1 = 0$$

a příslušné funkční hodnoty v těchto časových okamžicích jsou

$$y_1 = A \cdot [1 - e^{-bt_1}]^c$$

$$y_2 = A \cdot [1 - e^{-bt_2}]^c$$

Hodnoty MBP a MPP se rovnají

$$MBP = -A \cdot b \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right)^{c-1}$$

$$MPP = \frac{A}{t_2} \cdot (1 - e^{bt_2})$$

3 Pokusné plochy a vstupní data

Ověření popsaných růstových funkcí bylo provedeno na růstové řadě porostů z oblasti Hrubého Jeseníku, lesní správa Jeseník. Jedná se o smrkové porosty s charakteristikami uvedenými v tabulce 1.

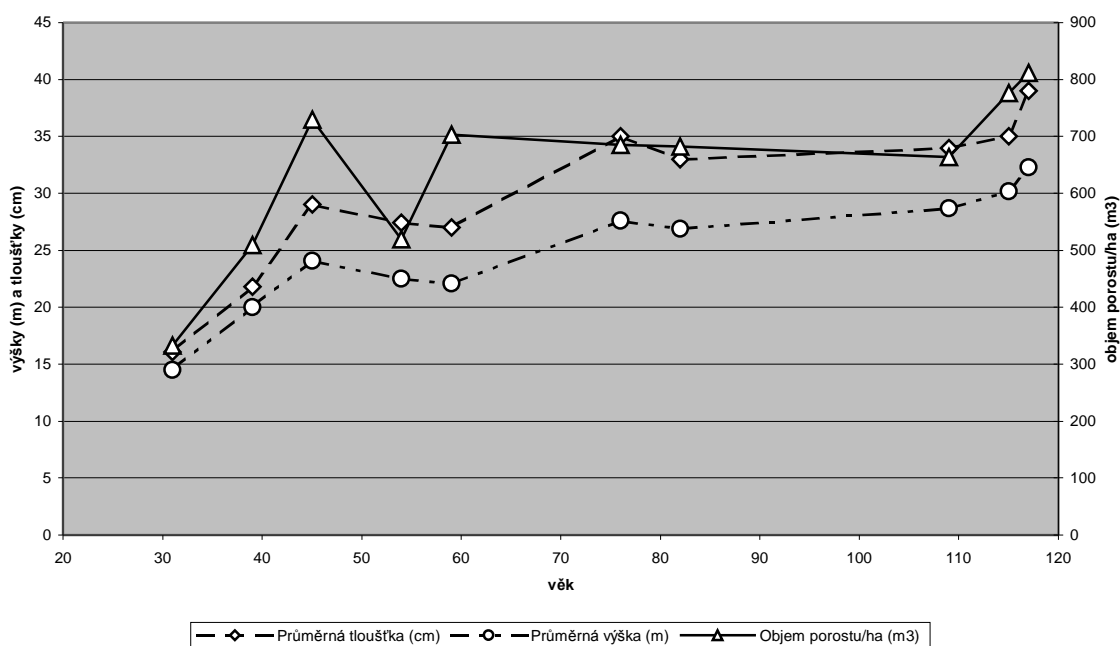
Označení porostu	Věk	Nadmořská výška (m)	Expozice	Výměra zkusné plochy (m ²)
763B3	33	820	JV	571
767B4	39	850	J	823
763C5	45	900	JZ	1103
767B6	54	850	J	1527
765C8	76	800	J	1911
767D8	82	890	JZ	1543
767C10	83	860	JV	1106
767D12	109	910	J	2526
767D12	115	880	JZ	1787
762B12	117	900	JV	3193

Tabulka 1 – Základní údaje o porostech měřené časové řady

V každém porostu bylo změřeno 80 – 120 stromů a byly vypočítány průměrné hodnoty základních taxačních veličin (výčetní tloušťky $d_{1,3}$, výšky h a objemu porostu/ha v). Hodnoty udává tabulka 2, grafické znázornění je na obrázku 1.

Věk (roky)	Průměrná tloušťka (cm)	Průměrná výška (m)	Objem porostu/ha (m ³)
31	16.1	14.5	332.7
39	21.8	20.0	509.1
45	29.0	24.1	729.8
54	27.4	22.5	519.3
59	27.0	22.1	702.7
76	35.0	27.6	685.5
82	33.0	26.9	682.4
109	34.0	28.7	663.5
115	35.0	30.2	776.2
117	39.0	32.3	811.5

Tabulka 1 – Vstupní data pro posouzení růstových funkcí



Obrázek 1 – Grafické znázornění vstupních dat

4 Metodika posouzení jednotlivých funkcí

Na jednotlivé taxační veličiny byly aplikovány tři posuzované růstové funkce. Ve všech případech byl použit program ADSTAT 2.0, který pro nelineární regresi používá algoritmus MINOPT. Tento algoritmus se vyznačuje vynikající schopností nalézt řešení i z velmi vzdálených počátečních odhadů.

Kvalita výsledného modelu byla posuzována podle následujících kritérií:

1. Kvalita nalezených odhadů parametrů
 - a) podle intervalů spolehlivosti (čím menší interval spolehlivosti, tím lépe)

- b) podle rozptylů parametrů, kde by pro kvalitní odhad mělo platit

$$2 \cdot \sqrt{D(b_j)} < |b_j|$$
 - c) podle relativního vychýlení - kvalitní odhady by měly mít vychýlení nižší než 1%.
2. Kvalita dosažené těsnosti proložení
- a) podle reziduálního rozptylu $S^2 = \frac{U(\mathbf{b})}{n - m}$
 - b) podle regresního rabatu, což v procentech vyjádřený koeficient determinace (čím více se blíží 100 %, tím lepší proložení)
3. Vhodnost navrženého modelu pomocí Akaikova informačního kritéria (AIC), kde platí, čím je AIC menší, tím vhodnější je model.
4. Predikční schopnost modelu pomocí střední kvadratické chyby predikce (MEP), kde také platí, že čím je MEP menší, tím je predikční schopnost modelu lepší.
5. Kvalita experimentálních dat
- a) na základě analýzy reziduí
 - b) na základě analýzy vlivných bodů (podle Jackknife reziduí, Cookovy vzdálenosti, diagonální prvky projekční matice a věrohodnostní vzdálenost).

5 Výsledky

5.1 Výčetní tloušťka

Tabulka 2 udává hlavní výsledky nelineárních regresí pro jednotlivé funkce.

Kompletní výsledky jsou v přílohách 1 – 3 v závěru práce.

1. Kvalita nalezených odhadů parametrů – z hlediska relativního vychýlení odhadů jse jako nejlepší jeví Michajlovova funkce (hodnota vychýlení pod 1%) a poměrně příznivé intervalové odhady (i když jejich šíře je ovlivněna, tak jako u ostatních funkcí, malým výběrovým souborem). Z hlediska variability parametrů je bez problémů jen Michajlovova funkce, některé parametry obou dalších jeví značnou variabilitu – jsou vyznačeny červeně, zcela „nepoužitelný“ odhad je k Korfovy funkce.
2. Z hlediska fyzikálního významu parametrů je zajímavé zvláště porovnání parametru A – asymptoty funkce, tj. teoreticky maximálně dosažitelné hodnoty taxační veličiny. Zde Michajlovova funkce dosahuje hodnoty asi 47 cm, Korfova necelých 40 cm a Chapmann- Richardsova pouze 36 cm. Zde se jako nejpravděpodobnější jeví hodnoty někde mezi hodnotami Michajlovovy a Korfovy funkce, blíže pravděpodobně k vyšší

hodnotě – vzhledem k bonitě porostu by tloušťka ve 160 letech měla dosahovat asi 43 cm (podle platných růstových tabulek), takže hodnota asymptoty Michajlovovy funkce se jeví poměrně reálně.

3. Z hlediska vhodnosti modelu a predikční schopnosti se také nejlépe jeví Michajlovova funkce (nejmenší MEP i AIC), z hlediska proložení bodového pole se všechny funkce jeví vyrovnaně (regresní rabaty vesměs kolem 90 %).

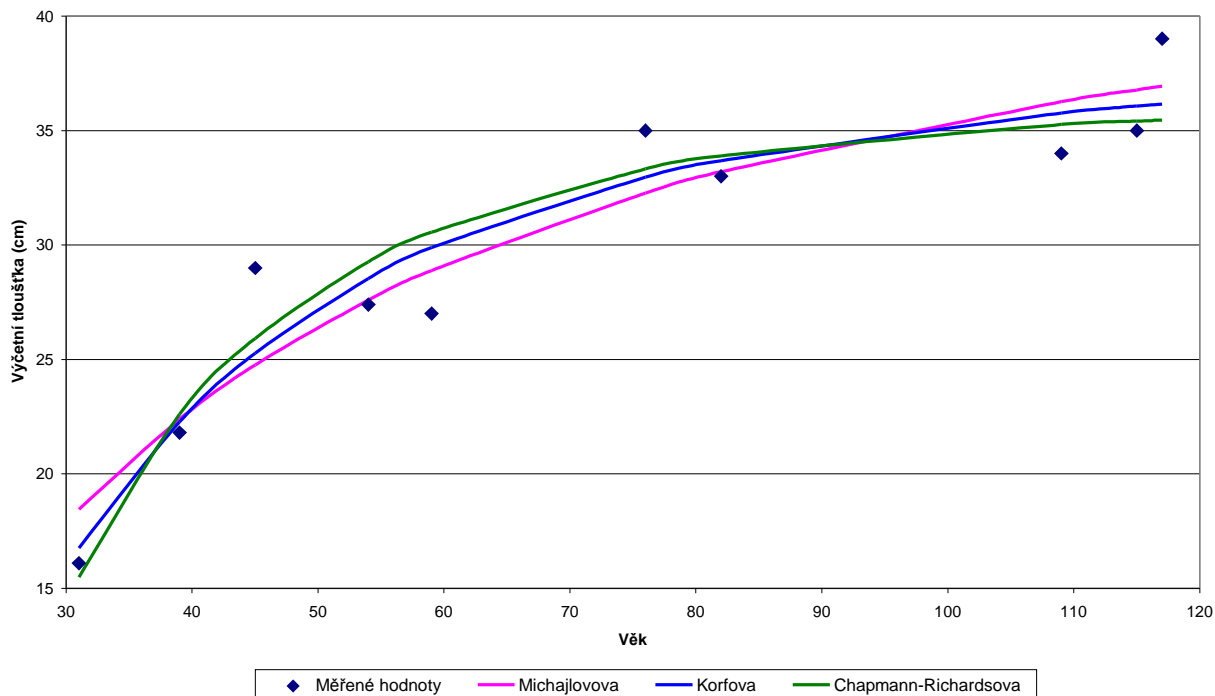
Funkce	Odhady parametrů					
	Parametr	Bodový odhad	Polovina IS	Relativní vychýlení (%)	S_b	$2 \cdot S_b$
Michajlovova	A	47.433	8.439	0.22	2.941	5.882
	k	- 29.272	12.025	0.22	4.067	8.134
Korfova	A	39.193	13.698	4.30	4.160	8.320
	k	663.542	6859.989	416.64	1899.662	3799.324
	n	2.773	2.590	0.98	0.718	1.436
Chapmann-Richardsova	A	35.941	4.581	- 7.84	1.284	2.568
	b	0.040	0.066	142.75	0.021	0.043
	c	0.561	2.519	397.94	0.786	1.573
	Statistické charakteristiky regrese					
	Regresní rabat (%)	AIC	MEP	RSC	MA	$S^2(e)$
Michajlovova	89.01124	19.58656	7.6981	47.52429	1.8281	5.9405
Korfova	90.50144	20.12924	8.3829	41.07948	1.7265	5.8685
Chapmann-Richardsova	89.67609	20.96246	26.283	44.64897	1.7722	6.3784

Vysvětlivky:

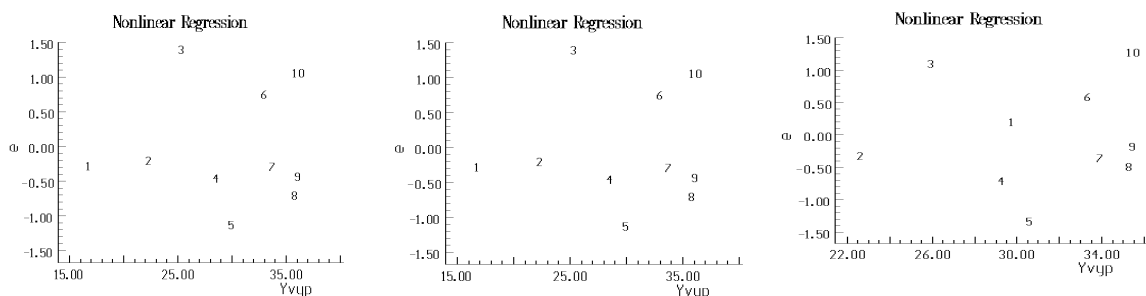
IS	interval spolehlivosti
S_b	směrodatná odchylka parametru
AIC	Akaikovo informační kritérium
MEP	střední kvadratická chyba predikce
MA	průměr absolutních hodnot reziduí
$S^2(e)$	reziduální rozptyl
RSC	reziduální součet čtverců

Tabulka 2 – Výsledky nelineární regrese pro veličinu výčetní tloušťka

4. Grafické znázornění všech funkcí je na obrázku 2. Obrázek byl proveden v Excelu, protože výstup z programu ADSTAT byl natolik nekvalitní, že ho nebylo možné publikačně použít, proto nejsou bohužel zachyceny intervalové odhady modelů. Je zřejmé, že Chapmann-Richardsova funkce má nejvyšší křivost – prakticky již nestoupá a je nejvíce ovlivněna poměrně nestandardními daty – vysokou hodnotou ve věku 45 roků a poté „vyrovnanými“ hodnotami až do věku 115 roků. Naopak Michajlovova funkce – vzhledem k menšímu počtu parametrů a své větší „tuhosti“ není tímto tolik ovlivněna a pro tento typ dat je zřejmě nejvhodnější.



Obrázek 2- Grafické srovnání růstových funkcí



Obrázek 3 – Grafická analýza reziduí (Michajlovova f. vlevo, Korfova uprostřed a Chapman-Richardsova vpravo)

- Analýza vlivných bodů neprokázala žádný bod jako silně vlivný pro Michajlovovu funkci, pro ostatní dvě se jeví jako vlivné bod č. 1 (Cookova vzdálenost a diagonální prvky H), pro Korfovu funkci podle věrohodnostní vzdálenosti je také důležitý bod č 3 (věk 45 – extrémně vysoká hodnota). Tyto hodnoty zřejmě určují značně zakřivený tvar obou funkcí.
- Grafická ani početní analýza reziduí neprokázala výskyt žádných mimořádných jevů, např.trend reziduí, heteroskedasticitu, apod. (viz obrázek 3).
- Významná je také korelace parametrů, což ukazuje na špatnou podmíněnost modelů.

5.2 Výška

Tabulka 3 udává hlavní výsledky nelineárních regresí pro jednotlivé funkce. Kompletní výsledky jsou v přílohách 4 – 6 v závěru práce.

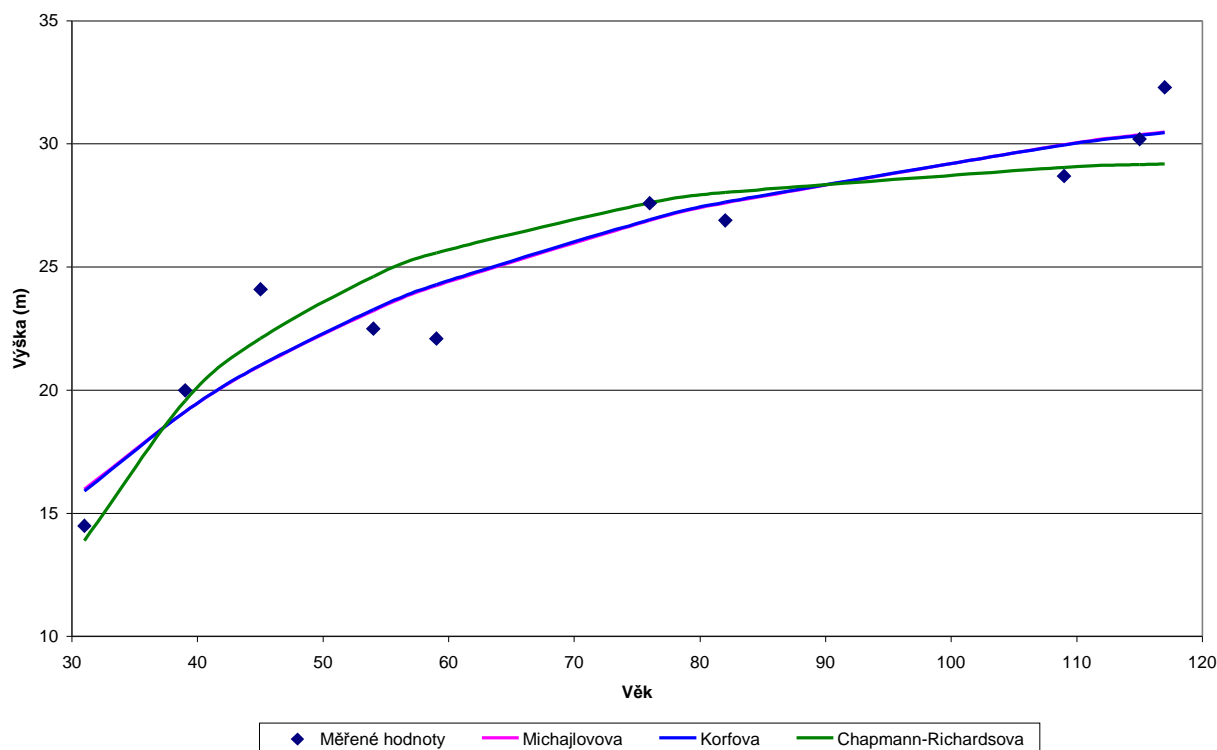
Hodnocení modelů je podobné jako v části věnované výčetní tloušťce. Z hlediska proložení bodového pole se jeví jako identické Korfova a Michajlovova funkce, Chapmann-Richardsova se znovu jeví jako nejvíce ovlivněná vlivnými body na počátku bodového pole. Z hlediska vhodnosti a predikční schopnosti modelu je zde jednoznačně nejlepší Michajlovova funkce, Chapmann-Richardsova má daleko větší „odstup“ v případě kritérií AIC a MEP než v případě tloušťky. Hodnoty asymptoty se téměř zcela vyrovnaly u Korfovy i Michajlovovy funkce, hodnota A u Chapmann-Richardsovy se jeví příliš nízká. U Korfovy funkce se podstatně snížila variabilita parametru k , i když je stále značně vysoká.

Funkce	Odhady parametrů					
		Bodový odhad	Polovina IS	Relativní vychýlení (%)	S_b	$2 \cdot S_b$
Michajlovova	A	38.502	5.698	0.15	2.009	4.017
	k	- 27.276	10.041	0.16	3.381	6.762
Korfova	A	37.880	35.104	19.77	10.025	20.050
	k	32.103	315.641	370.26	87.407	174.815
	n	2.040	2.410	0.50	0.668	1.336
Chapmann-Richardsova	A	29.561	3.731	- 6.08	1.036	2.072
	b	0.040	0.067	124.91	0.020	0.039
	c	0.477	2.260	350.90	0.639	1.278
	Statistické charakteristiky regrese					
	Regresní rabat (%)	AIC	MEP	RSC	MA	$S^2(e)$
Michajlovova	90.74265	12.58883	3.7558	23.60522	1.2993	2.9507
Korfova	90.74658	14.58459	7.0093	23.59521	1.297	3.3707
Chapmann-Richardsova	86.9658	18.01042	80.762	33.23577	1.4264	4.748

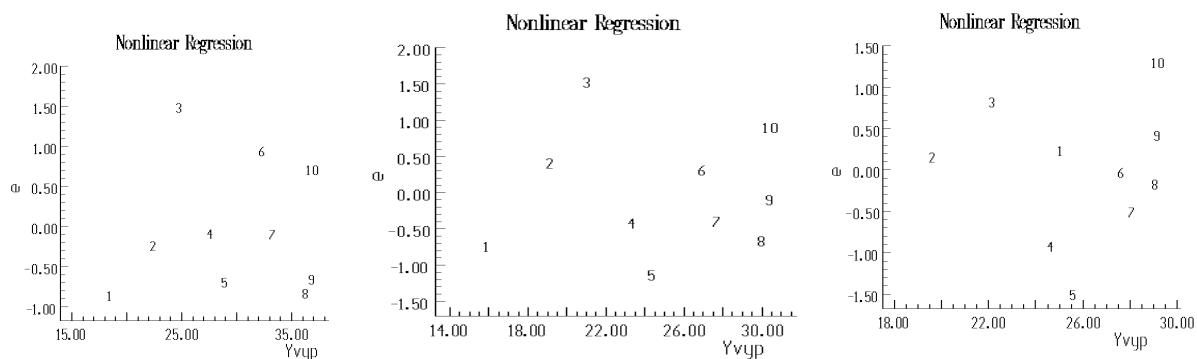
Vysvětlivky:

- IS interval spolehlivosti
- S_b směrodatná odchylka parametru
- AIC Akaikovo informační kritérium
- MEP střední kvadratická chyba predikce
- MA průměr absolutních hodnot reziduí
- $S^2(e)$ reziduální rozptyl
- RSC reziduální součet čtverců

Tabulka 3 - Výsledky nelineární regrese pro veličinu výška



Obrázek 4 - Grafické srovnání růstových funkcí pro veličinu výška



Obrázek 5 - Grafická analýza reziduí (Michajlovova f. vlevo, Korfova uprostřed a Chapman-Richardsova vpravo)

5.3 Objem porostu

Data vyjadřující objem porostu jsou zřejmě nejobtížnější pro proložení modelem, protože objem porostu nezávisí jen na hodnotách střední tloušťky a výšky, ale i na hodnotách počtu stromů na ha (objem porostu byl stanoven jako objem středního kmene x počet stromů/ha). Zásoba tedy kolísá podle toho, zda se jednalo o porosty před nebo po výchovném zásahu, což může zásadním způsobem ovlivnit získané hodnoty. Zvláště hodnota u porostu ve věku 54 roků je značně nízká, pravděpodobně vlivem provedeného výchovného zásahu.

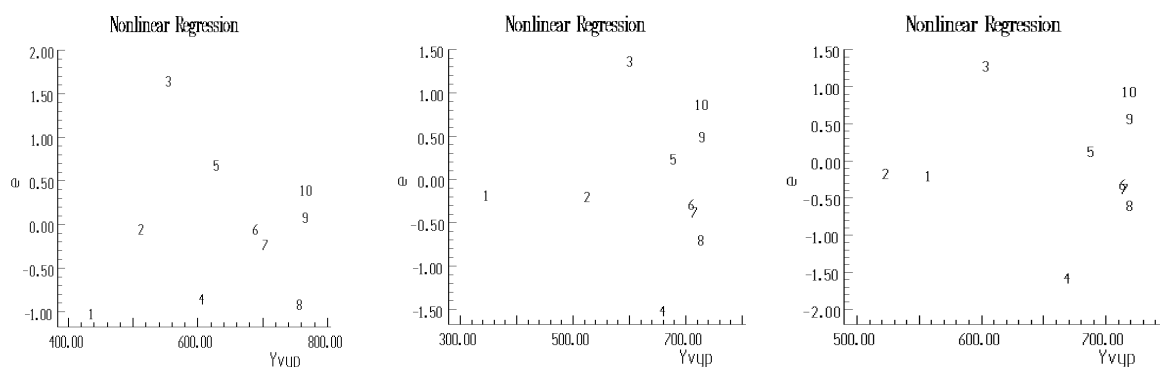
Tabulka 4 udává hlavní výsledky nelineárních regresí pro jednotlivé funkce. Kompletní výsledky jsou v přílohách 7 – 9 v závěru práce.

Funkce	Odhady parametrů					
		Bodový odhad	Polovina IS	Relativní vychýlení (%)	S_b	$2.S_b$
Michajlovova	A	940.368	299.253	0.62	100.209	200.418
	k	- 23.761	18.400	0.72	6.760	13.520
Korfova	A	732.764	133.834	2.08	51.336	102.672
	k	467009.800	11667960	2498.00	3231080	6462160
	n	4.520	6.596	6.93	1.828	3.657
Chapmann-Richardsova	A	718.602	149.150	1.07	41.321	82.642
	b	0.098	0.174	11.27	0.059	0.118
	c	5.103	33.724	249.79	10.828	21.656
	Statistické charakteristiky regrese					
	Regresní rabat (%)	AIC	MEP	RSC	MA	$S^2(e)$
Michajlovova	65.55457	91.89022	10929	65618.12	61.387	8202.3
Korfova	72.34013	91.69628	12831	52691.71	57.787	7527.4
Chapmann-Richardsova	70.70574	92.27037	13466	55805.2	58.636	7972.2

Vysvětlivky:

- IS interval spolehlivosti
- S_b směrodatná odchylka parametru
- AIC Akaikovo informační kritérium
- MEP střední kvadratická chyba predikce
- MA průměr absolutních hodnot reziduí
- $S^2(e)$ reziduální rozptyl
- RSC reziduální součet čtverců

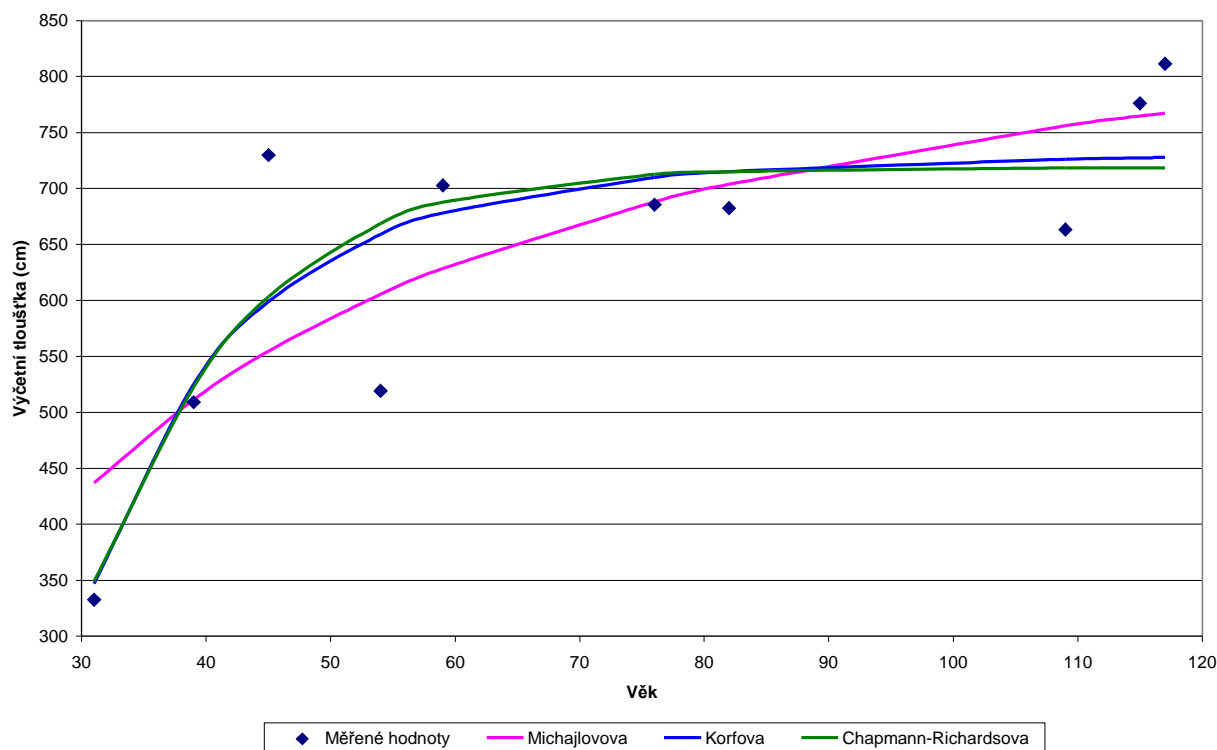
Tabulka 4 - Výsledky nelineární regrese pro veličinu objem porostu/ha



Obrázek 6 - Grafická analýza reziduí (Michajlovova f. vlevo, Korfova uprostřed a Chapmann-Richardsova vpravo)

Zde se zřejmě nejvíce projevuje extrémní postavení některých datových bodů (konkrétně věky 45 a 54 let). Zajímavé je, že sice kritéria AIC a MEP ukazují, že z hlediska predikční schopnosti vyhovuje nejlépe Michajlovova funkce, ale kritéria proložení bodového pole – regresní rabat a charakteristiky reziduí – ukazují na lepší parametry u ostatních dvou funkcí.

To souvisí s tím, že tyto funkce opravdu lépe prokládají bodové pole – lépe se přizpůsobí „zlomu“ v datech, ale výsledkem je poté nepravděpodobně nízká hodnota asymptoty.



Obrázek 7 - Grafické srovnání růstových funkcí pro veličinu objem porostu

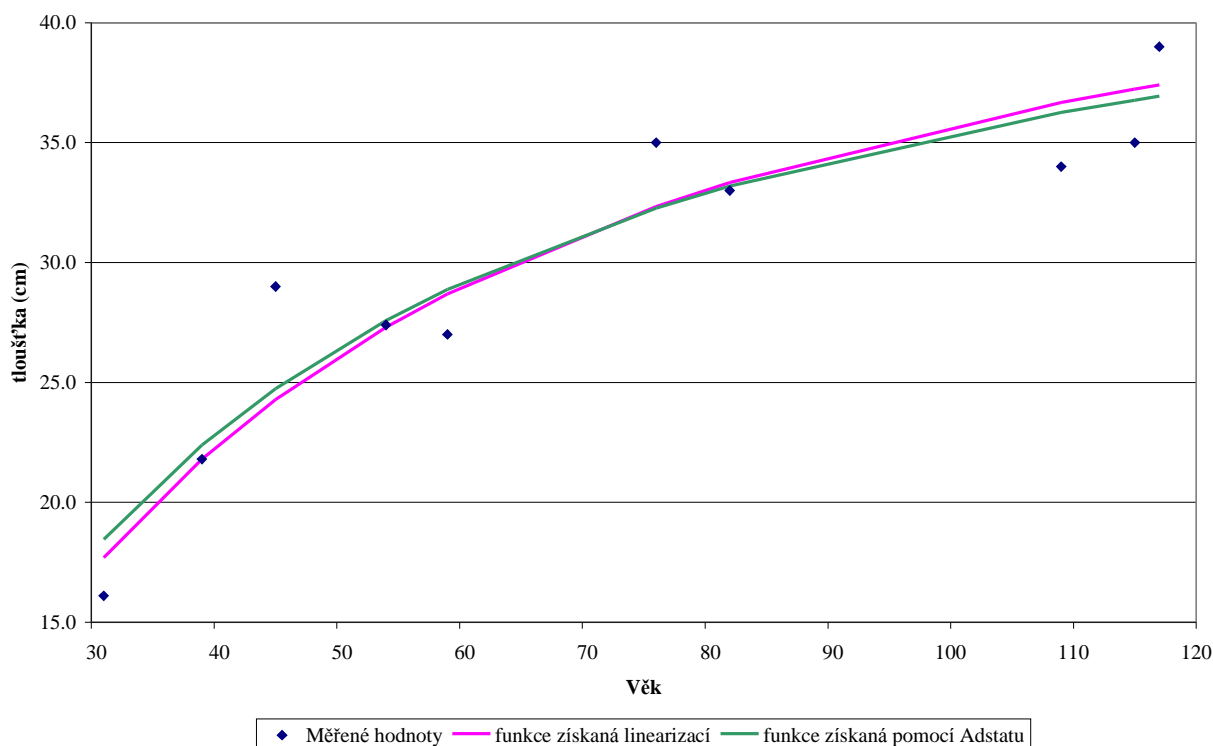
5.4 Výpočet Michajlovovy funkce pomocí linearizace

Byl použit postup linearizace popsany v kapitole 2.3. Výsledky jsou uvedeny v tabulce 5.

Taxační veličina	R	R ²	B ₀	B ₁	A	k
tloušťka	0.950	0.903	3.892	-31.592	49.003	-31.592
výška	0.953	0.908	3.662	-28.141	38.941	-28.141
objem	0.836	0.699	6.903	-28.010	995.698	-28.010

Tabulka 5 – Výsledky výpočtu Michajlovovy funkce pomocí linearizace

Porovnání průběhu funkce získané pomocí linearizace a pomocí programu ADSTAT je na obrázku 8. Je zřejmé, že i přes výhrady uvedené proti linearizaci v kapitole 2.3, se jedná o metodu, která může „nouzově“ dobře posloužit (pokud není k dispozici kvalitní program) a především může sloužit jako zdroj vynikajících prvních odhadů parametrů.



Obrázek 8 – Proložení bodového pole veličiny výčetní tloušťka Michajlovovou funkcí získanou pomocí linearizace a pomocí statistického programu

6 Závěr

Cílem práce bylo porovnat možnosti užití a statistické vlastnosti několika často používaných růstových funkcí v lesnictví. Byla volena časová řada, která obsahuje některé „nestandardní“ datové body, aby se prověřila schopnost růstových funkcí i takových podmínkách reálně modelovat proces růstu. Funkce byly hodnoceny pomocí kritérií pro hodnocení kvality odhadu parametrů, predikční schopnosti a vlivu dat na výslednou podobu modelu. Je možné učinit následující závěry:

- § všechny posuzované funkce vyhovují základním požadavkům kladeným na růstové funkce
- § schopnost proložit bodové pole („přizpůsobit“ se datovým bodům) je různá, nejpružnější je Chapmanova Richardsova funkce, nejméně pružná je Michajlovova funkce (má pouze dva parametry oproti třem u ostatních dvou funkcí)
- § z hlediska predikční schopnosti se nejlépe jeví Michajlovova funkce, která také dává nejpravděpodobnější odhady asymptoty funkce – ostatní dvě se příliš přizpůsobí „zlomu“ v datech a hodnoty asymptoty jsou značně nízké

- § je pravděpodobné, že pro „kvalitní“ data, tj. zcela bez vlivných bodů, by Korfova i Chapmanova Richardsova funkce byly kvalitnější než Michajlovova.
- § vzhledem k malému počtu bodů jsou intervalové odhady parametrů i modelu poměrně široké
- § modely mají vesměs korelované parametry, což indikuje špatnou podmíněnost modelu a zřejmě by bylo vhodné užít reparametrizaci
- § vlivné body jsou především 1. a 3. (obvykle indikováno diagonální prvky H matice a Cookovou vzdáleností) pro Korfovu a Chapmanovu Richardsovu funkci, výsledky Michajlovovy funkce vlivné body nevykazují.

7 Citovaná literatura

Korf, V.: Příspěvek k matematické definici vzrůstového zákona hmot lesních porostů.

Lesnická práce, 1939.

Meloun, M., Militký, J.: Statistické zpracování experimentálních dat. EAST PUBLISHING

Praha 1998, 840 stran, ISBN 80-7219-003-2

Zach, J.: Simulační modely vývoje lesních porostů. Habilitační práce, MZLU Brno,

1998, 160 s.

PŘÍLOHA 1

Název: **Výčetní tloušťka - Michajlovova funkce**

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa : 0.050
 Počet bodů, n : 10
 Počet parametrů, m : 2
 Počet nezávislých proměnných : 1
 Minimální změna RSC [%] : 1.000000E-01
 Minimální změna parametrů [%] : 0.000000E+00
 Maximální počet iterací : 150
 Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.306
 Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$: 3.347
 Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$: 5.991
 Jméno výstupního souboru : ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] \cdot \exp(p[2]/x1)$
 p[1] :p 4.000000E+01 p[2] :p -2.000000E+01

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	4.743251E+01	2.941033E+00	1.034752E-01	2.181526E-01
p[2]	-2.927197E+01	4.067249E+00	-6.496490E-02	2.219355E-01

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	4.743251E+01	+-	8.439149E+00	+- 8.782783E+00
p[2]	-2.927197E+01	+-	1.202541E+01	+- 1.214599E+01

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-9.1240E-01
x[2,i]	-9.1240E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 4.752429E+01
 Regresní rabat, D^2 [%] : 8.901124E+01
 Akaikeho informační kritérium, AIC : 1.958656E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické reziduum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	1.6100E+01	1.8450E+01	1.4543E+00	2.3523E-02	-2.3498E+00
2	2.1800E+01	2.2393E+01	1.2102E+00	1.2482E-03	-5.9291E-01
3	2.9000E+01	2.4750E+01	1.0463E+00	-7.1735E-03	4.2501E+00
4	2.7400E+01	2.7584E+01	8.7030E-01	-1.2294E-02	-1.8396E-01
5	2.7000E+01	2.8881E+01	8.1528E-01	-1.2800E-02	-1.8807E+00
6	3.5000E+01	3.2270E+01	8.2488E-01	-8.6774E-03	2.7296E+00
7	3.3000E+01	3.3193E+01	8.7358E-01	-6.1985E-03	-1.9279E-01
8	3.4000E+01	3.6262E+01	1.1552E+00	6.1867E-03	-2.2615E+00
9	3.5000E+01	3.6773E+01	1.2161E+00	8.8660E-03	-1.7732E+00
10	3.9000E+01	3.6934E+01	1.2359E+00	9.7416E-03	2.0665E+00

Reziduální součet čtverců, RSC	: 4.7524E+01
Průměr absolutních hodnot reziduí, MA	: 1.8281E+00
Průměr relativních hodnot reziduí, MR	: 6.5428E+00
Odhad reziduálního rozptylu, s ² (e)	: 5.9405E+00
Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e)	: 2.4373E+00
Odhad šikmosti reziduí, g1(e)	: -6.6548E-02
Odhad špičatosti reziduí, g2(e)	: 2.1218E-01
Střední kvadratická chyba predikce	: 7.6981E+00

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife reziduum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	-1.2413E+00	3.9898E-01	3.5603E-01	6.9213E-02	3.5703E-02
2	-2.6345E-01	1.2850E-02	2.4655E-01	4.1510E-03	9.0855E-03
3	2.4714E+00	4.2108E-01	1.8428E-01	1.8307E-01	3.7907E-01
4	-7.5614E-02	4.7705E-04	1.2750E-01	2.7669E-04	8.9148E-03
5	-8.0016E-01	4.2231E-02	1.1189E-01	2.6479E-02	1.1234E-02
6	1.2272E+00	9.1614E-02	1.1454E-01	5.6584E-02	3.2479E-02
7	-7.9291E-02	5.2907E-04	1.2846E-01	3.0501E-04	8.9026E-03
8	-1.0622E+00	1.6087E-01	2.2465E-01	5.6868E-02	2.6053E-02
9	-8.2232E-01	1.1681E-01	2.4897E-01	3.6494E-02	1.5339E-02
10	9.8141E-01	1.6745E-01	2.5712E-01	5.2114E-02	2.2664E-02

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	4.1731E+00	4.0997E-01	-3.9739E+00
p[2]	-4.3175E+00	2.1436E-01	4.0426E+00

PŘÍLOHA 2

Název: Výčetní tloušťka - Korfova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa : 0.050
 Počet bodů, n : 10
 Počet parametrů, m : 3
 Počet nezávislých proměnných : 1
 Minimální změna RSC [%] : 1.000000E-01
 Minimální změna parametrů [%] : 0.000000E+00
 Maximální počet iterací : 150
 Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.365
 Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$: 3.637
 Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$: 7.815
 Jméno výstupního souboru : ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] \cdot \exp(p[2] / ((1-p[3]) \cdot x^{(p[3]-1)}))$
 p[1] :p 4.000000E+01 p[2] :p 2.000000E+01 p[3] :p
 2.000000E+00

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	3.919250E+01	4.160169E+00	1.685643E+00	4.300931E+00
p[2]	6.635420E+02	1.899662E+03	2.764575E+03	4.166391E+02
p[3]	2.772906E+00	7.181189E-01	2.725208E-02	9.827987E-01

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	3.919250E+01	+-	1.369801E+01	+- 1.502305E+01
p[2]	6.635420E+02	+-	6.859989E+03	+- 6.859989E+03
p[3]	2.772906E+00	+-	2.590036E+00	+- 2.593244E+00

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]	x[3,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-9.1180E-01	-9.2733E-01
x[2,i]	-9.1180E-01	1.0000E+00	9.9876E-01
x[3,i]	-9.2733E-01	9.9876E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 4.107948E+01
 Regresní rabat, D^2 [%] : 9.050144E+01
 Akaikeho informační kritérium, AIC : 2.012924E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické reziduum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	1.6100E+01	1.6761E+01	2.1601E+00	-5.7078E-02	-6.6064E-01
2	2.1800E+01	2.2266E+01	1.2432E+00	5.1817E-02	-4.6599E-01
3	2.9000E+01	2.5274E+01	1.1923E+00	6.1581E-02	3.7264E+00
4	2.7400E+01	2.8529E+01	1.2303E+00	1.6122E-02	-1.1294E+00
5	2.7000E+01	2.9877E+01	1.1984E+00	-1.5022E-02	-2.8765E+00
6	3.5000E+01	3.2958E+01	9.8982E-01	-7.5169E-02	2.0420E+00
7	3.3000E+01	3.3686E+01	9.5411E-01	-7.5947E-02	-6.8558E-01
8	3.4000E+01	3.5769E+01	1.2226E+00	7.1359E-03	-1.7686E+00
9	3.5000E+01	3.6066E+01	1.3302E+00	3.6616E-02	-1.0662E+00
10	3.9000E+01	3.6157E+01	1.3669E+00	4.6888E-02	2.8435E+00

Reziduální součet čtverců, RSC	: 4.1079E+01
Průměr absolutních hodnot reziduí, MA	: 1.7265E+00
Průměr relativních hodnot reziduí, MR	: 5.8362E+00
Odhad reziduálního rozptylu, s ² (e)	: 5.8685E+00
Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e)	: 2.4225E+00
Odhad šikmosti reziduí, g1(e)	: -6.0715E-02
Odhad špičatosti reziduí, g2(e)	: 2.1168E-01
Střední kvadratická chyba predikce	: 8.3829E+00

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife reziduum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	-5.7281E-01	4.6943E-01	7.9509E-01	3.3172E-03	8.5937E-03
2	-2.0825E-01	5.9859E-03	2.6335E-01	1.7510E-03	8.9936E-03
3	2.1982E+00	3.3273E-01	2.4223E-01	1.5953E+01	3.4414E+00
4	-5.1190E-01	3.3941E-02	2.5795E-01	1.4307E-01	9.9640E-02
5	-1.4772E+00	2.0163E-01	2.4472E-01	2.4556E+00	1.2506E+00
6	9.1243E-01	5.6978E-02	1.6695E-01	5.1259E-01	3.3489E-01
7	-2.8700E-01	5.8015E-03	1.5512E-01	4.7643E-03	9.9875E-03
8	-8.2628E-01	8.1465E-02	2.5470E-01	2.2586E-01	1.5464E-01
9	-4.9750E-01	3.9906E-02	3.0153E-01	6.2513E-02	4.6938E-02
10	1.5607E+00	3.1467E-01	3.1836E-01	6.6920E-01	4.3177E-01

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	-2.7805E+01	6.0092E-01	2.2389E+01
p[2]	5.7660E+01	1.6325E-04	-4.7429E+01
p[3]	5.4632E+01	1.3753E+03	-4.5368E+01

PŘÍLOHA 3

Název: Výčetní tloušťka - Chapmann - Richardsova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa : 0.050
 Počet bodů, n : 10
 Počet parametrů, m : 3
 Počet nezávislých proměnných : 1
 Minimální změna RSC [%] : 1.000000E-01
 Minimální změna parametrů [%] : 0.000000E+00
 Maximální počet iterací : 150
 Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.365
 Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$: 3.637
 Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$: 7.815
 Jméno výstupního souboru : ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] * ((1 - \exp(-p[2] * x1))^{p[3]})$
 p[1] :p 4.000000E+01 p[2] :p 4.000000E-02 p[3] :p
 2.000000E+00

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	3.594067E+01	1.284185E+00	-2.819505E+00	-7.844888E+00
p[2]	4.040104E-02	2.142755E-02	5.767374E-02	1.427531E+02
p[3]	5.613697E-01	7.862887E-01	2.233915E+00	3.979401E+02

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	3.594067E+01		+ - 4.581037E+00	+ - 4.637399E+00
p[2]	4.040104E-02		+ - 6.576292E-02	+ - 7.737837E-02
p[3]	5.613697E-01		+ - 2.519353E+00	+ - 2.839416E+00

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]	x[3,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-3.8159E-01	-3.1771E-01
x[2,i]	-3.8159E-01	1.0000E+00	9.9393E-01
x[3,i]	-3.1771E-01	9.9393E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 4.464897E+01
Regresní rabat, D² [%] : 8.967609E+01
Akaikeho informační kritérium, AIC : 2.096246E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické reziduum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	1.6100E+01	1.5483E+01	2.4683E+00	-6.2604E-01	6.1740E-01
2	2.1800E+01	2.2601E+01	1.8295E+00	-7.8305E-01	-8.0106E-01
3	2.9000E+01	2.5922E+01	1.4887E+00	-9.7864E-03	3.0783E+00
4	2.7400E+01	2.9259E+01	9.1858E-01	1.0853E+00	-1.8590E+00
5	2.7000E+01	3.0566E+01	8.1969E-01	1.4074E+00	-3.5657E+00
6	3.5000E+01	3.3321E+01	1.0152E+00	1.2067E+00	1.6790E+00
7	3.3000E+01	3.3898E+01	1.0653E+00	8.6545E-01	-8.9821E-01
8	3.4000E+01	3.5265E+01	1.1195E+00	-8.5821E-01	-1.2649E+00
9	3.5000E+01	3.5411E+01	1.1266E+00	-1.1714E+00	-4.1118E-01
10	3.9000E+01	3.5453E+01	1.1295E+00	-1.2673E+00	3.5475E+00

Reziduální součet čtverců, RSC : 4.4649E+01
Průměr absolutních hodnot reziduí, MA : 1.7722E+00
Průměr relativních hodnot reziduí, MR : 5.9870E+00
Odhad reziduálního rozptylu, s²(e) : 6.3784E+00
Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e) : 2.5256E+00
Odhad šikmosti reziduí, g1(e) : -2.5111E-02
Odhad špičatosti reziduí, g2(e) : 2.1746E-01
Střední kvadratická chyba predikce : 2.6283E+01

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife reziduum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	1.1880E+00	9.4668E+00	9.5517E-01	3.8927E-05	7.5170E-03
2	-4.3256E-01	7.7919E-02	5.2477E-01	6.5802E-03	1.4263E-02
3	1.7006E+00	4.0410E-01	3.4746E-01	1.1586E-02	7.1873E-02
4	-7.6657E-01	3.1731E-02	1.3229E-01	2.6702E-02	2.5467E-02
5	-1.6738E+00	8.7446E-02	1.0534E-01	5.7655E-02	1.2465E-01
6	6.9904E-01	3.3862E-02	1.6157E-01	1.5800E-02	1.8573E-02
7	-3.6721E-01	1.1099E-02	1.7791E-01	5.3602E-03	1.0769E-02
8	-5.2920E-01	2.5443E-02	1.9648E-01	1.0786E-02	1.0738E-02
9	-1.6882E-01	2.7403E-03	1.9899E-01	1.1302E-03	8.9236E-03
10	1.8067E+00	2.0557E-01	2.0003E-01	8.3596E-02	1.7406E-01

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	-2.4750E+00	7.1428E-01	2.2667E+00
p[2]	1.8186E+01	1.9049E+05	-1.1823E+01
p[3]	7.5990E+00	1.3444E+02	-7.2816E+00

Počátek výpočtu : 10:11:36.87

Konec výpočtu : 10:11:37.86

PŘÍLOHA 4

Název: Výška - Michajlovova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa : 0.050
 Počet bodů, n : 10
 Počet parametrů, m : 2
 Počet nezávislých proměnných : 1
 Minimální změna RSC [%] : 1.000000E-01
 Minimální změna parametrů [%] : 0.000000E+00
 Maximální počet iterací : 150
 Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.306
 Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$: 3.347
 Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$: 5.991
 Jméno výstupního souboru : ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] \cdot \exp(p[2]/x1)$
 p[1] :p 1.000000E+03 p[2] :p -2.000000E+01

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	3.850176E+01	2.008552E+00	5.866675E-02	1.523742E-01
p[2]	-2.727550E+01	3.381168E+00	-4.424196E-02	1.622040E-01

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	3.850176E+01	+-	5.697855E+00	+- 5.998123E+00
p[2]	-2.727550E+01	+-	1.004100E+01	+- 1.009716E+01

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-9.1175E-01
x[2,i]	-9.1175E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 2.360522E+01
 Regresní rabat, D^2 [%] : 9.074265E+01
 Akaikeho informační kritérium, AIC : 1.258883E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické reziduum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	1.4500E+01	1.5972E+01	1.0403E+00	1.3734E-02	-1.4722E+00
2	2.0000E+01	1.9131E+01	8.5355E-01	4.7884E-04	8.6858E-01
3	2.4100E+01	2.1001E+01	7.3337E-01	-4.4064E-03	3.0988E+00
4	2.2500E+01	2.3234E+01	6.0837E-01	-7.2775E-03	-7.3366E-01
5	2.2100E+01	2.4250E+01	5.7081E-01	-7.5099E-03	-2.1498E+00
6	2.7600E+01	2.6892E+01	5.8213E-01	-4.9711E-03	7.0835E-01
7	2.6900E+01	2.7607E+01	6.1683E-01	-3.5053E-03	-7.0718E-01
8	2.8700E+01	2.9978E+01	8.1154E-01	3.7015E-03	-1.2782E+00
9	3.0200E+01	3.0372E+01	8.5314E-01	5.2464E-03	-1.7214E-01
10	3.2300E+01	3.0496E+01	8.6659E-01	5.7505E-03	1.8045E+00

Reziduální součet čtverců, RSC	: 2.3605E+01
Průměr absolutních hodnot reziduí, MA	: 1.2993E+00
Průměr relativních hodnot reziduí, MR	: 5.6479E+00
Odhad reziduálního rozptylu, s ² (e)	: 2.9507E+00
Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e)	: 1.7177E+00
Odhad šikmosti reziduí, g1(e)	: -5.7003E-02
Odhad špičatosti reziduí, g2(e)	: 2.3850E-01
Střední kvadratická chyba predikce	: 3.7558E+00

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife reziduum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	-1.0895E+00	3.3593E-01	3.6677E-01	5.4359E-02	2.4151E-02
2	5.5699E-01	5.5656E-02	2.4691E-01	1.7829E-02	1.0369E-02
3	2.6323E+00	4.4354E-01	1.8227E-01	1.9517E-01	4.6467E-01
4	-4.3289E-01	1.4958E-02	1.2543E-01	8.7861E-03	8.4636E-03
5	-1.4055E+00	1.0928E-01	1.1043E-01	6.9149E-02	5.0816E-02
6	4.1501E-01	1.2463E-02	1.1485E-01	7.6641E-03	8.2967E-03
7	-4.1773E-01	1.4402E-02	1.2895E-01	8.2607E-03	8.4916E-03
8	-8.2747E-01	1.0241E-01	2.2321E-01	3.6737E-02	1.5317E-02
9	-1.0809E-01	2.1826E-03	2.4667E-01	7.0144E-04	8.9395E-03
10	1.2607E+00	2.5269E-01	2.5451E-01	7.9810E-02	4.3061E-02

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna CjR(-5%) [%]	Souhrnná citlivost Cj	Relativní změna CjR(+5%) [%]
p[1]	3.9271E+00	4.3352E-01	-3.7500E+00
p[2]	-4.6387E+00	1.5298E-01	4.3863E+00

PŘÍLOHA 5

Název: Výška - Korfova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa : 0.050
 Počet bodů, n : 10
 Počet parametrů, m : 3
 Počet nezávislých proměnných : 1
 Minimální změna RSC [%] : 1.000000E-01
 Minimální změna parametrů [%] : 0.000000E+00
 Maximální počet iterací : 150
 Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.365
 Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$: 3.637
 Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$: 7.815
 Jméno výstupního souboru : ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] \cdot \exp(p[2] / ((1-p[3]) \cdot x1^{(p[3]-1)}))$
 p[1] :p 4.000000E+01 p[2] :p 2.000000E+01 p[3] :p 2.000000E+00

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	3.787958E+01	1.002481E+01	7.488410E+00	1.976899E+01
p[2]	3.210278E+01	8.740742E+01	1.188634E+02	3.702588E+02
p[3]	2.040099E+00	6.680227E-01	1.028046E-02	5.039195E-01

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	3.787958E+01	+-	3.510370E+01	+- 3.620122E+01
p[2]	3.210278E+01	+-	3.156408E+02	+- 3.156424E+02
p[3]	2.040099E+00	+-	2.409802E+00	+- 2.412338E+00

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]	x[3,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-9.6892E-01	-9.7906E-01
x[2,i]	-9.6892E-01	1.0000E+00	9.9881E-01
x[3,i]	-9.7906E-01	9.9881E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 2.359521E+01
 Regresní rabat, D^2 [%] : 9.074658E+01

Akaikeho informační kritérium, AIC : 1.458459E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické residuum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	1.4500E+01	1.5908E+01	1.5894E+00	-4.6835E-02	-1.4083E+00
2	2.0000E+01	1.9127E+01	9.2159E-01	3.4074E-02	8.7253E-01
3	2.4100E+01	2.1023E+01	8.4512E-01	4.5980E-02	3.0770E+00
4	2.2500E+01	2.3274E+01	9.0401E-01	2.2629E-02	-7.7373E-01
5	2.2100E+01	2.4293E+01	9.1574E-01	2.0871E-03	-2.1929E+00
6	2.7600E+01	2.6924E+01	8.1311E-01	-5.2175E-02	6.7556E-01
7	2.6900E+01	2.7632E+01	7.6899E-01	-5.8735E-02	-7.3204E-01
8	2.8700E+01	2.9958E+01	9.2847E-01	-4.1886E-03	-1.2582E+00
9	3.0200E+01	3.0342E+01	1.0406E+00	2.2996E-02	-1.4168E-01
10	3.2300E+01	3.0462E+01	1.0813E+00	3.2987E-02	1.8384E+00

Reziduální součet čtverců, RSC : 2.3595E+01
 Průměr absolutních hodnot reziduí, MA : 1.2970E+00
 Průměr relativních hodnot reziduí, MR : 5.6263E+00
 Odhad reziduálního rozptylu, s²(e) : 3.3707E+00
 Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e) : 1.8360E+00
 Odhad šikmosti reziduí, g1(e) : -5.5538E-02
 Odhad špičatosti reziduí, g2(e) : 2.3720E-01
 Střední kvadratická chyba predikce : 7.0093E+00

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife residuum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	-1.7407E+00	2.3425E+00	7.4949E-01	6.0430E-01	4.1089E-01
2	5.2007E-01	3.3903E-02	2.5197E-01	6.3156E-03	7.6570E-03
3	2.4947E+00	3.1940E-01	2.1189E-01	5.3814E+00	2.0053E+00
4	-4.5598E-01	2.5011E-02	2.4245E-01	1.1826E-01	8.3670E-02
5	-1.4946E+00	2.0964E-01	2.4878E-01	2.9651E+00	1.4321E+00
6	3.8462E-01	1.3699E-02	1.9614E-01	6.8012E-02	5.5696E-02
7	-4.1224E-01	1.3674E-02	1.7544E-01	4.1960E-02	3.3433E-02
8	-7.7105E-01	7.2284E-02	2.5574E-01	1.3882E-01	9.6990E-02
9	-8.6771E-02	1.3841E-03	3.2124E-01	3.8735E-04	9.0138E-03
10	1.2983E+00	2.7175E-01	3.4685E-01	4.2228E-01	2.7837E-01

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	-3.5536E+01	4.4793E-01	3.2410E+01
p[2]	4.1880E+01	1.0273E-01	-3.9347E+01
p[3]	3.9379E+01	2.5977E+03	-3.7639E+01

PŘÍLOHA 6

Název: Výška - Chapmann - Richardsova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa	:	0.050
Počet bodů, n	:	10
Počet parametrů, m	:	3
Počet nezávislých proměnných	:	1
Minimální změna RSC [%]	:	1.000000E-01
Minimální změna parametrů [%]	:	0.000000E+00
Maximální počet iterací	:	150
Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$:	2.365
Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$:	3.637
Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$:	7.815
Jméno výstupního souboru	:	ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] * ((1 - \exp(-p[2] * x1))^{p[3]})$

p[1] :p 3.500000E+01 p[2] :p 2.000000E-02 p[3] :p 1.000000E+00

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	2.956105E+01	1.036245E+00	-1.797983E+00	-6.082270E+00
p[2]	3.966339E-02	1.952697E-02	4.954223E-02	1.249067E+02
p[3]	4.768979E-01	6.390907E-01	1.673427E+00	3.508985E+02

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	2.956105E+01	+-	3.731207E+00	+- 3.742048E+00
p[2]	3.966339E-02	+-	6.733112E-02	+- 7.051506E-02
p[3]	4.768979E-01	+-	2.259618E+00	+- 2.307860E+00

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]	x[3,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-2.0632E-01	-1.2833E-01
x[2,i]	-2.0632E-01	1.0000E+00	9.9178E-01
x[3,i]	-1.2833E-01	9.9178E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC	:	3.323577E+01
Regresní rabat, D^2 [%]	:	8.696580E+01

Akaikeho informační kritérium, AIC : 1.801042E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické residuum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	1.4500E+01	1.3887E+01	2.1546E+00	-2.5221E-01	6.1267E-01
2	2.0000E+01	1.9573E+01	1.5635E+00	-5.0820E-01	4.2687E-01
3	2.4100E+01	2.2108E+01	1.2745E+00	-8.0916E-02	1.9916E+00
4	2.2500E+01	2.4608E+01	8.0891E-01	6.1186E-01	-2.1080E+00
5	2.2100E+01	2.5577E+01	7.1336E-01	8.2966E-01	-3.4770E+00
6	2.7600E+01	2.7610E+01	8.4846E-01	7.5795E-01	-9.9859E-03
7	2.6900E+01	2.8036E+01	8.9764E-01	5.5727E-01	-1.1356E+00
8	2.8700E+01	2.9048E+01	9.7021E-01	-5.0570E-01	-3.4819E-01
9	3.0200E+01	2.9158E+01	9.7464E-01	-7.0461E-01	1.0424E+00
10	3.2300E+01	2.9189E+01	9.7603E-01	-7.6586E-01	3.1114E+00

Reziduální součet čtverců, RSC : 3.3236E+01
 Průměr absolutních hodnot reziduí, MA : 1.4264E+00
 Průměr relativních hodnot reziduí, MR : 5.7282E+00
 Odhad reziduálního rozptylu, s²(e) : 4.7480E+00
 Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e) : 2.1790E+00
 Odhad šikmosti reziduí, g1(e) : 2.2196E-02
 Odhad špičatosti reziduí, g2(e) : 2.5202E-01
 Střední kvadratická chyba predikce : 8.0762E+01

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife residuum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	2.4860E+00	5.2006E+01	9.7774E-01	1.2923E-05	7.0956E-03
2	2.6189E-01	2.7989E-02	5.1488E-01	1.1809E-03	1.0277E-02
3	1.1531E+00	2.2009E-01	3.4209E-01	8.6959E-03	4.7872E-02
4	-1.0494E+00	5.7837E-02	1.3782E-01	5.5525E-02	6.7285E-02
5	-2.0311E+00	1.1412E-01	1.0718E-01	8.0887E-02	2.6034E-01
6	-4.6064E-03	1.4748E-06	1.5162E-01	7.6436E-07	8.9410E-03
7	-5.4236E-01	2.2289E-02	1.6971E-01	1.1261E-02	1.4317E-02
8	-1.6560E-01	2.6251E-03	1.9826E-01	1.0926E-03	9.1964E-03
9	5.0563E-01	2.3850E-02	2.0007E-01	9.6364E-03	1.0106E-02
10	1.8546E+00	2.1341E-01	2.0064E-01	8.4733E-02	1.9052E-01

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	-2.3376E+00	7.3453E-01	2.1167E+00
p[2]	2.3510E+01	1.2426E+05	-1.4157E+01
p[3]	8.6194E+00	1.1293E+02	-8.0048E+00

PŘÍLOHA 7

Název: Objem porostu/ha - Michajlovova funkce

V S T U P

- (1) PODMÍNKY:
- | | | |
|---|---|--------------|
| Hladina významnosti, alfa | : | 0.050 |
| Počet bodů, n | : | 10 |
| Počet parametrů, m | : | 2 |
| Počet nezávislých proměnných | : | 1 |
| Minimální změna RSC [%] | : | 1.000000E-01 |
| Minimální změna parametrů [%] | : | 0.000000E+00 |
| Maximální počet iterací | : | 150 |
| Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\text{alfa}/2, n-m)$ | : | 2.306 |
| Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\text{alfa}, n, n-m)$ | : | 3.347 |
| Kvantil Chi^2 rozdělení $\text{Chi}^2(1-\text{alfa}, m)$ | : | 5.991 |
| Jméno výstupního souboru | : | ADRESULT.TXT |
- (2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:
- Regresní funkce: $p[1] \cdot \exp(p[2]/x1)$
 p[1] :p 1.000000E+03 p[2] :p -2.000000E+01

V Ý S T U P :

- (1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:
- | Parametr | Bodový odhad | Směrodatná odchylka | Absolutní vychýlení | Relativní vychýlení[%] |
|----------|---------------|---------------------|---------------------|------------------------|
| p[1] | 9.403677E+02 | 1.002090E+02 | 5.836092E+00 | 6.206181E-01 |
| p[2] | -2.376087E+01 | 6.759925E+00 | -1.717083E-01 | 7.226516E-01 |

- (2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:
- | Parametr | Bodový odhad | Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z | délky poloos | maxim |
|----------|---------------|---|--------------|-----------------|
| p[1] | 9.403677E+02 | +- | 2.992528E+02 | +- 2.992533E+02 |
| p[2] | -2.376087E+01 | +- | 1.839998E+01 | +- 2.018711E+01 |

- (3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:
- | | x[1,i] | x[2,i] |
|--------|-------------|-------------|
| x[1,i] | 1.0000E+00 | -9.1077E-01 |
| x[2,i] | -9.1077E-01 | 1.0000E+00 |

- (4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:
- | | | |
|------------------------------------|---|--------------|
| Reziduální součet čtverců, RSC | : | 6.561812E+04 |
| Regresní rabat, D^2 [%] | : | 6.555457E+01 |
| Akaikeho informační kritérium, AIC | : | 9.189022E+01 |

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické residuum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	3.3270E+02	4.3694E+02	5.6260E+01	1.4370E+00	-1.0424E+02
2	5.0910E+02	5.1133E+02	4.5027E+01	3.4137E-03	-2.2314E+00
3	7.2980E+02	5.5460E+02	3.8275E+01	-5.0134E-01	1.7520E+02
4	5.1930E+02	6.0562E+02	3.1628E+01	-7.7945E-01	-8.6321E+01
5	7.0270E+02	6.2863E+02	2.9773E+01	-7.9212E-01	7.4069E+01
6	6.8550E+02	6.8789E+02	3.0778E+01	-5.0229E-01	-2.3893E+00
7	6.8240E+02	7.0381E+02	3.2633E+01	-3.4556E-01	-2.1407E+01
8	6.6350E+02	7.5618E+02	4.2533E+01	4.0427E-01	-9.2681E+01
9	7.7620E+02	7.6483E+02	4.4603E+01	5.6247E-01	1.1369E+01
10	8.1150E+02	7.6754E+02	4.5271E+01	6.1396E-01	4.3963E+01

Reziduální součet čtverců, RSC	:	6.5618E+04
Průměr absolutních hodnot reziduí, MA	:	6.1387E+01
Průměr relativních hodnot reziduí, MR	:	1.0478E+01
Odhad reziduálního rozptylu, s ² (e)	:	8.2023E+03
Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e)	:	9.0566E+01
Odhad šikmosti reziduí, g1(e)	:	-6.1869E-02
Odhad špičatosti reziduí, g2(e)	:	2.8417E-01
Střední kvadratická chyba predikce	:	1.0929E+04

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife residuum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	-1.6076E+00	6.7773E-01	3.8589E-01	9.8000E-02	7.2191E-02
2	-2.6564E-02	1.3238E-04	2.4718E-01	4.2536E-05	8.9565E-03
3	3.0429E+00	4.9531E-01	1.7860E-01	2.1757E-01	7.2852E-01
4	-1.0197E+00	7.1856E-02	1.2196E-01	4.3493E-02	2.0103E-02
5	8.5091E-01	4.5432E-02	1.0807E-01	2.8383E-02	1.1827E-02
6	-2.6241E-02	5.1372E-05	1.1549E-01	3.1435E-05	8.9215E-03
7	-2.3798E-01	4.7898E-03	1.2983E-01	2.7331E-03	8.5611E-03
8	-1.1887E+00	1.9010E-01	2.2056E-01	6.7326E-02	3.4179E-02
9	1.3510E-01	3.3311E-03	2.4255E-01	1.1023E-03	9.0723E-03
10	5.3488E-01	5.2317E-02	2.4987E-01	1.6914E-02	1.0914E-02

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	3.4827E+00	4.7907E-01	-3.3424E+00
p[2]	-5.2220E+00	1.0527E+02	5.0179E+00

PŘÍLOHA 8

Název: Objem porostu/ha - Korfova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa	:	0.050
Počet bodů, n	:	10
Počet parametrů, m	:	3
Počet nezávislých proměnných	:	1
Minimální změna RSC [%]	:	1.000000E-01
Minimální změna parametrů [%]	:	0.000000E+00
Maximální počet iterací	:	150
Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\text{alfa}/2, n-m)$:	2.365
Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\text{alfa}, n, n-m)$:	3.637
Kvantil Chi^2 rozdělení $\text{Chi}^2(1-\text{alfa}, m)$:	7.815
Jméno výstupního souboru	:	ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] \cdot \exp(p[2] / ((1-p[3]) \cdot x^{(p[3]-1)}))$
 $p[1] : p \ 1.000000E+03 \ p[2] : p \ 1.000000E+02 \ p[3] : p \ 2.000000E+00$

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	7.327641E+02	5.133589E+01	1.523529E+01	2.079153E+00
p[2]	4.670098E+05	3.231080E+06	1.166592E+07	2.498002E+03
p[3]	4.519738E+00	1.828278E+00	3.129994E-01	6.925168E+00

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	7.327641E+02	+-	1.338342E+02	+- 1.853822E+02
p[2]	4.670098E+05	+-	1.166796E+07	+- 1.166796E+07
p[3]	4.519738E+00	+-	6.596280E+00	+- 6.602207E+00

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]	x[3,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-6.9196E-01	-7.0830E-01
x[2,i]	-6.9196E-01	1.0000E+00	9.9910E-01
x[3,i]	-7.0830E-01	9.9910E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 5.269171E+04

Regresní rabat, D^2 [%] : 7.234013E+01
 Akaikeho informační kritérium, AIC : 9.169628E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota $y_{exp}[i]$	Predikovaná hodnota $y_{vyp}[i]$	Směrodatná odchylka $s(y_{vyp}[i])$	Vychýlení $hy[i]$	Klasické residuum $e[i]$
1	3.3270E+02	3.4700E+02	8.3133E+01	-3.2234E+00	-1.4298E+01
2	5.0910E+02	5.2513E+02	5.1483E+01	6.2924E+00	-1.6026E+01
3	7.2980E+02	5.9913E+02	5.0187E+01	2.9020E+00	1.3067E+02
4	5.1930E+02	6.5908E+02	4.1107E+01	-3.3779E+00	-1.3978E+02
5	7.0270E+02	6.7805E+02	3.6234E+01	-5.1642E+00	2.4650E+01
6	6.8550E+02	7.0981E+02	3.2132E+01	-4.6661E+00	-2.4307E+01
7	6.8240E+02	7.1513E+02	3.3607E+01	-3.4085E+00	-3.2729E+01
8	6.6350E+02	7.2624E+02	4.1220E+01	2.6039E+00	-6.2738E+01
9	7.7620E+02	7.2736E+02	4.2462E+01	3.7172E+00	4.8844E+01
10	8.1150E+02	7.2767E+02	4.2837E+01	4.0653E+00	8.3827E+01

Reziduální součet čtverců, RSC : 5.2692E+04
 Průměr absolutních hodnot reziduí, MA : 5.7787E+01
 Průměr relativních hodnot reziduí, MR : 8.8701E+00
 Odhad reziduálního rozptylu, $s^2(e)$: 7.5274E+03
 Odhad reziduální směrodatná odchylky, $s(e)$: 8.6761E+01
 Odhad šikmosti reziduí, $g1(e)$: 2.1589E-03
 Odhad špičatosti reziduí, $g2(e)$: 2.6861E-01
 Střední kvadratická chyba predikce : 1.2831E+04

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife residuum $eJ[i]$	Cookova vzdálenost $D[i]$	Diagonální prvky $H[i,i]$	Normalizovaná vzdálenost FDA	Věrohodnostní vzdálenost LDA
1	-5.4634E-01	1.2400E+00	9.1813E-01	1.0717E-04	8.2595E-03
2	-2.1327E-01	9.5410E-03	3.5211E-01	8.9602E-03	1.3569E-02
3	2.3866E+00	5.7145E-01	3.3461E-01	2.6325E+29	1.1154E+02
4	-2.3445E+00	3.2294E-01	2.2449E-01	5.2366E+00	1.9944E+00
5	2.9154E-01	6.8857E-03	1.7442E-01	6.8164E-02	5.6655E-02
6	-2.8107E-01	4.8203E-03	1.3716E-01	2.6662E-03	8.6636E-03
7	-3.8344E-01	9.8521E-03	1.5004E-01	6.4984E-03	9.7253E-03
8	-8.0042E-01	6.5627E-02	2.2572E-01	7.1736E+00	2.3595E+00
9	6.1632E-01	4.3758E-02	2.3953E-01	1.9532E-01	1.3625E-01
10	1.1334E+00	1.3265E-01	2.4378E-01	9.2609E-01	5.6242E-01

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna $CjR(-5\%)$ [%]	Souhrnná citlivost Cj	Relativní změna $CjR(+5\%)$ [%]
p[1]	-1.8221E+01	7.9160E-01	1.2500E+01
p[2]	7.5781E+01	5.5481E-08	-6.3324E+01
p[3]	7.2115E+01	1.8124E+05	-6.1125E+01

PŘÍLOHA 9

Název: Objem porostu/ha - Chapmann-Richardsova funkce

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Hladina významnosti, alfa	: 0.050
Počet bodů, n	: 10
Počet parametrů, m	: 3
Počet nezávislých proměnných	: 1
Minimální změna RSC [%]	: 1.000000E-01
Minimální změna parametrů [%]	: 0.000000E+00
Maximální počet iterací	: 150
Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.365
Kvantil Fisher-Snedecorova rozdělení $F(1-\alpha, n, n-m)$: 3.637
Kvantil χ^2 rozdělení $\chi^2(1-\alpha, m)$: 7.815
Jméno výstupního souboru	: ADRESULT.TXT

(2) REGRESNÍ FUNKCE A POČÁTEČNÍ ODHADY PARAMETRŮ:

Regresní funkce: $p[1] * ((1 - \exp(-p[2] * x1))^{p[3]})$
 $p[1] : p \ 1.000000E+03 \ p[2] : p \ 1.000000E-01 \ p[3] : p \ 1.000000E+01$

V Ý S T U P :

(1) BODOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Směrodatná odchylka	Absolutní vychýlení	Relativní vychýlení[%]
p[1]	7.186017E+02	4.132115E+01	7.711093E+00	1.073069E+00
p[2]	9.758038E-02	5.889121E-02	1.099359E-02	1.126619E+01
p[3]	5.103253E+00	1.082816E+01	1.274718E+01	2.497854E+02

(2) INTERVALOVÉ ODHADY PARAMETRŮ:

Parametr	Bodový odhad	Poloviční délka konfidenčního int. spočtená z	délky poloos	maxim
p[1]	7.186017E+02	+-	1.491503E+02	+- 1.492174E+02
p[2]	9.758038E-02	+-	1.735116E-01	+- 2.126657E-01
p[3]	5.103253E+00	+-	3.372375E+01	+- 3.910224E+01

(3) KORELAČNÍ MATICE ODHADŮ:

	x[1,i]	x[2,i]	x[3,i]
x[1,i]	1.0000E+00	-5.3998E-01	-4.8005E-01
x[2,i]	-5.3998E-01	1.0000E+00	9.8948E-01
x[3,i]	-4.8005E-01	9.8948E-01	1.0000E+00

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Reziduální součet čtverců, RSC : 5.580520E+04
 Regresní rabat, D² [%] : 7.070574E+01
 Akaikeho informační kritérium, AIC : 9.227037E+01

(5) ANALÝZA KLASICKÝCH REZIDUÍ:

Bod	Meřená hodnota	Predikovaná hodnota	Směrodatná odchylka	Vychýlení	Klasické residuum
i	yexp[i]	yvyp[i]	s(yvyp[i])	hy[i]	e[i]
1	3.3270E+02	3.4894E+02	8.4821E+01	-6.3575E+00	-1.6241E+01
2	5.0910E+02	5.2269E+02	5.4063E+01	1.1377E+01	-1.3595E+01
3	7.2980E+02	6.0336E+02	5.4856E+01	4.8785E+00	1.2644E+02
4	5.1930E+02	6.6875E+02	4.3377E+01	-8.5331E+00	-1.4945E+02
5	7.0270E+02	6.8765E+02	3.6716E+01	-1.1618E+01	1.5047E+01
6	6.8550E+02	7.1263E+02	3.4644E+01	-6.1314E+00	-2.7126E+01
7	6.8240E+02	7.1527E+02	3.6610E+01	-2.7978E+00	-3.2869E+01
8	6.6350E+02	7.1836E+02	4.0730E+01	5.6930E+00	-5.4862E+01
9	7.7620E+02	7.1847E+02	4.0965E+01	6.3866E+00	5.7732E+01
10	8.1150E+02	7.1849E+02	4.1021E+01	6.5634E+00	9.3008E+01

Reziduální součet čtverců, RSC : 5.5805E+04
 Průměr absolutních hodnot reziduí, MA : 5.8636E+01
 Průměr relativních hodnot reziduí, MR : 8.9765E+00
 Odhad reziduálního rozptylu, s²(e) : 7.9722E+03
 Odhad reziduální směrodatná odchylky, s(e) : 8.9287E+01
 Odhad šikmosti reziduí, g1(e) : 1.3034E-02
 Odhad špičatosti reziduí, g2(e) : 2.7334E-01
 Střední kvadratická chyba predikce : 1.3466E+04

(6) INDIKACE VLIVNÝCH BODŮ:

Bod	Jackknife residuum	Cookova vzdálenost	Diagonální prvky	Normalizovaná vzdálenost	Věrohodnostní vzdálenost
i	eJ[i]	D[i]	H[i,i]	FDA	LDA
1	-5.5280E-01	1.0463E+00	9.0247E-01	1.0373E-04	8.0668E-03
2	-1.7759E-01	7.0628E-03	3.6663E-01	1.2545E-03	8.9142E-03
3	2.2616E+00	6.5104E-01	3.7746E-01	2.6186E+00	1.2686E+00
4	-2.5692E+00	3.7761E-01	2.3602E-01	4.2573E-01	5.8938E-01
5	1.7158E-01	2.3186E-03	1.6910E-01	1.0602E-03	8.6056E-03
6	-3.0757E-01	6.4188E-03	1.5055E-01	3.3281E-03	8.5572E-03
7	-3.7810E-01	1.0974E-02	1.6812E-01	5.2501E-03	8.4603E-03
8	-6.6220E-01	4.1760E-02	2.0809E-01	1.8854E-02	1.1598E-02
9	7.0074E-01	4.7062E-02	2.1050E-01	2.0437E-02	1.2801E-02
10	1.2113E+00	1.2266E-01	2.1107E-01	5.8584E-02	4.9928E-02

(7) MAPA CITLIVOSTNÍ FUNKCE:

Parametr	Relativní změna	Souhrnná citlivost	Relativní změna
	CjR(-5%)	Cj	CjR(+5%)
	[%]		[%]
p[1]	-2.3578E+00	8.2245E-01	2.1600E+00
p[2]	7.9545E+00	1.4894E+07	-8.0313E+00
p[3]	1.3785E+01	4.0556E+02	-1.2790E+01

Obsah

1 Úvod	1
2 Růstové a přírůstové funkce	2
2.1 Obecné vlastnosti růstových a přírůstových funkcí	3
2.2 Korfova funkce	4
2.3 Michajlovova funkce	5
2.4 Chapmann-Richardsova funkce	6
3 Pokusné plochy a vstupní data	7
4 Metodika posouzení jednotlivých funkcí	8
5 Výsledky	9
5.1 Výčetní tloušťka	9
5.2 Výška	12
5.3 Objem porostu	13
5.4 Výpočet Michajlovovy funkce pomocí linearizace	15
6 Závěr	16
7 Citovaná literatura	17

Univerzita Pardubice
Fakulta chemicko – technologická



VYUŽITÍ NĚKTERÝCH RŮSTOVÝCH FUNKCÍ K MODELOVÁNÍ VÝVOJE LESNÍCH POROSTŮ

ZÁVĚREČNÁ PRÁCE LICENČNÍHO STUDIA
STATISTICKÉ ZPRACOVÁNÍ DAT PŘI KONTROLE JAKOSTI

ING. KAREL DRÁPELA, CSc.

