



# **SEMESTRÁLNÍ PRÁCE**

## **Tvorba lineárních regresních modelů**

# Úloha 1 – Porovnání regresních přímek u jednoduchého lineárního regresního modelu

## Porovnání kalibračních přímek stanovení *Pyrenophora teres* u různě připravených standardů

### Úvod

*Pyrenophora teres* je fytopatogenní houba napadající ječmen. V pletivech hostitele je detekována pomocí polymerázové řetězové reakce (PCR) se specifickými primery. Kvantifikace se provádí metodou PCR v reálném čase (real-time PCR) na základě kalibrace, která je závislostí tzv. Ct hodnot na koncentraci ředící řady standardů. Ct hodnota je definována jako cyklus, ve kterém dojde ke statisticky významnému vzrůstu fluorescence nad úroveň fluorescence pozadí.

Pro přípravu kalibrační přímky se používá sériově ředěná řada standardů o známé koncentraci. V této práci byly použity předem připravené plasmidové standardy, kde cílový úsek DNA byl klonován do komerčně dodávaného pGEM-T Easy vektoru. Tyto plasmidové standardy byly: 1) sériově ředěny (E1 – E8); 2) smíchané standardy houby (E) a hostitele (C) ve vzájemném poměru E:C 1:1000 (EC1 – EC8) a 3) k sériově ředěným standardům E bylo přidáno konstantní množství standardu C (Ek1 – Ek8). Reakce byly prováděny v přístroji ABI PRISM 7900. Výstup z programu SDS software v textovém formátu byl upraven v MS Excel.

Cílem úlohy je porovnat lineární regresní modely pro 3 různé varianty přípravy standardů E, EC a Ek.

### Data

Data jsou uvedena v Tabulce 1 a dále v souboru MS Excel: 2.1\_Lineární regrese v listu: Úloha 1.

Tabulka 1 – data pro porovnání vlivu příměsi hostitelské rostliny na stanovení *P. teres*

| log c | Ct (E) | Ct (EC) | Ct (Ek) |
|-------|--------|---------|---------|
| 9.30  | 9.71   | 10.09   | 10.80   |
| 9.30  | 10.45  | 9.99    | 11.10   |
| 9.30  | 10.45  | 9.99    | 10.56   |
| 9.30  | 10.49  | 9.96    | 10.62   |
| 7.30  | 18.3   | 17.82   | 19.15   |
| 7.30  | 19.37  | 17.32   | 19.20   |
| 7.30  | 18.91  | 18.28   | 19.09   |
| 7.30  | 18.66  | 18.52   | 18.55   |
| 6.30  | 17.19  | 21.40   | 18.40   |
| 6.30  | 18.24  | 19.48   | 18.23   |
| 6.30  | 18.03  | 20.45   | 18.09   |

|      |       |       |       |
|------|-------|-------|-------|
| 6.30 | 18.07 | 20.59 | 18.28 |
| 5.30 | 21.55 | 22.69 | 22.84 |
| 5.30 | 22.24 | 22.49 | 23.13 |
| 5.30 | 22.77 | 23.02 | 22.38 |
| 5.30 | 22.88 | 23.96 | 22.98 |
| 4.30 | 26.87 | 27.03 | 27.44 |
| 4.30 | 27.18 | 28.11 | 27.43 |
| 4.30 | 27.61 | 27.25 | 27.08 |
| 4.30 | 26.96 | 27.75 | 27.45 |
| 3.30 | 29.57 | 30.02 | 30.70 |
| 3.30 | 30.42 | 29.67 | 30.91 |
| 3.30 | 30.72 | 31.63 | 30.27 |
| 3.30 | 30.89 | 31.13 | 30.18 |
| 2.30 | 34.95 | 33.33 | 34.22 |
| 2.30 | 35.14 | 34.35 | 34.40 |
| 2.30 | 35.16 | 34.70 | 34.57 |
| 2.30 | 35.92 | 34.65 | 34.21 |
| 1.30 | 37.48 | 36.50 | 35.87 |
| 1.30 | 38.32 | 37.70 | 36.32 |
| 1.30 | 37.99 | 37.25 | 36.58 |
| 1.30 | 37.2  | 35.83 | 36.19 |

## Výsledky

Použitý program: QC Expert

- **Návrh modelu pro všechny tři druhy standardů**

$$y = b_0 + b_1 x$$

### a) Standardy E

- **Předběžná analýza dat**

| Proměnná | Průměr | Směr.Odch. | r             | Významnost |
|----------|--------|------------|---------------|------------|
| log c    | 4.925  | 2.53682555 | -0.9967447502 | 0          |

Pearsonův párový korelační koeficient r ukazuje na silnou zápornou korelaci proměnných x a y.

Analýza rozptylu

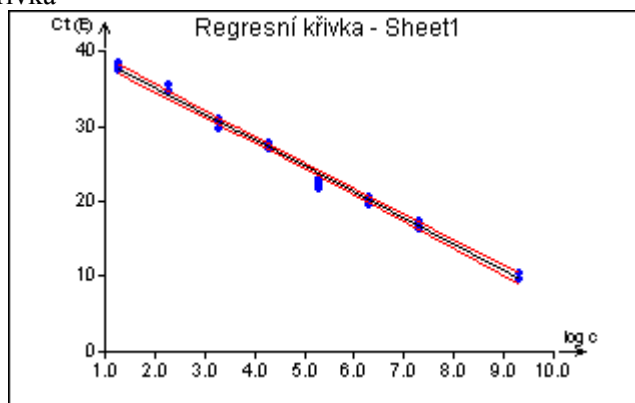
Průměr Y : 24.9540625

| Zdroj                          | Součet čtverců | Průměrný čtverec | Rozptyl      |
|--------------------------------|----------------|------------------|--------------|
| Celková variabilita            | 2442.851372    | 76.33910537      | 78.80165716  |
| Variabilita vysvětlená modelem | 2426.973075    | 75.8429086       | 78.28945403  |
| Reziduální variabilita         | 15.8782968     | 0.4961967751     | 0.5122031227 |
| Hodnota kritéria F :           | 4585.453538    |                  |              |
| Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : | 4.170876786    |                  |              |

▪ **Odhady parametrů**

|          |             |               |          |   |              |              |
|----------|-------------|---------------|----------|---|--------------|--------------|
| Proměnná | Odhad       | Směr.Odch.    | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez    |
| Abs      | 42.1318515  | 0.2844124429  | Významný | 0 | 41.55100381  | 42.7126992   |
| log c    | -3.48787594 | 0.05150742994 | Významný | 0 | -3.593068145 | -3.382683734 |

Obrázek 1 - Regresní křivka



▪ **Statistické charakteristiky regrese**

|  |              |
|--|--------------|
| Vícenásobný korelační koeficient R :     | 0.9967447502 |
| Koeficient determinace R <sup>2</sup> :  | 0.9935000971 |
| Predikovaný korelační koeficient Rp :    | 0.9854681183 |
| Střední kvadratická chyba predikce MEP : | 0.556705319  |
| Akaikeho informační kritérium :          | -18.42504662 |

▪ **Regresní diagnostika**

**Data**

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum      | Reziduum [%Y] | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|---------------|---------------|------|
| 1     | 9.71       | 9.694605263  | 0.2594614889  | 0.01539473684 | 0.1585451786  | 1    |
| 2     | 10.45      | 9.694605263  | 0.2594614889  | 0.7553947368  | 7.228657769   | 1    |
| 3     | 10.45      | 9.694605263  | 0.2594614889  | 0.7553947368  | 7.228657769   | 1    |
| 4     | 10.49      | 9.694605263  | 0.2594614889  | 0.7953947368  | 7.582409312   | 1    |
| 5     | 16.19      | 16.67035714  | 0.1774952313  | -0.4803571429 | -2.966999029  | 1    |
| 6     | 17.26      | 16.67035714  | 0.1774952313  | 0.5896428571  | 3.416239033   | 1    |
| 7     | 16.8       | 16.67035714  | 0.1774952313  | 0.1296428571  | 0.7716836735  | 1    |
| 8     | 16.55      | 16.67035714  | 0.1774952313  | -0.1203571429 | -0.7272334916 | 1    |
| 9     | 19.46      | 20.15823308  | 0.1468187646  | -0.6982330827 | -3.588042563  | 1    |
| 10    | 20.51      | 20.15823308  | 0.1468187646  | 0.3517669173  | 1.715099548   | 1    |
| 11    | 20.3       | 20.15823308  | 0.1468187646  | 0.1417669173  | 0.6983591985  | 1    |
| 12    | 20.34      | 20.15823308  | 0.1468187646  | 0.1817669173  | 0.8936426612  | 1    |
| 13    | 21.55      | 23.64610902  | 0.1300498858  | -2.096109023  | -9.726724003  | 1    |
| 14    | 22.24      | 23.64610902  | 0.1300498858  | -1.406109023  | -6.322432655  | 1    |
| 15    | 22.77      | 23.64610902  | 0.1300498858  | -0.8761090226 | -3.847646125  | 1    |
| 16    | 22.88      | 23.64610902  | 0.1300498858  | -0.7661090226 | -3.348378595  | 1    |
| 17    | 26.87      | 27.13398496  | 0.132575362   | -0.2639849624 | -0.9824524094 | 1    |
| 18    | 27.18      | 27.13398496  | 0.132575362   | 0.04601503759 | 0.1692974157  | 1    |
| 19    | 27.61      | 27.13398496  | 0.132575362   | 0.4760150376  | 1.724067503   | 1    |

|    |       |             |              |               |               |   |
|----|-------|-------------|--------------|---------------|---------------|---|
| 20 | 26.96 | 27.13398496 | 0.132575362  | -0.1739849624 | -0.645344816  | 1 |
| 21 | 29.57 | 30.6218609  | 0.1534454663 | -1.051860902  | -3.557189389  | 1 |
| 22 | 30.42 | 30.6218609  | 0.1534454663 | -0.2018609023 | -0.6635795603 | 1 |
| 23 | 30.72 | 30.6218609  | 0.1534454663 | 0.09813909774 | 0.3194632088  | 1 |
| 24 | 30.89 | 30.6218609  | 0.1534454663 | 0.2681390977  | 0.8680449911  | 1 |
| 25 | 34.5  | 34.10973684 | 0.1866033931 | 0.3902631579  | 1.131197559   | 1 |
| 26 | 34.69 | 34.10973684 | 0.1866033931 | 0.5802631579  | 1.67271017    | 1 |
| 27 | 34.71 | 34.10973684 | 0.1866033931 | 0.6002631579  | 1.729366632   | 1 |
| 28 | 35.47 | 34.10973684 | 0.1866033931 | 1.360263158   | 3.834968023   | 1 |
| 29 | 37.48 | 37.59761278 | 0.2267204715 | -0.117612782  | -0.313801446  | 1 |
| 30 | 38.32 | 37.59761278 | 0.2267204715 | 0.722387218   | 1.885144097   | 1 |
| 31 | 37.99 | 37.59761278 | 0.2267204715 | 0.392387218   | 1.03286975    | 1 |
| 32 | 37.2  | 37.59761278 | 0.2267204715 | -0.397612782  | -1.068851564  | 1 |

Reziduální součet čtverců : 15.8782968  
 Průměr absolutních reziduí : 0.540643797  
 Reziduální směr. odchylka : 0.7275139587  
 Reziduální rozptyl : 0.5292765602  
 Šikmost reziduí : 0.7438398276  
 Špičatost reziduí : 3.925380821

#### Indikace vlivných dat

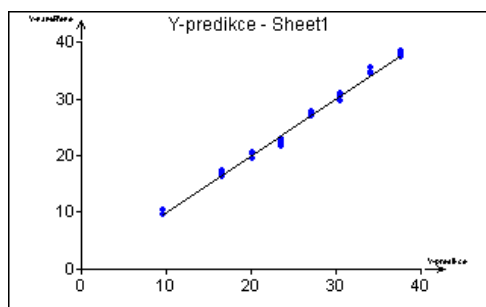
##### A. Analýza reziduí

| Index | Standardní    | Jackknife     | Predikované   | Diag(Hii)     | Diag(H*ii)    | Cookova vzdál. |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| 1     | 0.02265018869 | 0.0222696765  | 0.01763819095 | 0.1271929825  | 0.1272079084  | 0.00165039063  |
| 2     | 1.111407977   | 1.115943066   | 0.8654773869  | 0.1271929825  | 0.1631301623  | 0.08098198824  |
| 3     | 1.111407977   | 1.115943066   | 0.8654773869  | 0.1271929825  | 0.1631301623  | 0.08098198824  |
| 4     | 1.170259749   | 1.177787281   | 0.9113065327  | 0.1271929825  | 0.1670368521  | 0.08527018271  |
| 5     | -0.6808462031 | -0.6746350212 | -0.5107594937 | 0.05952380952 | 0.07405578279 | -0.0215457659  |
| 6     | 0.8357450419  | 0.8314337643  | 0.6269620253  | 0.05952380952 | 0.08142028263 | 0.02644762791  |
| 7     | 0.183752544   | 0.1807658006  | 0.1378481013  | 0.05952380952 | 0.0605823154  | 0.00581495392  |
| 8     | -0.1705912048 | -0.1678053307 | -0.127974683  | 0.05952380952 | 0.06043611404 | -0.0053984558  |
| 9     | -0.9799139488 | -0.9792427449 | -0.7278772044 | 0.04072681704 | 0.0714309564  | -0.0208015697  |
| 10    | 0.4936765638  | 0.4873625634  | 0.3667015023  | 0.04072681704 | 0.04851984205 | 0.01047974417  |
| 11    | 0.1989584613  | 0.1957435661  | 0.1477857609  | 0.04072681704 | 0.04199256104 | 0.00422348137  |
| 12    | 0.2550952427  | 0.2510800815  | 0.1894839974  | 0.04072681704 | 0.04280759514 | 0.00541515048  |
| 13    | -2.928361838  | -3.406954971  | -2.165300971  | 0.03195488722 | 0.3086642276  | -0.0483321856  |
| 14    | -1.964399732  | -2.069029372  | -1.452524272  | 0.03195488722 | 0.1564734428  | -0.0324221314  |
| 15    | -1.22396507   | -1.234613566  | -0.9050291262 | 0.03195488722 | 0.08029552657 | -0.0202013652  |
| 16    | -1.070289952  | -1.072985432  | -0.7913980583 | 0.03195488722 | 0.06891874056 | -0.0176649797  |
| 17    | -0.3690382129 | -0.3636618341 | -0.2730524951 | 0.03320802005 | 0.03759690768 | -0.0063379861  |
| 18    | 0.06432679757 | 0.06324996015 | 0.047595593   | 0.03320802005 | 0.03334137086 | 0.00110477001  |
| 19    | 0.6654460056  | 0.6591440125  | 0.4923655217  | 0.03320802005 | 0.0474784622  | 0.0114285931   |
| 20    | -0.2432225647 | -0.2393706241 | -0.1799611147 | 0.03320802005 | 0.03511444412 | -0.0041771859  |
| 21    | -1.479103293  | -1.510356307  | -1.100832787  | 0.04448621554 | 0.1141669484  | -0.0344315848  |
| 22    | -0.2838522893 | -0.279456849  | -0.2112590164 | 0.04448621554 | 0.04705247465 | -0.0066077090  |
| 23    | 0.1380010059  | 0.1357245825  | 0.1027081967  | 0.04448621554 | 0.04509278453 | 0.00321248243  |
| 24    | 0.3770512066  | 0.371595286   | 0.2806229508  | 0.04448621554 | 0.04901431932 | 0.00877725759  |
| 25    | 0.5550011023  | 0.5484958052  | 0.4177464789  | 0.06578947368 | 0.07538151837 | 0.01954229233  |
| 26    | 0.8252039316  | 0.8207018752  | 0.6211267606  | 0.06578947368 | 0.08699485462 | 0.02905647647  |
| 27    | 0.8536463347  | 0.8496813053  | 0.6425352113  | 0.06578947368 | 0.08848182307 | 0.03005796953  |
| 28    | 1.934457652   | 2.0329582     | 1.456056338   | 0.06578947368 | 0.182320603   | 0.06811470605  |
| 29    | -0.1701365591 | -0.1673576771 | -0.1302637058 | 0.09711779449 | 0.09798896894 | -0.0091503007  |
| 30    | 1.044992505   | 1.046654203   | 0.8000902151  | 0.09711779449 | 0.1299829877  | 0.05620188698  |
| 31    | 0.5676203726  | 0.5611010346  | 0.4345940319  | 0.09711779449 | 0.1068145353  | 0.03052781324  |
| 32    | -0.5751795805 | -0.5686561907 | -0.4403816794 | 0.09711779449 | 0.1070745251  | -0.0309343632  |

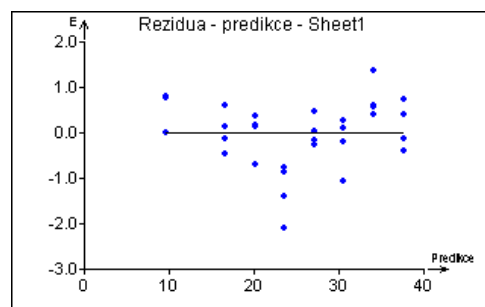
## B. Analýza vlivu

| Index | Atkinsonova vzdálenost | Andrews -Pregibon | st. Vliv na $Y^{\wedge}$ | Vliv na param LD(b) | Vliv na rozptyl LD(s) | Celkový vliv LD(b,s) |
|-------|------------------------|-------------------|--------------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1     | 0.03292547125          | 0.8727920916      | 0.008501320122           | 7.974744036E-005    | 0.01594124942         | 0.01601850617        |
| 2     | 1.649909519            | 0.8368698377      | 0.4260048061             | 0.1914348348        | 0.001702364865        | 0.1956983283         |
| 3     | 1.649909519            | 0.8368698377      | 0.4260048061             | 0.1914348348        | 0.001702364865        | 0.1956983283         |
| 4     | 1.74134551             | 0.8329631479      | 0.4496134773             | 0.2121766488        | 0.003606651492        | 0.219700467          |
| 5     | 0.6573338061           | 0.9259442172      | -0.1697228589            | 0.03127932714       | 0.004164308219        | 0.03495676733        |
| 6     | 0.8101113991           | 0.9185797174      | 0.2091698638             | 0.04711936944       | 0.001070569719        | 0.04783998316        |
| 7     | 0.1761300081           | 0.9394176846      | 0.04547657254            | 0.002279412313      | 0.01485187643         | 0.01706262395        |
| 8     | 0.1635019132           | 0.939563886       | -0.04221601247           | 0.001964588412      | 0.01500243416         | 0.01690753564        |
| 9     | 0.7814569808           | 0.9285690436      | -0.2017713248            | 0.04345581016       | 9.798451817E-006      | 0.0435291671         |
| 10    | 0.3889259117           | 0.9514801579      | 0.1004202386             | 0.01103511912       | 0.008835426589        | 0.01961511466        |
| 11    | 0.1562076175           | 0.958007439       | 0.04033263342            | 0.00179258415       | 0.01466502604         | 0.01640393504        |
| 12    | 0.2003673588           | 0.9571924049      | 0.05173462958            | 0.002946806449      | 0.01386001085         | 0.01672106702        |
| 13    | 2.397357872            | 0.6913357724      | -0.6189951409            | 0.3005238795        | 1.650908894           | 2.06048836           |
| 14    | 1.455905315            | 0.8435265572      | -0.375913136             | 0.1355844138        | 0.186080429           | 0.3371366794         |
| 15    | 0.8687554063           | 0.9197044734      | -0.2243116814            | 0.05270487255       | 0.006109631751        | 0.05989541253        |
| 16    | 0.755023208            | 0.9310812594      | -0.194946154             | 0.04030878932       | 0.0008276086946       | 0.04145257739        |
| 17    | 0.2610347499           | 0.9624030923      | -0.0673988826            | 0.004989390392      | 0.01172974305         | 0.01658563583        |
| 18    | 0.04540052317          | 0.9666586291      | 0.01172236468            | 0.0001516077843     | 0.01582070027         | 0.01596759092        |
| 19    | 0.4731304644           | 0.9525215378      | 0.1221617606             | 0.01622012662       | 0.004532369456        | 0.02048507181        |
| 20    | 0.1718191054           | 0.9648855559      | -0.04436350225           | 0.002167363159      | 0.01404492139         | 0.01614877416        |
| 21    | 1.262174191            | 0.8858330516      | -0.3258919749            | 0.108462103         | 0.03139504834         | 0.1449251504         |
| 22    | 0.2335364316           | 0.9529475253      | -0.06029884735           | 0.004001058306      | 0.01338120155         | 0.01726790779        |
| 23    | 0.1134222861           | 0.9549072155      | 0.02928550835            | 0.0009457477464     | 0.01532958676         | 0.01624637541        |
| 24    | 0.3105346582           | 0.9509856807      | 0.08017970397            | 0.007059435803      | 0.01155846176         | 0.01843061117        |
| 25    | 0.5637346996           | 0.9246184816      | 0.1455556736             | 0.02312975891       | 0.007294409029        | 0.0299419979         |
| 26    | 0.8435034885           | 0.9130051454      | 0.2177916642             | 0.05111119994       | 0.001232163044        | 0.05193662785        |
| 27    | 0.873288056            | 0.9115181769      | 0.2254820065             | 0.05469216978       | 0.0008179343662       | 0.05516642377        |
| 28    | 2.089440009            | 0.817679397       | 0.5394910906             | 0.2798712478        | 0.1704985703          | 0.4816216649         |
| 29    | 0.2125813338           | 0.9020110311      | -0.05488826437           | 0.003321002446      | 0.01500744768         | 0.01822794314        |
| 30    | 1.329482759            | 0.8700170123      | 0.3432709724             | 0.1250471978        | 0.0004554592831       | 0.1264169688         |
| 31    | 0.7127226451           | 0.8931854647      | 0.1840241957             | 0.03694550941       | 0.006974218249        | 0.0431746335         |
| 32    | 0.7223193674           | 0.8929254749      | -0.1865020587            | 0.03793550853       | 0.006782399293        | 0.04396424602        |

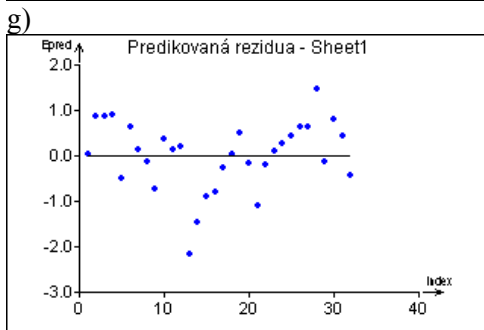
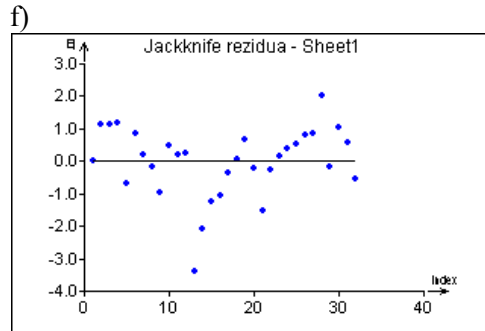
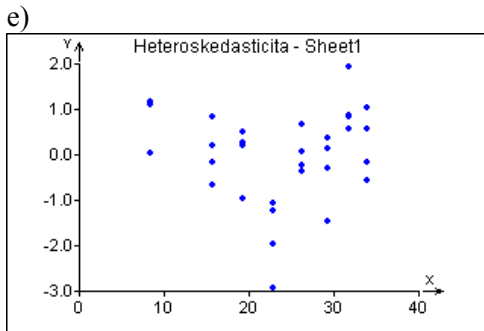
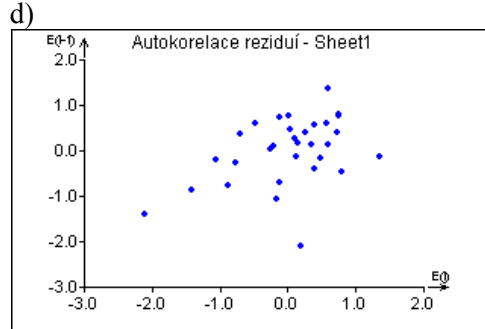
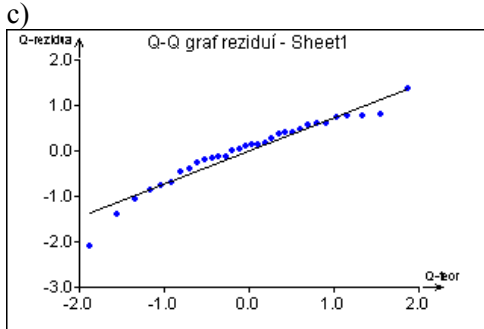
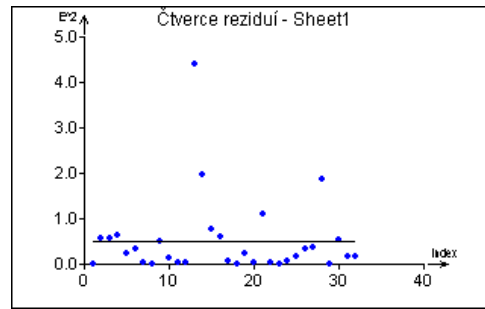
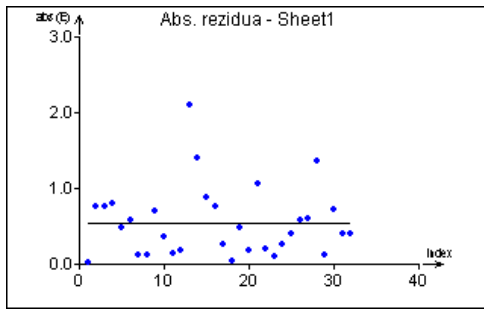
Obrázek 2 - Analýza reziduí: a) Graf predikcw y; b) Graf predikce reziduí; c) Indexový graf rezuiú; d) Graf RSC; e) Q-Q graf rezuiú; f) Graf autokorelace reziduí; g) Heteroskedasticita reziduí; h) Graf Jacknife reziduí; i) Graf predikovaných reziduí



a)

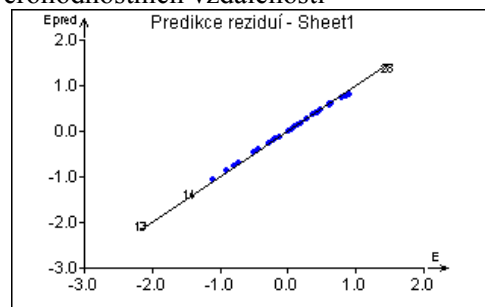
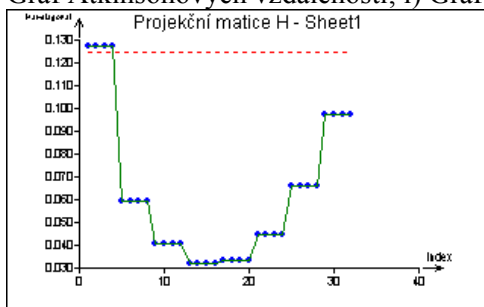


b)



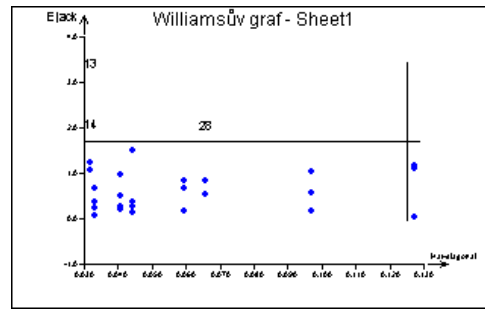
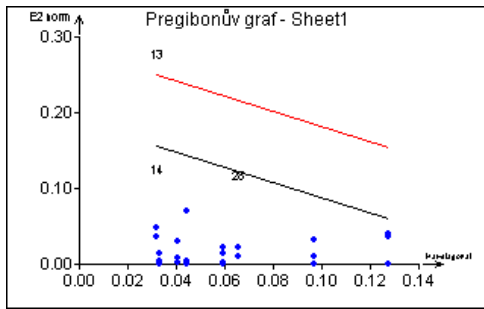
i)

Obrázek 3 - Vlivná data: a) Graf prvků H-projekční matice; b) Graf predikce reziduí; c) Pregibonův graf; d) Williamsův graf; e) McCulloh-Meeterův graf; f) L-R graf; g) Graf Cookovy vzdálenosti; h) Graf Atkinsonových vzdáleností; i) Graf věrohodnostních vzdáleností

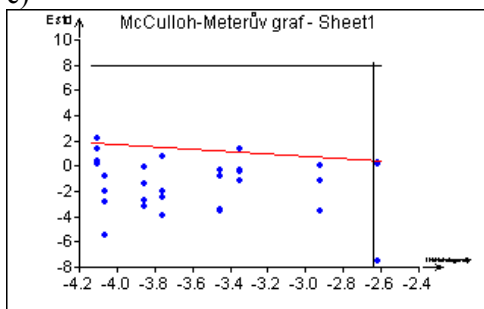


a)

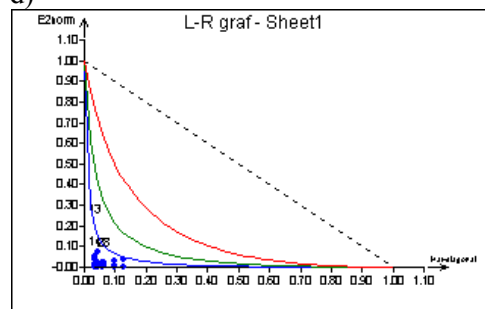
b)



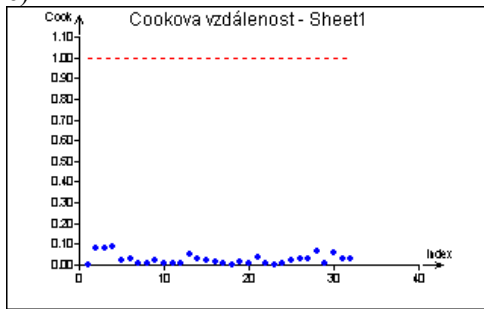
c)



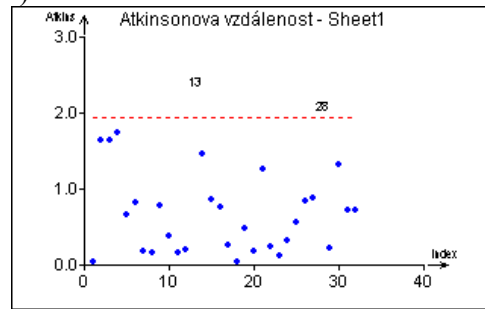
d)



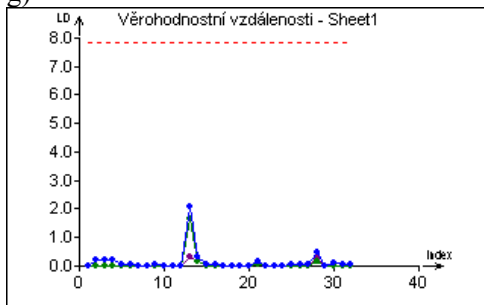
e)



f)



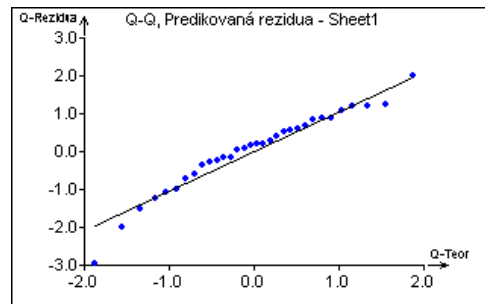
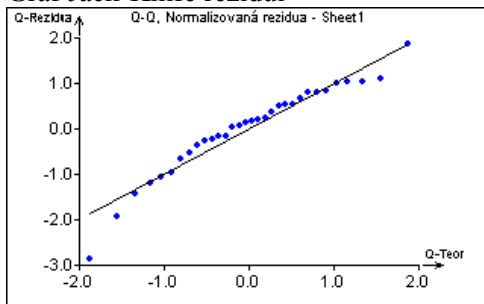
g)



h)

i)

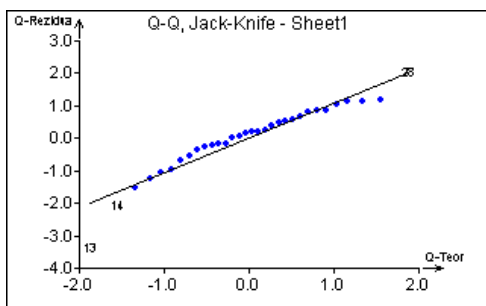
Obrázek 4 - Rankitové grafy: a) Graf normalizovaných reziduí; b) Graf predikovaných reziduí; c) Graf Jack-Knife reziduí



a)

b)





c)

Jako outliers byly indikovány body: 13, 14 a 28.

### Model

Z obrázku 1 vyplývá, že model je lineární, data nevykazují nelineární průběh.

### Metoda

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu

Hodnota kritéria F : 4585.453538

Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.170876786

Pravděpodobnost : 2.263035391E-034

Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : -0.48623478

Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

Hodnota kritéria CW : 0.003882961859

Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829

Pravděpodobnost : 0.9503132445

Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Obrázek 2g nevykazuje klín.

Jarque-Berrův test normality

Hodnota kritéria JB : 5.108918631

Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 2)$  : 5.991464547

Pravděpodobnost : 0.0777342504

Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 6.806564011

Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829

Pravděpodobnost : 0.009082336455

Závěr : Autokorelace je významná

Obrázek 2f vykazuje mrak bodů, ale s přímkovou orientací.

Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1

Kritické hodnoty DW 1.31 1.57

Závěr : Rezidua jsou pozitivně autokorelována!

Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 1.46847626

Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.1419749003  
 Závěr : V reziduích není trend.

▪ **Konstrukce zpřesněného modelu**

Po vynechání bodů 13, 14 a 28 byly nalezeny nové odhady parametrů:

| Proměnná | Odhad        | Směr.Odch.   | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez   |
|----------|--------------|--------------|----------|---|--------------|-------------|
| Abs      | 42.08251884  | 0.2117573857 | Významný | 0 | 41.64802857  | 42.5170091  |
| log c    | -3.463186222 | 0.0377150408 | Významný | 0 | -3.540571093 | -3.38580135 |

Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.9984027615  
 Koeficient determinace  $R^2$  : 0.9968080742  
 Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.9926474915  
 Střední kvadratická chyba predikce MEP : 0.2937089303  
 Akaikeho informační kritérium : -35.68009661

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum       | Reziduum [%Y]   | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|----------------|-----------------|------|
| 1     | 9.71       | 9.874886975  | 0.1893539074  | -0.1648869752  | -1.69811509     | 1    |
| 2     | 10.45      | 9.874886975  | 0.1893539074  | 0.5751130248   | 5.503473921     | 1    |
| 3     | 10.45      | 9.874886975  | 0.1893539074  | 0.5751130248   | 5.503473921     | 1    |
| 4     | 10.49      | 9.874886975  | 0.1893539074  | 0.6151130248   | 5.863803859     | 1    |
| 5     | 16.19      | 16.80125942  | 0.130460885   | -0.6112594187  | -3.775536867    | 1    |
| 6     | 17.26      | 16.80125942  | 0.130460885   | 0.4587405813   | 2.65782492      | 1    |
| 7     | 16.8       | 16.80125942  | 0.130460885   | -0.00125941873 | -0.007496540058 | 1    |
| 8     | 16.55      | 16.80125942  | 0.130460885   | -0.2512594187  | -1.518183799    | 1    |
| 9     | 19.46      | 20.26444564  | 0.1089490044  | -0.8044456405  | -4.133841935    | 1    |
| 10    | 20.51      | 20.26444564  | 0.1089490044  | 0.2455543595   | 1.197242123     | 1    |
| 11    | 20.3       | 20.26444564  | 0.1089490044  | 0.03555435953  | 0.1751446282    | 1    |
| 12    | 20.34      | 20.26444564  | 0.1089490044  | 0.07555435953  | 0.3714570282    | 1    |
| 13    | 22.77      | 23.72763186  | 0.09779865647 | -0.9576318622  | -4.205673528    | 1    |
| 14    | 22.88      | 23.72763186  | 0.09779865647 | -0.8476318622  | -3.704684712    | 1    |
| 15    | 26.87      | 27.19081808  | 0.1005192393  | -0.320818084   | -1.193963841    | 1    |
| 16    | 27.18      | 27.19081808  | 0.1005192393  | -0.01081808396 | -0.03980163341  | 1    |
| 17    | 27.61      | 27.19081808  | 0.1005192393  | 0.419181916    | 1.518224977     | 1    |
| 18    | 26.96      | 27.19081808  | 0.1005192393  | -0.230818084   | -0.8561501631   | 1    |
| 19    | 29.57      | 30.65400431  | 0.1161400289  | -1.084004306   | -3.66589214     | 1    |
| 20    | 30.42      | 30.65400431  | 0.1161400289  | -0.2340043057  | -0.7692449234   | 1    |
| 21    | 30.72      | 30.65400431  | 0.1161400289  | 0.06599569429  | 0.214829734     | 1    |
| 22    | 30.89      | 30.65400431  | 0.1161400289  | 0.2359956943   | 0.7639873561    | 1    |
| 23    | 34.5       | 34.11719053  | 0.1404198839  | 0.3828094726   | 1.109592674     | 1    |
| 24    | 34.69      | 34.11719053  | 0.1404198839  | 0.5728094726   | 1.651223616     | 1    |
| 25    | 34.71      | 34.11719053  | 0.1404198839  | 0.5928094726   | 1.707892459     | 1    |
| 26    | 37.48      | 37.58037675  | 0.1696815542  | -0.1003767492  | -0.2678141654   | 1    |
| 27    | 38.32      | 37.58037675  | 0.1696815542  | 0.7396232508   | 1.930123306     | 1    |
| 28    | 37.99      | 37.58037675  | 0.1696815542  | 0.4096232508   | 1.07823967      | 1    |
| 29    | 37.2       | 37.58037675  | 0.1696815542  | -0.3803767492  | -1.022518143    | 1    |

Reziduální součet čtverců : 7.381793541  
 Průměr absolutních reziduí : 0.4137648937  
 Reziduální směr. odchylka : 0.5228764298  
 Reziduální rozptyl : 0.2733997608  
 Šikmost reziduí : 0.2621032472

Špičatost reziduí : 2.321726335

### Testování regresního tripletu

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
Hodnota kritéria F : 8431.843286  
Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.210008468  
Pravděpodobnost : 3.07324183E-035  
Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity  
Hodnota kritéria SC : -0.4794282263  
Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity  
Hodnota kritéria CW : 0.003140798745  
Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.9553076877  
Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berrův test normality  
Hodnota kritéria JB : 1.822732352  
Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 2)$  : 5.991464547  
Pravděpodobnost : 0.4019746806  
Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace  
Hodnota kritéria WA : 2.191458366  
Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.1387778622  
Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace  
Hodnota kritéria DW : -1  
Kritické hodnoty DW : 1.27 1.56  
Závěr : Pozitivní autokorelace reziduí není prokázána.

Znaménkový test reziduí  
Hodnota kritéria Sg : 0.750816549  
Kvantil  $N(1-\text{alfa}/2)$  : 1.959963999  
Pravděpodobnost : 0.4527630685  
Závěr : V reziduích není trend.

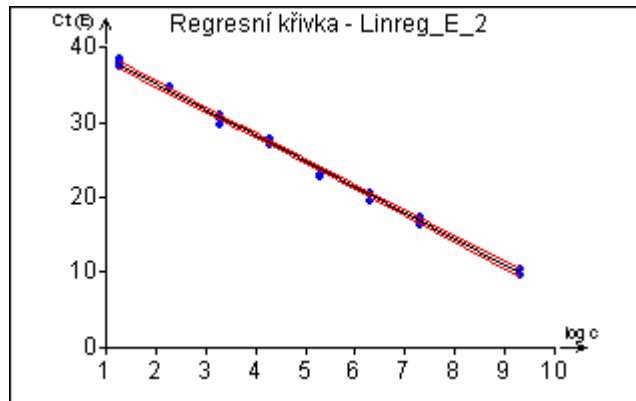
- Výsledný model pro standardy E je:

$$y = 42,08 (0,21) - 3,46 (0,04) x,$$

kde  $x = \log n$  a  $y = Ct$

$D = 99,68 \%$

Obrázek 5 – Výsledná regresní křivka



## b) Standardy EC

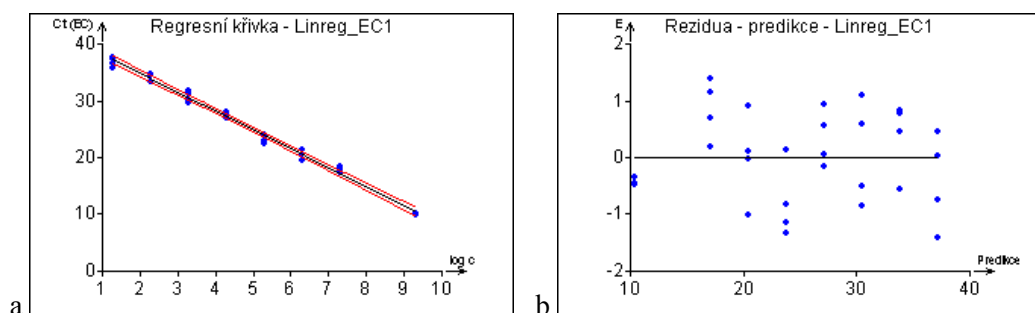
- Charakteristiky proměnných

| Proměnná | Průměr | Směr.Odch. | Kor.vs.Y      | Významnost |
|----------|--------|------------|---------------|------------|
| log c    | 4.925  | 2.53682555 | -0.9959132613 | 0          |

- Odhady parametrů

| Proměnná | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr    | Pravděpodobnost | Spodní mez   | Horní mez   |
|----------|--------------|---------------|----------|-----------------|--------------|-------------|
| Abs      | 41.58843797  | 0.3062209106  | Významný | 0               | 40.96305144  | 42.2138245  |
| log c    | -3.349492481 | 0.05545696923 | Významný | 0               | -3.462750722 | -3.23623424 |

Obrázek 6 - Regresní křivka (a) a Graf predikovaných reziduí (b)



▪ **Statistické charakteristiky regrese**

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.9959132613  
 Koeficient determinace R<sup>2</sup> : 0.991843224  
 Predikovaný korelační koeficient Rp : 0.9816945039  
 Střední kvadratická chyba predikce MEP : 0.6484264021  
 Akaikeho informační kritérium : -13.69664195

▪ **Regresní diagnostika**

**Data**

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum       | Reziduum [%Y] | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|----------------|---------------|------|
| 1     | 10.09      | 10.43815789  | 0.2793567418  | -0.3481578947  | -3.450524229  | 1    |
| 2     | 9.99       | 10.43815789  | 0.2793567418  | -0.4481578947  | -4.486065012  | 1    |
| 3     | 9.99       | 10.43815789  | 0.2793567418  | -0.4481578947  | -4.486065012  | 1    |
| 4     | 9.96       | 10.43815789  | 0.2793567418  | -0.4781578947  | -4.800782076  | 1    |
| 5     | 17.82      | 17.13714286  | 0.1911053919  | 0.6828571429   | 3.831970499   | 1    |
| 6     | 17.32      | 17.13714286  | 0.1911053919  | 0.1828571429   | 1.055757176   | 1    |
| 7     | 18.28      | 17.13714286  | 0.1911053919  | 1.142857143    | 6.251953736   | 1    |
| 8     | 18.52      | 17.13714286  | 0.1911053919  | 1.382857143    | 7.466831225   | 1    |
| 9     | 21.4       | 20.48663534  | 0.1580766837  | 0.9133646617   | 4.268059167   | 1    |
| 10    | 19.48      | 20.48663534  | 0.1580766837  | -1.006635338   | -5.167532538  | 1    |
| 11    | 20.45      | 20.48663534  | 0.1580766837  | -0.03663533835 | -0.1791459088 | 1    |
| 12    | 20.59      | 20.48663534  | 0.1580766837  | 0.1033646617   | 0.5020138983  | 1    |
| 13    | 22.69      | 23.83612782  | 0.1400219837  | -1.14612782    | -5.05124645   | 1    |
| 14    | 22.49      | 23.83612782  | 0.1400219837  | -1.34612782    | -5.985450509  | 1    |
| 15    | 23.02      | 23.83612782  | 0.1400219837  | -0.8161278195  | -3.545298955  | 1    |
| 16    | 23.96      | 23.83612782  | 0.1400219837  | 0.1238721805   | 0.5169957448  | 1    |
| 17    | 27.03      | 27.1856203   | 0.142741111   | -0.1556203008  | -0.5757317823 | 1    |
| 18    | 28.11      | 27.1856203   | 0.142741111   | 0.9243796992   | 3.288437208   | 1    |
| 19    | 27.25      | 27.1856203   | 0.142741111   | 0.06437969925  | 0.2362557771  | 1    |
| 20    | 27.75      | 27.1856203   | 0.142741111   | 0.5643796992   | 2.033800718   | 1    |
| 21    | 30.02      | 30.53511278  | 0.1652115144  | -0.515112782   | -1.715898674  | 1    |
| 22    | 29.67      | 30.53511278  | 0.1652115144  | -0.865112782   | -2.915782885  | 1    |
| 23    | 31.63      | 30.53511278  | 0.1652115144  | 1.094887218    | 3.46154669    | 1    |
| 24    | 31.13      | 30.53511278  | 0.1652115144  | 0.594887218    | 1.91097725    | 1    |
| 25    | 33.33      | 33.88460526  | 0.2009119586  | -0.5546052632  | -1.663982188  | 1    |
| 26    | 34.35      | 33.88460526  | 0.2009119586  | 0.4653947368   | 1.354860952   | 1    |
| 27    | 34.7       | 33.88460526  | 0.2009119586  | 0.8153947368   | 2.34984074    | 1    |
| 28    | 34.65      | 33.88460526  | 0.2009119586  | 0.7653947368   | 2.208931419   | 1    |
| 29    | 36.5       | 37.23409774  | 0.2441051753  | -0.7340977444  | -2.011226697  | 1    |
| 30    | 37.7       | 37.23409774  | 0.2441051753  | 0.4659022556   | 1.235815002   | 1    |
| 31    | 37.25      | 37.23409774  | 0.2441051753  | 0.01590225564  | 0.04269061917 | 1    |
| 32    | 35.83      | 37.23409774  | 0.2441051753  | -1.404097744   | -3.918776847  | 1    |

Reziduální součet čtverců : 18.40672049  
 Průměr absolutních reziduí : 0.6439332707  
 Reziduální směr. odchylka : 0.7832990167  
 Reziduální rozptyl : 0.6135573496  
 Šikmost reziduí : 0.005660337767  
 Špičatost reziduí : 1.991079053

## Indikace vlivných dat

## A. Analýza reziduí

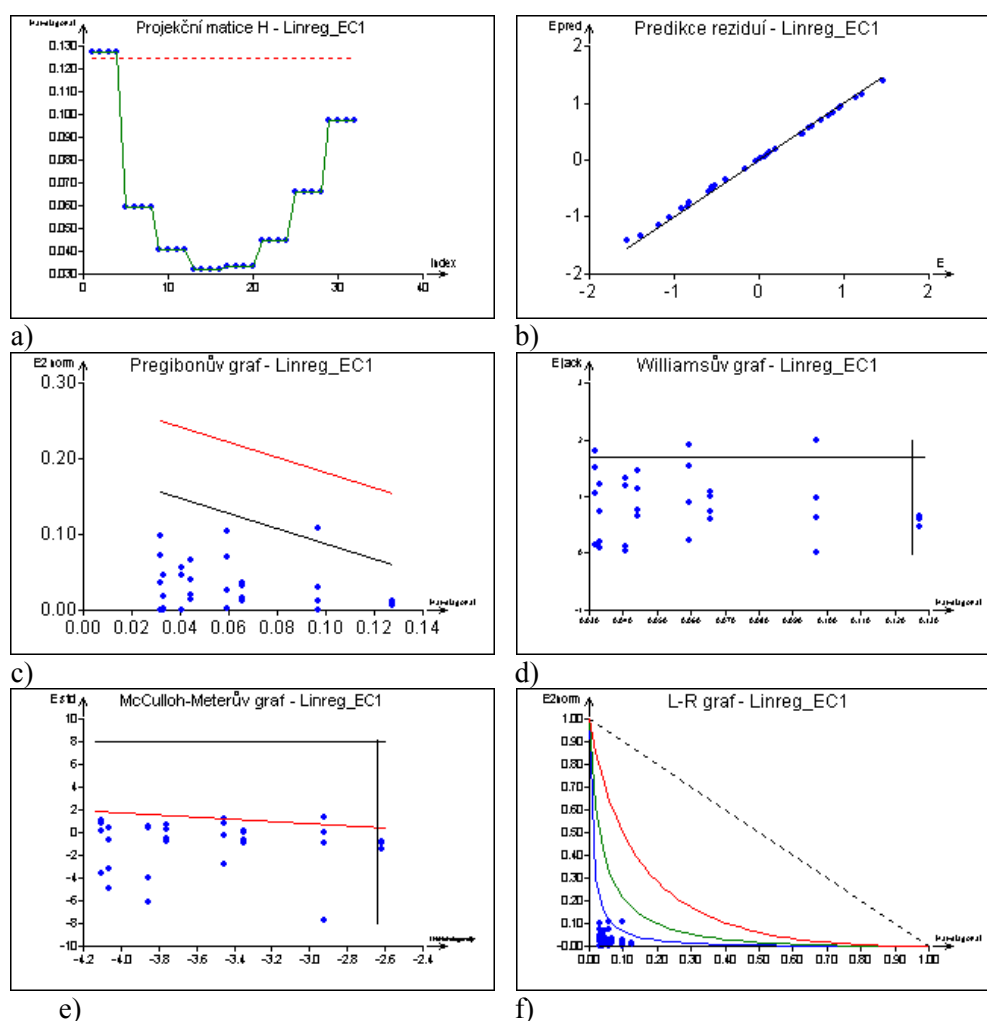
| Index | Standardní    | Jackknife     | Predikované    | Diag(Hii)     | Diag(H*ii)    | Cookova vzdál. |
|-------|---------------|---------------|----------------|---------------|---------------|----------------|
| 1     | -0.4757617812 | -0.4695399028 | -0.398894472   | 0.1271929825  | 0.1337782902  | -0.034666059   |
| 2     | -0.6124129353 | -0.6059189543 | -0.5134673367  | 0.1271929825  | 0.1381045133  | -0.044623053   |
| 3     | -0.6124129353 | -0.6059189543 | -0.5134673367  | 0.1271929825  | 0.1381045133  | -0.044623053   |
| 4     | -0.6534082816 | -0.6470465394 | -0.547839196   | 0.1271929825  | 0.1396142594  | -0.047610151   |
| 5     | 0.898935171   | 0.8959753767  | 0.7260759494   | 0.0595238095  | 0.08485661543 | 0.028447315    |
| 6     | 0.2407190416  | 0.2369019565  | 0.1944303797   | 0.05952380952 | 0.06134035988 | 0.007617691    |
| 7     | 1.50449401    | 1.53838009    | 1.215189873    | 0.05952380952 | 0.1304828079  | 0.047610569    |
| 8     | 1.820437752   | 1.897723954   | 1.470379747    | 0.05952380952 | 0.163414879   | 0.057608789    |
| 9     | 1.190544057   | 1.199205379   | 0.9521423906   | 0.04072681704 | 0.08604912232 | 0.025272816    |
| 10    | -1.312119649  | -1.328756698  | -1.049372959   | 0.04072681704 | 0.0957781612  | -0.027853617   |
| 11    | -0.0477530894 | -0.0469522438 | -0.03819072502 | 0.04072681704 | 0.04079973324 | -0.0010137     |
| 12    | 0.1347328058  | 0.132508324   | 0.1077531025   | 0.04072681704 | 0.04130727097 | 0.002860102    |
| 13    | -1.487159927  | -1.519236029  | -1.183961165   | 0.03195488722 | 0.1033206136  | -0.024545358   |
| 14    | -1.746670237  | -1.811913408  | -1.390563107   | 0.03195488722 | 0.1304004581  | -0.028828537   |
| 15    | -1.058967916  | -1.061191669  | -0.8430679612  | 0.03195488722 | 0.06814083453 | -0.017478111   |
| 16    | 0.1607305395  | 0.1580970803  | 0.127961165    | 0.03195488722 | 0.03278851302 | 0.002652834    |
| 17    | -0.2020561852 | -0.1987953565 | -0.1609656513  | 0.03320802005 | 0.03452371765 | -0.003470180   |
| 18    | 1.200207395   | 1.209427893   | 0.9561309138   | 0.03320802005 | 0.07963007709 | 0.020612764    |
| 19    | 0.08359009959 | 0.08219469645 | 0.06659105638  | 0.03320802005 | 0.03343319572 | 0.001435604    |
| 20    | 0.7327862015  | 0.7270053708  | 0.5837653921   | 0.03320802005 | 0.05051281072 | 0.012585116    |
| 21    | -0.6727539662 | -0.6664930339 | -0.539095082   | 0.04448621554 | 0.05890166659 | -0.015660833   |
| 22    | -1.129865295  | -1.13529235   | -0.9053901639  | 0.04448621554 | 0.08514637148 | -0.026301782   |
| 23    | 1.429958146   | 1.456434205   | 1.145862295    | 0.04448621554 | 0.1096134076  | 0.03328755     |
| 24    | 0.7769419619  | 0.7716862987  | 0.6225836066   | 0.04448621554 | 0.06371238907 | 0.018086189    |
| 25    | -0.7325445255 | -0.7267612336 | -0.5936619718  | 0.06578947368 | 0.08250005492 | -0.025793821   |
| 26    | 0.6147117406  | 0.6082223417  | 0.4981690141   | 0.06578947368 | 0.07755649439 | 0.021644779    |
| 27    | 1.077005557   | 1.079987853   | 0.8728169014   | 0.06578947368 | 0.1019104425  | 0.03792273     |
| 28    | 1.010963584   | 1.011348097   | 0.8192957746   | 0.06578947368 | 0.09761638731 | 0.035597309    |
| 29    | -0.9863039249 | -0.9858416299 | -0.8130603747  | 0.09711779449 | 0.1263951173  | -0.053045492   |
| 30    | 0.625967355   | 0.6195051749  | 0.5160166551   | 0.09711779449 | 0.1089104934  | 0.033665836    |
| 31    | 0.02136562504 | 0.02100667316 | 0.01761276891  | 0.09711779449 | 0.09713153304 | 0.001149088    |
| 32    | -1.886488723  | -1.975663415  | -1.555128383   | 0.09711779449 | 0.2042248958  | -0.10145931    |

## B. Analýza vlivu

| Index | Atkinsonova vzdálenost | Andrews -Pregibon | st. Vliv na Y <sup>^</sup> | Vliv na param LD(b) | Vliv na rozptyl LD(s) | Celkový vliv LD(b,s) |
|-------|------------------------|-------------------|----------------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1     | 0.6942095695           | 0.8662217098      | -0.1792441401              | 0.03516528162       | 0.009276078719        | 0.04362029646        |
| 2     | 0.8958444935           | 0.8618954867      | -0.2313060536              | 0.0582461261        | 0.005841361439        | 0.0630336788         |
| 3     | 0.8958444935           | 0.8618954867      | -0.2313060536              | 0.0582461261        | 0.005841361439        | 0.0630336788         |
| 4     | 0.9566511747           | 0.8603857406      | -0.2470062712              | 0.06629685946       | 0.004824495403        | 0.0700443243         |
| 5     | 0.8729978227           | 0.9151433846      | 0.2254070686               | 0.05450777414       | 0.000315394209        | 0.05462776467        |
| 6     | 0.2308265356           | 0.9386596401      | 0.05959915523              | 0.003911703993      | 0.01408293266         | 0.01787996157        |
| 7     | 1.498927877            | 0.8695171921      | 0.3870215136               | 0.1524465752        | 0.03544310675         | 0.1955588037         |
| 8     | 1.84905626             | 0.836585121       | 0.4774242735               | 0.222951045         | 0.1198260596          | 0.3634795784         |
| 9     | 0.9569919403           | 0.9139508777      | 0.2470942565               | 0.06412429771       | 0.004460480376        | 0.06972678104        |
| 10    | 1.060376707            | 0.9042218388      | -0.2737880885              | 0.07787269918       | 0.01208041437         | 0.09220998124        |
| 11    | 0.03746891041          | 0.9592002668      | -0.0096744310              | 0.000103268801      | 0.01588242082         | 0.01598247024        |
| 12    | 0.1057445208           | 0.958692729       | 0.0273031178               | 0.000822068523      | 0.01535874509         | 0.01615561639        |
| 13    | 1.069034515            | 0.8966793864      | -0.2760235248              | 0.07777819612       | 0.03264398995         | 0.1140873891         |
| 14    | 1.274981592            | 0.8695995419      | -0.3291988314              | 0.1072418569        | 0.09353621767         | 0.2093820104         |
| 15    | 0.7467243394           | 0.9318591655      | -0.1928033954              | 0.03946101178       | 0.000646181009        | 0.04038299575        |
| 16    | 0.1112475167           | 0.967211487       | 0.0287239853               | 0.000909622194      | 0.01510833904         | 0.01599030757        |
| 17    | 0.1426943696           | 0.9654762823      | -0.0368435278              | 0.001495797543      | 0.01462528765         | 0.01607635013        |
| 18    | 0.8681216392           | 0.9203699229      | 0.2241480434               | 0.05273432207       | 0.004905560406        | 0.0586128951         |
| 19    | 0.0589989655           | 0.9665668043      | 0.01523346741              | 0.000256003919      | 0.01572624987         | 0.01597431244        |

|    |              |              |               |                |                |               |
|----|--------------|--------------|---------------|----------------|----------------|---------------|
| 20 | 0.5218410274 | 0.9494871893 | 0.1347387739  | 0.01966798018  | 0.002983881928 | 0.02239045617 |
| 21 | 0.5569747364 | 0.9410983334 | -0.1438102586 | 0.02246866579  | 0.004356861845 | 0.0264645551  |
| 22 | 0.9487408349 | 0.9148536285 | -0.2449638302 | 0.06333455404  | 0.002212539668 | 0.06635825076 |
| 23 | 1.217112582  | 0.8903865924 | 0.3142571175  | 0.1013854685   | 0.02445829773  | 0.1300266982  |
| 24 | 0.6448826184 | 0.9362876109 | 0.1665079761  | 0.02996339651  | 0.002079546436 | 0.03171651502 |
| 25 | 0.746952888  | 0.9174999451 | -0.1928624064 | 0.04028422769  | 0.002989112873 | 0.04275025569 |
| 26 | 0.6251206224 | 0.9224435056 | 0.1614054507  | 0.02837205887  | 0.005783650163 | 0.03363203998 |
| 27 | 1.109993225  | 0.8980895575 | 0.2865990184  | 0.08701330699  | 0.000946959229 | 0.08875071499 |
| 28 | 1.039446447  | 0.9023836127 | 0.2683839186  | 0.07668156176  | 0.000135938052 | 0.07713344703 |
| 29 | 1.252237317  | 0.8736048827 | -0.3233262849 | 0.1114196186   | 2.3637125E-005 | 0.111773171   |
| 30 | 0.7869088447 | 0.8910895066 | 0.20317899    | 0.04492570652  | 0.005502072646 | 0.04963078857 |
| 31 | 0.026683129  | 0.902868467  | 0.0068895544  | 5.2375392E-005 | 0.01594313321  | 0.01599387268 |
| 32 | 2.509530313  | 0.7957751042 | -0.6479579407 | 0.405740782    | 0.1475781817   | 0.596382812   |

Obrázek 7 - Grafy vlivných bodů: a) Graf bodů projekční matice H; b) Graf predikce reziduí; c) Pregibonův graf; d) Williamsův graf; e) McCulloh-Meeterův graf; f) L-R graf



Z podezřelých bodů se bod 32 ukázal jako vlivný bod, který je nutno vynechat z dalších analýz.

### Model

Jedná se o lineární závislost - viz. Obrázek 6.

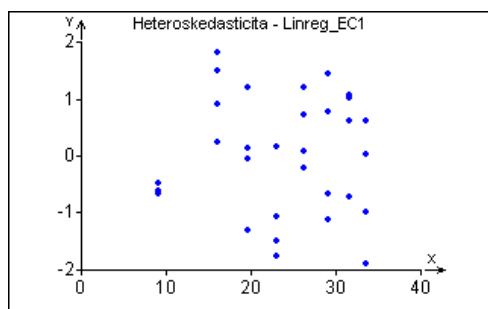
## Metoda

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
Hodnota kritéria F : 3647.923748  
Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.170876786  
Pravděpodobnost : 6.826623124E-033  
Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity  
Hodnota kritéria SC : -0.5034919681  
Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity  
Hodnota kritéria CW : 0.07539148645  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.7836426973  
Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Obrázek 8 - Graf heteroskedasticity reziduí



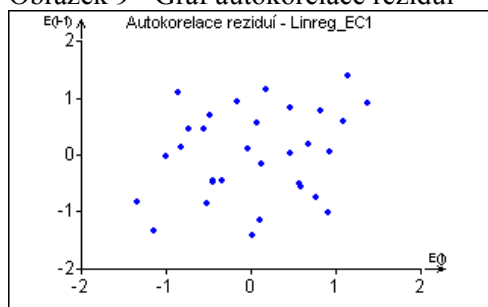
Jarque-Berrův test normality  
Hodnota kritéria JB : 1.387417106  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 2)$  : 5.991464547  
Pravděpodobnost : 0.4997193927  
Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace  
Hodnota kritéria WA : 1.67832583  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.195147059  
Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace  
Hodnota kritéria DW : -1  
Kritické hodnoty DW : 1.31 1.57  
Závěr : Pozitivní autokorelace reziduí není prokázána.



Obrázek 9 - Graf autokorelace reziduí



Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.5187279417  
 Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.6039504737  
 Závěr : V reziduích není trend.

▪ **Konstrukce zpřesněného modelu**

Na základě kritiky dat byl vynechán bod 32. Nové hodnoty parametrů jsou:

| Proměnná | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez    |
|----------|--------------|---------------|----------|---|--------------|--------------|
| Abs      | 41.77620316  | 0.307456798   | Významný | 0 | 41.1473834   | 42.40502291  |
| log c    | -3.377749827 | 0.05485139761 | Významný | 0 | -3.489933531 | -3.265566122 |

Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.9961980519  
 Koeficient determinace  $R^2$  : 0.9924105587  
 Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.9830956793  
 Střední kvadratická chyba predikce MEP : 0.5853006495  
 Akaikeho informační kritérium : -16.07395223

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum        | Reziduum [%Y]  | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|-----------------|----------------|------|
| 1     | 10.09      | 10.36312977  | 0.2694372578  | -0.273129771    | -2.706935292   | 1    |
| 2     | 9.99       | 10.36312977  | 0.2694372578  | -0.373129771    | -3.735032743   | 1    |
| 3     | 9.99       | 10.36312977  | 0.2694372578  | -0.373129771    | -3.735032743   | 1    |
| 4     | 9.96       | 10.36312977  | 0.2694372578  | -0.403129771    | -4.047487661   | 1    |
| 5     | 17.82      | 17.11862942  | 0.1827199939  | 0.701370576     | 3.935861818    | 1    |
| 6     | 17.32      | 17.11862942  | 0.1827199939  | 0.201370576     | 1.162647667    | 1    |
| 7     | 18.28      | 17.11862942  | 0.1827199939  | 1.161370576     | 6.353230722    | 1    |
| 8     | 18.52      | 17.11862942  | 0.1827199939  | 1.401370576     | 7.566795767    | 1    |
| 9     | 21.4       | 20.49637925  | 0.1510221964  | 0.9036207495    | 4.222526867    | 1    |
| 10    | 19.48      | 20.49637925  | 0.1510221964  | -1.016379251    | -5.217552621   | 1    |
| 11    | 20.45      | 20.49637925  | 0.1510221964  | -0.04637925052  | -0.2267934011  | 1    |
| 12    | 20.59      | 20.49637925  | 0.1510221964  | 0.09362074948   | 0.4546903812   | 1    |
| 13    | 22.69      | 23.87412908  | 0.1350783589  | -1.184129077    | -5.218726651   | 1    |
| 14    | 22.49      | 23.87412908  | 0.1350783589  | -1.384129077    | -6.154420085   | 1    |
| 15    | 23.02      | 23.87412908  | 0.1350783589  | -0.854129077    | -3.710378267   | 1    |
| 16    | 23.96      | 23.87412908  | 0.1350783589  | 0.08587092297   | 0.3583928338   | 1    |
| 17    | 27.03      | 27.2518789   | 0.1403637201  | -0.2218789035   | -0.8208616483  | 1    |
| 18    | 28.11      | 27.2518789   | 0.1403637201  | 0.8581210965    | 3.052725352    | 1    |
| 19    | 27.25      | 27.2518789   | 0.1403637201  | -0.001878903539 | -0.00689505886 | 1    |
| 20    | 27.75      | 27.2518789   | 0.1403637201  | 0.4981210965    | 1.795030978    | 1    |
| 21    | 30.02      | 30.62962873  | 0.164848829   | -0.60962873     | -2.030741939   | 1    |
| 22    | 29.67      | 30.62962873  | 0.164848829   | -0.95962873     | -3.234340175   | 1    |

|    |       |             |              |               |               |   |
|----|-------|-------------|--------------|---------------|---------------|---|
| 23 | 31.63 | 30.62962873 | 0.164848829  | 1.00037127    | 3.162729276   | 1 |
| 24 | 31.13 | 30.62962873 | 0.164848829  | 0.50037127    | 1.607360328   | 1 |
| 25 | 33.33 | 34.00737856 | 0.2016572602 | -0.6773785566 | -2.032338904  | 1 |
| 26 | 34.35 | 34.00737856 | 0.2016572602 | 0.3426214434  | 0.997442339   | 1 |
| 27 | 34.7  | 34.00737856 | 0.2016572602 | 0.6926214434  | 1.996027215   | 1 |
| 28 | 34.65 | 34.00737856 | 0.2016572602 | 0.6426214434  | 1.85460734    | 1 |
| 29 | 36.5  | 37.38512838 | 0.2453029074 | -0.8851283831 | -2.425009269  | 1 |
| 30 | 37.7  | 37.38512838 | 0.2453029074 | 0.3148716169  | 0.8352032279  | 1 |
| 31 | 37.25 | 37.38512838 | 0.2453029074 | -0.1351283831 | -0.3627607599 | 1 |

Reziiduální součet čtverců : 16.22316823  
 Průměr absolutních reziduí : 0.6063429294  
 Reziiduální směr. odchylka : 0.7479435769  
 Reziiduální rozptyl : 0.5594195943  
 Šikmost reziduí : 0.0008443151306  
 Špičatost reziduí : 2.096384447

### Testování regresního tripletu

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
 Hodnota kritéria F : 3792.098111  
 Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.182964289  
 Pravděpodobnost : 2.701390405E-032  
 Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity  
 Hodnota kritéria SC : -0.4916547557  
 Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity  
 Hodnota kritéria CW : 0.02391660006  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.877097307  
 Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berrův test normality  
 Hodnota kritéria JB : 1.05903534  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 2)$  : 5.991464547  
 Pravděpodobnost : 0.5888889399  
 Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace  
 Hodnota kritéria WA : 1.837880705  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.1751995448  
 Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace  
 Hodnota kritéria DW : -1  
 Kritické hodnoty DW : 1.3    1.57  
 Závěr : Pozitivní autokorelace reziduí není prokázána.

Znaménkový test reziduí

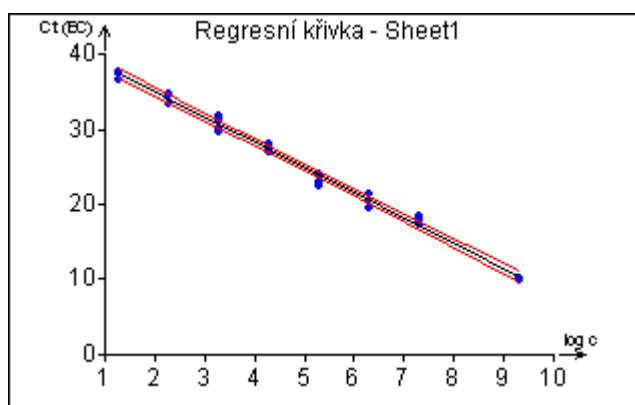
Hodnota kritéria Sg : 0.3716442278  
 Kvantil N(1-alfa/2) : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.7101577549  
 Závěr : V reziduích není trend.

- Výsledný model pro standardy EC je:

$$y = 41,78 (0,31) - 3,38 (0,05) x,$$

kde  $x = \log n$  a  $y = Ct$   
 $D = 99,24 \%$

Obrázek 10 – Výsledná regresní křivka



### c) Standardy Ek

- Základní analýza

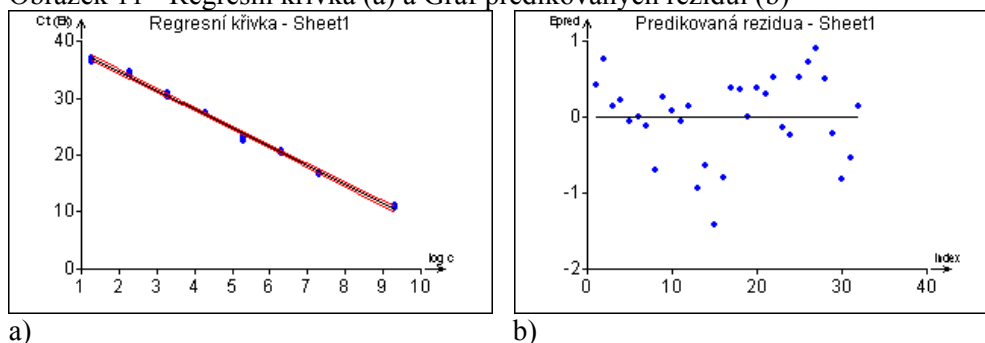
Charakteristiky proměnných

| Proměnná | Průměr | Směr.Odch. | Kor.vs.Y     | Významnost |
|----------|--------|------------|--------------|------------|
| log c    | 4.925  | 2.53682555 | -0.998178589 | 0          |

- Odhady parametrů

| Proměnná | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez   |
|----------|--------------|---------------|----------|---|--------------|-------------|
| Abs      | 41.39038221  | 0.2028288436  | Významný | 0 | 40.97615044  | 41.80461397 |
| log c    | -3.328884712 | 0.03673254357 | Významný | 0 | -3.403902574 | -3.25386685 |

Obrázek 11 - Regresní křivka (a) a Graf predikovaných reziduí (b)



### Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.998178589  
 Koeficient determinace  $R^2$  : 0.9963604956  
 Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.9918364153  
 Střední kvadratická chyba predikce MEP : 0.2836050194  
 Akaikeho informační kritérium : -40.06107605

### Regresní diagnostika

#### Data

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum        | Reziduum [%Y]  | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|-----------------|----------------|------|
| 1     | 10.8       | 10.43175439  | 0.1850350611  | 0.368245614     | 3.409681611    | 1    |
| 2     | 11.1       | 10.43175439  | 0.1850350611  | 0.668245614     | 6.020230757    | 1    |
| 3     | 10.56      | 10.43175439  | 0.1850350611  | 0.128245614     | 1.214447103    | 1    |
| 4     | 10.62      | 10.43175439  | 0.1850350611  | 0.188245614     | 1.772557571    | 1    |
| 5     | 17.04      | 17.08952381  | 0.1265807929  | -0.04952380952  | -0.290632685   | 1    |
| 6     | 17.09      | 17.08952381  | 0.1265807929  | 0.0004761904762 | 0.002786369083 | 1    |
| 7     | 16.98      | 17.08952381  | 0.1265807929  | -0.1095238095   | -0.6450165461  | 1    |
| 8     | 16.44      | 17.08952381  | 0.1265807929  | -0.6495238095   | -3.950874754   | 1    |
| 9     | 20.67      | 20.41840852  | 0.1047038587  | 0.2515914787    | 1.217181803    | 1    |
| 10    | 20.5       | 20.41840852  | 0.1047038587  | 0.0815914787    | 0.3980072132   | 1    |
| 11    | 20.36      | 20.41840852  | 0.1047038587  | -0.0584085213   | -0.2868787883  | 1    |
| 12    | 20.55      | 20.41840852  | 0.1047038587  | 0.1315914787    | 0.6403478282   | 1    |
| 13    | 22.84      | 23.74729323  | 0.09274512631 | -0.9072932331   | -3.972387185   | 1    |
| 14    | 23.13      | 23.74729323  | 0.09274512631 | -0.6172932331   | -2.668799105   | 1    |
| 15    | 22.38      | 23.74729323  | 0.09274512631 | -1.367293233    | -6.109442507   | 1    |
| 16    | 22.98      | 23.74729323  | 0.09274512631 | -0.7672932331   | -3.338960979   | 1    |
| 17    | 27.44      | 27.07617794  | 0.0945461707  | 0.3638220551    | 1.325882125    | 1    |
| 18    | 27.43      | 27.07617794  | 0.0945461707  | 0.3538220551    | 1.28990906     | 1    |
| 19    | 27.08      | 27.07617794  | 0.0945461707  | 0.003822055138  | 0.01411394069  | 1    |
| 20    | 27.45      | 27.07617794  | 0.0945461707  | 0.3738220551    | 1.36182898     | 1    |
| 21    | 30.7       | 30.40506266  | 0.1094296936  | 0.2949373434    | 0.9607079588   | 1    |
| 22    | 30.91      | 30.40506266  | 0.1094296936  | 0.5049373434    | 1.63357277     | 1    |
| 23    | 30.27      | 30.40506266  | 0.1094296936  | -0.1350626566   | -0.4461931174  | 1    |
| 24    | 30.18      | 30.40506266  | 0.1094296936  | -0.2250626566   | -0.7457344488  | 1    |
| 25    | 34.22      | 33.73394737  | 0.1330762819  | 0.4860526316    | 1.420375896    | 1    |
| 26    | 34.4       | 33.73394737  | 0.1330762819  | 0.6660526316    | 1.93619951     | 1    |
| 27    | 34.57      | 33.73394737  | 0.1330762819  | 0.8360526316    | 2.418433994    | 1    |
| 28    | 34.21      | 33.73394737  | 0.1330762819  | 0.4760526316    | 1.39155987     | 1    |
| 29    | 36.87      | 37.06283208  | 0.1616857919  | -0.1928320802   | -0.5230053708  | 1    |

|    |       |             |              |               |              |   |
|----|-------|-------------|--------------|---------------|--------------|---|
| 30 | 36.32 | 37.06283208 | 0.1616857919 | -0.7428320802 | -2.045242512 | 1 |
| 31 | 36.58 | 37.06283208 | 0.1616857919 | -0.4828320802 | -1.31993461  | 1 |
| 32 | 37.19 | 37.06283208 | 0.1616857919 | 0.1271679198  | 0.3419411664 | 1 |

Reziduální součet čtverců : 8.075439348  
 Průměr absolutních reziduí : 0.3940484023  
 Reziduální směr. odchylka : 0.5188268609  
 Reziduální rozptyl : 0.2691813116  
 Šikmost reziduí : 0.5576967331  
 Špičatost reziduí : 3.114719075

#### Indikace vlivných dat

##### A. Analýza reziduí

| Index | Standardní    | Jackknife     | Predikované   | Diag(Hii)     | Diag(H*ii)    | Cookova vzdál. |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| 1     | 0.7597242966  | 0.7542457551  | 0.4219095477  | 0.1271929825  | 0.1439852369  | 0.05535679548  |
| 2     | 1.378651665   | 1.400572668   | 0.7656281407  | 0.1271929825  | 0.1824905559  | 0.1004545183   |
| 3     | 0.2645824015  | 0.2604393619  | 0.1469346734  | 0.1271929825  | 0.1292296441  | 0.0192786172   |
| 4     | 0.3883678753  | 0.3828037341  | 0.215678392   | 0.1271929825  | 0.1315811538  | 0.02829816177  |
| 5     | -0.0984277799 | -0.0967890432 | -0.0526582278 | 0.05952380952 | 0.05982752151 | -0.0031148031  |
| 6     | 0.0009464209  | 0.0009305136  | 0.00050632911 | 0.05952380952 | 0.0595238376  | 2.995003E-005  |
| 7     | -0.217676821  | -0.2141873413 | -0.1164556962 | 0.05952380952 | 0.06100923519 | -0.0068885069  |
| 8     | -1.29091819   | -1.306012624  | -0.6906329114 | 0.05952380952 | 0.1117663144  | -0.040851841   |
| 9     | 0.4951107128  | 0.4887900171  | 0.2622730242  | 0.04072681704 | 0.04856518588 | 0.01051018822  |
| 10    | 0.1605651168  | 0.157934228   | 0.08505551927 | 0.04072681704 | 0.04155118945 | 0.0034084691   |
| 11    | -0.114943021  | -0.113035961  | -0.0608883083 | 0.04072681704 | 0.04114927769 | -0.0024400053  |
| 12    | 0.2589608804  | 0.254893335   | 0.1371783148  | 0.04072681704 | 0.04287113595 | 0.00549721006  |
| 13    | -1.777368262  | -1.84746994   | -0.9372427184 | 0.03195488722 | 0.1338912619  | -0.0293352043  |
| 14    | -1.209264393  | -1.219020293  | -0.6376699029 | 0.03195488722 | 0.07914129023 | -0.0199587327  |
| 15    | -2.678498538  | -3.01910959   | -1.412427184  | 0.03195488722 | 0.2634581782  | -0.0442082282  |
| 16    | -1.503111222  | -1.536850942  | -0.7926213592 | 0.03195488722 | 0.1048597634  | -0.0248086318  |
| 17    | 0.71318147    | 0.7072151566  | 0.3763188594  | 0.03320802005 | 0.04959926294 | 0.01224841799  |
| 18    | 0.6935789896  | 0.6874553376  | 0.3659753727  | 0.03320802005 | 0.04871058794 | 0.01191175841  |
| 19    | 0.00749217608 | 0.00736625508 | 0.00395333765 | 0.03320802005 | 0.03320982901 | 0.00012867314  |
| 20    | 0.7327839504  | 0.7270030968  | 0.3866623461  | 0.03320802005 | 0.0505127044  | 0.01258507757  |
| 21    | 0.5815523744  | 0.575028148   | 0.3086688525  | 0.04448621554 | 0.05525814172 | 0.01353777658  |
| 22    | 0.9956267579  | 0.995476978   | 0.5284459016  | 0.04448621554 | 0.07605870463 | 0.02317688518  |
| 23    | -0.2663142204 | -0.262148089  | -0.1413508197 | 0.04448621554 | 0.04674515408 | -0.0061994457  |
| 24    | -0.4437746705 | -0.4377549353 | -0.2355409836 | 0.04448621554 | 0.05075871629 | -0.0103304923  |
| 25    | 0.9692559331  | 0.9682457628  | 0.5202816901  | 0.06578947368 | 0.09504449629 | 0.03412873004  |
| 26    | 1.32820074    | 1.346052601   | 0.7129577465  | 0.06578947368 | 0.1207247025  | 0.04676763169  |
| 27    | 1.667204169   | 1.720839212   | 0.8949295775  | 0.06578947368 | 0.1523462507  | 0.05870437214  |
| 28    | 0.949314555   | 0.9477015365  | 0.5095774648  | 0.06578947368 | 0.09385309948 | 0.03342656884  |
| 29    | -0.3911481558 | -0.385558179  | -0.213573907  | 0.09711779449 | 0.1017223998  | -0.021036767   |
| 30    | -1.506789731  | -1.54091956   | -0.8227342124 | 0.09711779449 | 0.1654483801  | -0.0810383096  |
| 31    | -0.9793955317 | -0.9787075667 | -0.5347675226 | 0.09711779449 | 0.1259864179  | -0.0526739442  |
| 32    | 0.257952397   | 0.2538984811  | 0.1408466343  | 0.09711779449 | 0.09912037034 | 0.01387322052  |

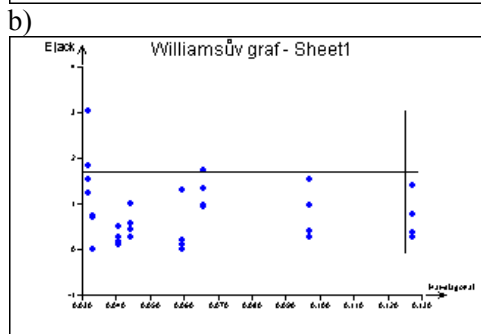
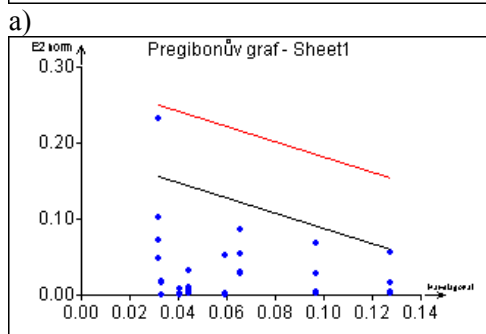
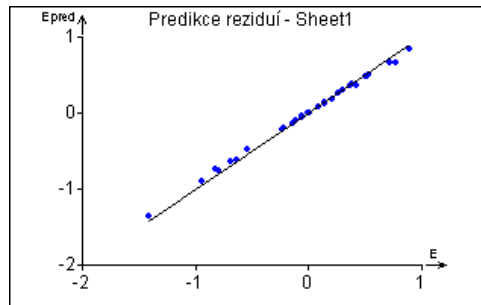
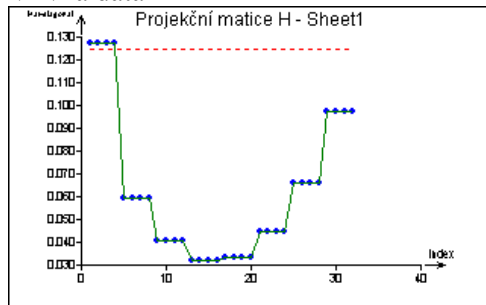
##### B. Analýza vlivu

| Index | Atkinsonova vzdálenost | Andrews -Pregibon | st. Vliv na Y <sup>^</sup> | Vliv na param LD(b) | Vliv na rozptyl LD(s) | Celkový vliv LD(b,s) |
|-------|------------------------|-------------------|----------------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1     | 1.115144033            | 0.8560147631      | 0.2879289513               | 0.08959371914       | 0.00241929935         | 0.09103983419        |
| 2     | 2.070731248            | 0.8175094441      | 0.5346605092               | 0.2940935779        | 0.01838053569         | 0.3239570068         |
| 3     | 0.3850567251           | 0.8707703559      | 0.09942121891              | 0.0108798203        | 0.01370681917         | 0.02427309303        |
| 4     | 0.5659711003           | 0.8684188462      | 0.1461331097               | 0.02343695542       | 0.01131245086         | 0.03414008737        |
| 5     | 0.0943068595           | 0.9401724785      | -0.02434992642             | 0.00065403739       | 0.01563697679         | 0.01627078666        |
| 6     | 0.0009066503           | 0.9404761624      | 0.0002340961               | 6.0470051E-008      | 0.01595831621         | 0.01595837479        |

|    |               |              |                |                |                 |               |
|----|---------------|--------------|----------------|----------------|-----------------|---------------|
| 7  | 0.2086944435  | 0.9389907648 | -0.0538846736  | 0.003198705838 | 0.01441640584   | 0.01752020927 |
| 8  | 1.272519544   | 0.8882336856 | -0.3285631333  | 0.1123069819   | 0.01041279294   | 0.1258116105  |
| 9  | 0.3900650507  | 0.9514348141 | 0.100714363    | 0.01109931599  | 0.00879990516   | 0.019642831   |
| 10 | 0.1260349444  | 0.9584488105 | 0.03254208272  | 0.001167512036 | 0.01511006489   | 0.01624208564 |
| 11 | 0.09020515214 | 0.9588507223 | -0.02329087013 | 0.00059831245  | 0.01552086044   | 0.01610073642 |
| 12 | 0.2034104179  | 0.9571288641 | 0.05252034406  | 0.003036788931 | 0.01379816822   | 0.01674678831 |
| 13 | 1.300001509   | 0.8661087381 | -0.3356589463  | 0.11103798     | 0.103909618     | 0.2243466792  |
| 14 | 0.8577829526  | 0.9208587098 | -0.221478606   | 0.05144744187  | 0.00534588756   | 0.05778161    |
| 15 | 2.124444322   | 0.7365418218 | -0.5485291652  | 0.2516197174   | 1.013597833     | 1.335232715   |
| 16 | 1.081429527   | 0.8951402366 | -0.2792239033  | 0.07945356326  | 0.03521411455   | 0.1185570674  |
| 17 | 0.507635705   | 0.9504007371 | 0.1310709754   | 0.01862997801  | 0.003416818861  | 0.0217812195  |
| 18 | 0.4934522001  | 0.9512894121 | 0.1274088102   | 0.01762020476  | 0.003865514192  | 0.02121803669 |
| 19 | 0.00528746316 | 0.966790171  | 0.00136521712  | 2.0566226E-006 | 0.01595647503   | 0.01595846739 |
| 20 | 0.5218393951  | 0.9494872956 | 0.1347383524   | 0.01966785939  | 0.00298393063   | 0.02239038347 |
| 21 | 0.4805393828  | 0.9447418583 | 0.1240747351   | 0.01679116958  | 0.006620772131  | 0.02307700443 |
| 22 | 0.8318999588  | 0.9239412954 | 0.2147956457   | 0.0491899646   | 5.49097019E-005 | 0.04937395289 |
| 23 | 0.2190718512  | 0.9532548459 | -0.05656410877 | 0.003521940732 | 0.01367834181   | 0.01709849527 |
| 24 | 0.3658229379  | 0.9492412837 | -0.0944550764  | 0.00977858221  | 0.01004600535   | 0.0195830607  |
| 25 | 0.9951465975  | 0.9049555037 | 0.2569457466   | 0.07049184547  | 7.2560962E-008  | 0.07057436973 |
| 26 | 1.383450068   | 0.8792752975 | 0.3572052715   | 0.1322422196   | 0.0134509094    | 0.1498462123  |
| 27 | 1.7686494     | 0.8476537493 | 0.4566633113   | 0.208115749    | 0.07012618204   | 0.2930497261  |
| 28 | 0.9740315896  | 0.9061469005 | 0.251493875    | 0.0676241299   | 2.4922367E-005  | 0.0676361032  |
| 29 | 0.4897443209  | 0.8982776002 | -0.1264514399  | 0.01754930502  | 0.01125129688   | 0.02834401985 |
| 30 | 1.957309284   | 0.8345516199 | -0.5053750841  | 0.2594418432   | 0.03582549161   | 0.3088435345  |
| 31 | 1.243175476   | 0.8740135821 | -0.3209865276  | 0.1098669134   | 8.9419210E-006  | 0.1101469722  |
| 32 | 0.3225073309  | 0.9008796297 | 0.08327103478  | 0.007633501158 | 0.0138143788    | 0.02122665543 |

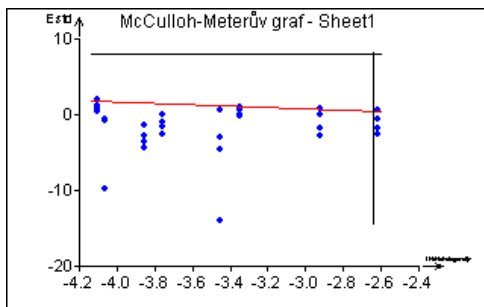
Obrázek 12 - Grafy vlivných bodů: a) Graf bodů projekční matice H; b) Graf predikce reziduí; c) Pregibonův graf; d) Williamsův graf; e) McCulloh-Meeterův graf; f) L-R graf

Vlivná data

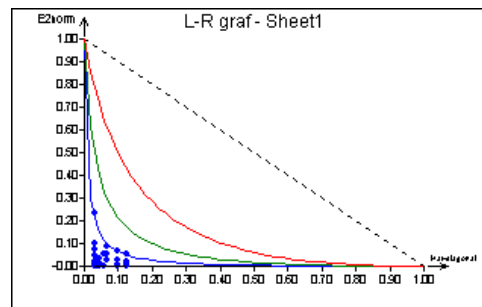


c)

d)



e)



f)

Podezřelé body 13, 15, 28, 30 a 31 byly indikovány jako outliery.

### Model

Z obrázků 11a) a 11b) vyplývá, že model je lineární.

### Metoda

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu

Hodnota kritéria F : 8212.880511

Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.170876786

Pravděpodobnost : 3.768225868E-038

Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : -0.5043628496

Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

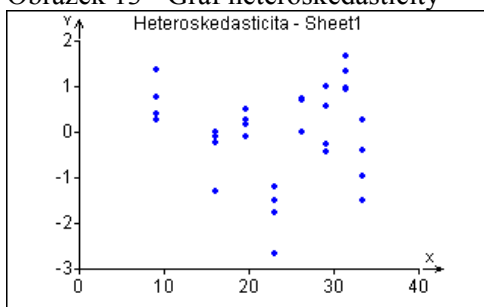
Hodnota kritéria CW : 0.2830798932

Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829

Pravděpodobnost : 0.5946896147

Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

### Obrázek 13 - Graf heteroskedasticity



Jarque-Berrův test normality

Hodnota kritéria JB : 2.991929865

Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 2)$  : 5.991464547

Pravděpodobnost : 0.2240323244

Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

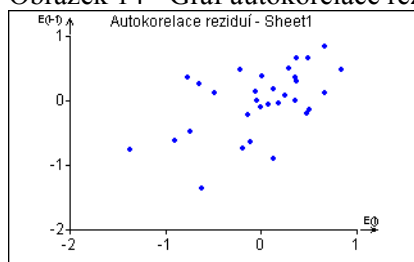
Hodnota kritéria WA : 10.77252387

Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829

Pravděpodobnost : 0.001030179389

Závěr : Autokorelace je významná

Obrázek 14 - Graf autokorelace reziduí



Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
 Kritické hodnoty DW 1.31 1.57  
 Závěr : Rezidua jsou pozitivně autokorelována!

Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 1.095529908  
 Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.2732845502  
 Závěr : V reziduích není trend.

#### ▪ Konstrukce zpřesněného modelu

Na základě kritiky dat byly vynechány body 13, 15, 28, 30 a 31. Nové parametry modelu jsou:

| Proměnná | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez    |
|----------|--------------|---------------|----------|---|--------------|--------------|
| Abs      | 41.61098273  | 0.1811506912  | Významný | 0 | 41.23789589  | 41.98406956  |
| log c    | -3.349518182 | 0.03118912668 | Významný | 0 | -3.413753391 | -3.285282973 |

Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.9989179523  
 Koeficient determinace  $R^2$  : 0.9978370753  
 Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.9949627902  
 Střední kvadratická chyba predikce MEP : 0.171134739  
 Akaikeho informační kritérium : -47.80785879

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum        | Reziduum [%Y]  | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|-----------------|----------------|------|
| 1     | 10.8       | 10.46046364  | 0.1473940622  | 0.3395363636    | 3.143855219    | 1    |
| 2     | 11.1       | 10.46046364  | 0.1473940622  | 0.6395363636    | 5.761588862    | 1    |
| 3     | 10.56      | 10.46046364  | 0.1473940622  | 0.09953636364   | 0.9425792011   | 1    |
| 4     | 10.62      | 10.46046364  | 0.1473940622  | 0.1595363636    | 1.502225646    | 1    |
| 5     | 17.04      | 17.1595      | 0.09953771784 | -0.1195         | -0.7012910798  | 1    |
| 6     | 17.09      | 17.1595      | 0.09953771784 | -0.0695         | -0.4066705676  | 1    |
| 7     | 16.98      | 17.1595      | 0.09953771784 | -0.1795         | -1.057126031   | 1    |
| 8     | 16.44      | 17.1595      | 0.09953771784 | -0.7195         | -4.376520681   | 1    |
| 9     | 20.67      | 20.50901818  | 0.08317100448 | 0.1609818182    | 0.7788186656   | 1    |
| 10    | 20.5       | 20.50901818  | 0.08317100448 | -0.009018181818 | -0.04399113082 | 1    |
| 11    | 20.36      | 20.50901818  | 0.08317100448 | -0.1490181818   | -0.7319164136  | 1    |
| 12    | 20.55      | 20.50901818  | 0.08317100448 | 0.04098181818   | 0.199424906    | 1    |
| 13    | 23.13      | 23.85853636  | 0.07663287772 | -0.7285363636   | -3.149746492   | 1    |



|    |       |             |               |                |               |   |
|----|-------|-------------|---------------|----------------|---------------|---|
| 14 | 22.98 | 23.85853636 | 0.07663287772 | -0.8785363636  | -3.823047709  | 1 |
| 15 | 27.44 | 27.20805455 | 0.08230007991 | 0.2319454545   | 0.8452822688  | 1 |
| 16 | 27.43 | 27.20805455 | 0.08230007991 | 0.2219454545   | 0.809133994   | 1 |
| 17 | 27.08 | 27.20805455 | 0.08230007991 | -0.1280545455  | -0.4728749832 | 1 |
| 18 | 27.45 | 27.20805455 | 0.08230007991 | 0.2419454545   | 0.881404206   | 1 |
| 19 | 30.7  | 30.55757273 | 0.09807921088 | 0.1424272727   | 0.4639324845  | 1 |
| 20 | 30.91 | 30.55757273 | 0.09807921088 | 0.3524272727   | 1.140172348   | 1 |
| 21 | 30.27 | 30.55757273 | 0.09807921088 | -0.2875727273  | -0.9500255278 | 1 |
| 22 | 30.18 | 30.55757273 | 0.09807921088 | -0.3775727273  | -1.251069342  | 1 |
| 23 | 34.22 | 33.90709091 | 0.1200470046  | 0.3129090909   | 0.9144041231  | 1 |
| 24 | 34.4  | 33.90709091 | 0.1200470046  | 0.4929090909   | 1.432875264   | 1 |
| 25 | 34.57 | 33.90709091 | 0.1200470046  | 0.6629090909   | 1.917584874   | 1 |
| 26 | 36.87 | 37.25660909 | 0.1454254388  | -0.3866090909  | -1.048573612  | 1 |
| 27 | 37.19 | 37.25660909 | 0.1454254388  | -0.06660909091 | -0.1791048425 | 1 |

Reziduální součet čtverců : 3.963102909  
 Průměr absolutních reziduí : 0.3036686869  
 Reziduální směr. odchylka : 0.3981508714  
 Reziduální rozptyl : 0.1585241164  
 Šikmost reziduí : 0.2441274151  
 Špičatost reziduí : 2.862737455

#### Testování regresního tripletu

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
 Hodnota kritéria F : 11533.42379  
 Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.24169905  
 Pravděpodobnost : 7.710473055E-035  
 Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity  
 Hodnota kritéria SC : -0.4719373584  
 Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity  
 Hodnota kritéria CW : 0.01104532728  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.9162990366  
 Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berrův test normality  
 Hodnota kritéria JB : 1.1197695  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 2)$  : 5.991464547  
 Pravděpodobnost : 0.5712748995  
 Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace  
 Hodnota kritéria WA : 1.442474019  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.2297394096  
 Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace  
 Hodnota kritéria DW : -1

Kritické hodnoty DW 1.24 1.56  
 Závěr : Pozitivní autokorelace reziduí není prokázána.

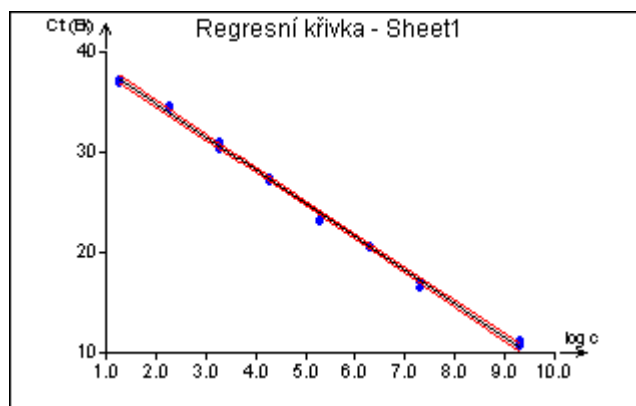
Znaménkový test reziduí  
 Hodnota kritéria Sg : 0.7788876428  
 Kvantil N(1-alfa/2) : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.4360459038  
 Závěr : V reziduích není trend.

▪ **Výsledný model pro standardy Ek je:**

$$y = 41,61 (0,18) - 3,35 (0,03) x,$$

kde  $x = \log n$  a  $y = Ct$   
 $D = 99,78 \%$

Obrázek 15 – Výsledná regresní křivka



▪ **Testování shodnosti modelů**

**1. Bartlettův test shody rozptylů**

$$H_0: \sigma^2 = \sigma^2_j$$

$$V = 80$$

$$\sigma^2_c = 0,337$$

$$L = 1,017$$

$$B = 10,24$$

$$\chi^2_{0,95} (2) = 5,99$$

$B > \chi^2_{0,95} (2) \Rightarrow$  Zamítáme  $H_0$ : Rozptyly porovnávaných regresních modelů jsou různé.

**2. Test homogenity úseků**

$$H_0: \beta_{21} = \beta_{22} = \beta_{23} = \beta_{2c}$$

$$w_{B1} = 6,098 \quad w_{B2} = 5,886 \quad w_{B3} = 4,918$$

$$b_{2c} = 41,839$$

$$F_I = 0,92$$

$$F_{1-\alpha} (M-1, n - 2M) = F_{0,95}(2, 80) \approx 3,1$$

$F_I < F_{0,95}(2, 90) \Rightarrow$  Nelze zamítnout  $H_0$ : Úseky porovnávaných regresních modelů jsou shodné.

### 3. Test homogenity směrnic

$$H_0: \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = \beta_{1c}$$

$$w_{S1} = 192,314 \quad w_{S2} = 180,709 \quad w_{S3} = 165,975$$

$$b_{1c} = -3,399$$

$$F_S = 1,711$$

$$F_{1-\alpha} (M-1, n - 2M) = F_{0,95}(2, 80) \approx 3,1$$

$F_S < F_{0,95}(2, 90) \Rightarrow$  Nelze zamítnout  $H_0$ : Regresní přímky porovnávaných modelů jsou na hladině významnosti  $\alpha$  rovnoběžné.

### 4. Test shody regresních přímek

$$H_0: \beta_{2j} = \beta_{2c}; \beta_{1j} = \beta_{1c}, j = 1, 2, \dots, M$$

$$RSC_1 = 7,382 \quad RSC_2 = 16,223 \quad RSC_3 = 3,963$$

$$RSC_c = 27,568$$

$$RSC_K = 26,826$$

$$F_A = -0,538$$

$$F_{1-\alpha} (2M-2, n - 2M) = F_{0,95}(4, 80) \approx 2,5$$

$F_A < F_{0,95}(4, 80) \Rightarrow$  Nelze zamítnout  $H_0$ : Všechny tři regresní modely jsou shodné.

#### ▪ Závěr úlohy

Způsob přípravy standardů, tedy existence příměsi DNA hostitelské rostliny a její výše nemá vliv na stanovení obsahu DNA *Pyrenophora teres*.

## 5. Úloha 2 – Určení stupně polynomu

### Určení vlivu obsahu rostlinné DNA na stanovení obsahu houby *Pyrenophora teres* ve standardech

#### Cíl

Cílem úlohy je zjistit, zda je obsah houby a rostliny ve standardech korelován a pokud ano, o jakou závislost se jedná a navrhnout příslušný model.

#### Metodika

Pro přípravu kalibrační přímky se používá sériově ředěná řada standardů o známé koncentraci. V této práci byly použity předem připravené plasmidové standardy, kde cílový úsek DNA byl klonován do komerčně dodávaného pGEM-T Easy vektoru. Plasmidové standardy houby (E) a hostitele (C) byly smíseny ve vzájemném poměru E:C 1:1000 (EC1 – EC8). Reakce byly prováděny v přístroji ABI PRISM 7900. Výstup z programu SDS software v textovém formátu byl upraven v MS Excel.

#### Data

Data jsou uvedena v Tabulce 2 a dále v souboru MS Excel: 2.1\_Lineární regrese v listu: Úloha 2.

Tabulka 2 – data pro porovnání hodnot Ct při stanovení houby a rostliny ve směsných standardech

| hostitel   |         | patogen    |         |
|------------|---------|------------|---------|
| log c (EC) | Ct (EC) | log c (EC) | Ct (EC) |
| 11.15      | 4.25    | 9.30       | 10.09   |
| 11.15      | 4.33    | 9.30       | 9.99    |
| 11.15      | 4.23    | 9.30       | 9.99    |
| 11.15      | 4.29    | 9.30       | 9.96    |
| 9.95       | 8.46    | 7.30       | 17.82   |
| 9.95       | 8.40    | 7.30       | 17.32   |
| 9.95       | 8.24    | 7.30       | 18.28   |
| 9.95       | 8.22    | 7.30       | 18.52   |
| 9.21       | 10.96   | 6.30       | 21.40   |
| 9.21       | 10.92   | 6.30       | 19.48   |
| 9.21       | 10.40   | 6.30       | 20.45   |
| 9.21       | 10.32   | 6.30       | 20.59   |
| 8.21       | 13.52   | 5.30       | 22.69   |
| 8.21       | 13.95   | 5.30       | 22.49   |
| 8.21       | 14.16   | 5.30       | 23.02   |
| 8.21       | 13.35   | 5.30       | 23.96   |

|      |       |      |       |
|------|-------|------|-------|
| 7.21 | 17.75 | 4.30 | 27.03 |
| 7.21 | 17.61 | 4.30 | 28.11 |
| 7.21 | 17.44 | 4.30 | 27.25 |
| 7.21 | 16.99 | 4.30 | 27.75 |
| 6.21 | 20.68 | 3.30 | 30.02 |
| 6.21 | 20.61 | 3.30 | 29.67 |
| 6.21 | 21.14 | 3.30 | 31.63 |
| 6.21 | 20.27 | 3.30 | 31.13 |
| 5.21 | 23.93 | 2.30 | 33.33 |
| 5.21 | 24.02 | 2.30 | 34.35 |
| 5.21 | 23.81 | 2.30 | 34.70 |
| 5.21 | 24.17 | 2.30 | 34.65 |
| 4.21 | 27.48 | 1.30 | 36.50 |
| 4.21 | 27.47 | 1.30 | 37.70 |
| 4.21 | 27.99 | 1.30 | 37.25 |
| 4.21 | 27.18 | 1.30 | 35.83 |

### 1. Rostlina – výsledný model po vynechání bodů 7, 8, 16 a 31:

| Proměnná   | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez    |
|------------|--------------|---------------|----------|---|--------------|--------------|
| Abs        | 41.32992315  | 0.1581355561  | Významný | 0 | 41.00599715  | 41.65384915  |
| log c (EC) | -3.324597436 | 0.01957044183 | Významný | 0 | -3.364685669 | -3.284509203 |

#### Statistické charakteristiky regrese

|  |               |
|--|---------------|
| Vícenásobný korelační koeficient R :     | 0.9995152305  |
| Koeficient determinace R <sup>2</sup> :  | 0.999030696   |
| Predikovaný korelační koeficient Rp :    | 0.9978589985  |
| Střední kvadratická chyba predikce MEP : | 0.05877852167 |
| Akaikeho informační kritérium :          | -84.01454044  |

#### Testování regresního tripletu

|   |                   |
|---|-------------------|
| Fisher-Snedecorův test významnosti modelu |                   |
| Hodnota kritéria F :                      | 28858.70708       |
| Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) :            | 4.195971819       |
| Pravděpodobnost :                         | 9.663193823E-044  |
| Závěr :                                   | Model je významný |

#### Scottovo kritérium multikolinearity

|                       |                    |
|-----------------------|--------------------|
| Hodnota kritéria SC : | -0.254700898       |
| Závěr :               | Model je korektní. |

#### Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

|                                       |                                    |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| Hodnota kritéria CW :                 | 0.1651452735                       |
| Kvantil Chi <sup>2</sup> (1-alfa,1) : | 3.841458829                        |
| Pravděpodobnost :                     | 0.6844628982                       |
| Závěr :                               | Rezidua vykazují homoskedasticitu. |

#### Jarque-Berrův test normality

|                                       |              |
|---------------------------------------|--------------|
| Hodnota kritéria JB :                 | 0.8059523201 |
| Kvantil Chi <sup>2</sup> (1-alfa,2) : | 5.991464547  |

Pravděpodobnost : 0.668328032  
 Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 1.051259716  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.3052171414  
 Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
 Kritické hodnoty DW 1.28 1.57  
 Závěr : Rezidua nejsou autokorelována

Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.1858058382  
 Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.852597026  
 Závěr : V reziduích není trend.

## 2. Houba – výsledný model po vynechání bodu 32:

### Odhady parametrů

| Proměnná   | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr    | p | Spodní mez   | Horní mez    |
|------------|--------------|---------------|----------|---|--------------|--------------|
| Abs        | 41.77620316  | 0.307456798   | Významný | 0 | 41.1473834   | 42.40502291  |
| log c (EC) | -3.377749827 | 0.05485139761 | Významný | 0 | -3.489933531 | -3.265566122 |

### Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.9961980519  
 Koeficient determinace  $R^2$  : 0.9924105587  
 Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.9830956793  
 Střední kvadratická chyba predikce MEP : 0.5853006495  
 Akaikeho informační kritérium : -16.07395223

### Testování regresního tripletu

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
 Hodnota kritéria F : 3792.098111  
 Kvantil F (1- $\alpha$ , m-1, n-m) : 4.182964289  
 Pravděpodobnost : 2.701390405E-032  
 Závěr : Model je významný

### Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : -0.4916547557  
 Závěr : Model je korektní.

### Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

Hodnota kritéria CW : 0.02391660006  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.877097307  
 Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berrův test normality  
 Hodnota kritéria JB : 1.05903534  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,2)$  : 5.991464547  
 Pravděpodobnost : 0.5888889399  
 Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace  
 Hodnota kritéria WA : 1.837880705  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.1751995448  
 Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace  
 Hodnota kritéria DW : -1  
 Kritické hodnoty DW 1.3 1.57  
 Závěr : Pozitivní autokorelace reziduí není prokázána.

Znaménkový test reziduí  
 Hodnota kritéria Sg : 0.3716442278  
 Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.7101577549  
 Závěr : V reziduích není trend.

### 3. Závislost Ct houby na Ct rostliny ve standardech EC:

#### ▪ Návrh modelu

Určení stupně polynomu m metodou nejmenších čtverců (QC Expert)

| m        | Rp <sup>2</sup> | MEP          | AIC           | D             | Poznámky                                 |
|----------|-----------------|--------------|---------------|---------------|--|
| 1        | 0.95            | 1.808        | 15.912        | 97.79%        | Všechny parametry jsou významné.         |
| 2        | 0.98            | 0.833        | -4.492        | 99.00%        | Všechny parametry jsou významné.         |
| <b>3</b> | <b>0.98</b>     | <b>0.747</b> | <b>-9.406</b> | <b>99.61%</b> | <b>Všechny parametry jsou významné.</b>  |
| 4        | 0.98            | 0.674        | -11.78        | 99.66%        | Nevýznamný parametr Ct (EC) <sup>4</sup> |
| 5        | 0.98            | 0.655        | -12.56        | 99.72%        | Významný pouze Ct (EC)                   |
| 6        | 0.98            | 0.712        | -11.45        | 99.73%        | Významný pouze Ct (EC)                   |

Na základě hodnot střední kvadratické chyby predikce MEP a Akaikova informačního kritéria AIC byl za nejvhodnější model zvolen polynom 3. stupně. Byl rovněž vynechán absolutní člen, protože nemá fyzikální smysl.

Určení stupně polynomu m metodou nejmenších čtverců (ADSTAT)

| m | Rp <sup>2</sup> | MEP    | AIC     | D      | Poznámky                                |
|---|-----------------|--------|---------|--------|---|
| 1 | 0.93            | 10.037 | 58.171  | 86.60% | Všechny parametry jsou významné.        |
| 2 | 0.99            | 1.620  | 11.858  | 98.05% | Všechny parametry jsou významné.        |
| 3 | 0.99            | 0.747  | -9.421  | 99.20% | <b>Všechny parametry jsou významné.</b> |
| 4 | 1.00            | 0.674  | -11.793 | 99.32% | Nevýznamný parametr b4.                 |

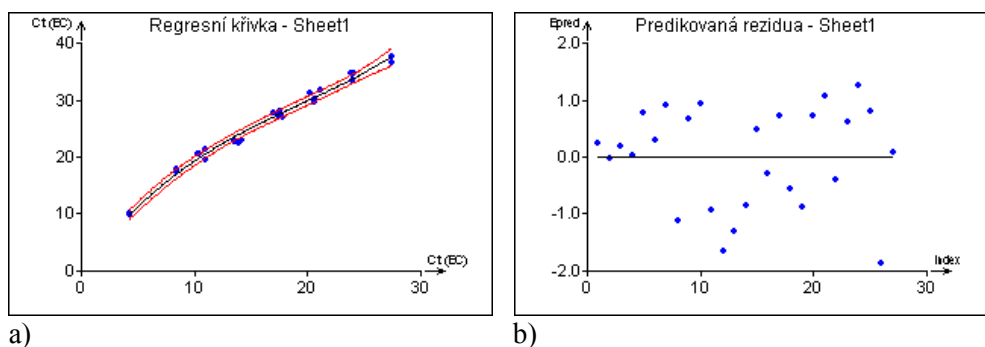
|   |      |       |         |        |                             |
|---|------|-------|---------|--------|-----------------------------|
| 5 | 1.00 | 0.655 | -12.562 | 99.38% | Významný pouze parametr b1. |
| 6 | 1.00 | 0.652 | -13.107 | 99.44% | Významný pouze parametr b1. |

Řešení multikolinearity - metoda racionálních hodnotí - nastavení hodnoty P:

| P                     | Rp <sup>2</sup> | MEP          | AIC           | D             | Poznámky                                |
|-----------------------|-----------------|--------------|---------------|---------------|---|
| E <sup>-10</sup>      | 0.99            | 0.747        | -9.421        | 99.20%        | Všechny parametry jsou významné.        |
| E <sup>-5</sup>       | 0.99            | 0.747        | -9.421        | 99.20%        | Všechny parametry jsou významné.        |
| E <sup>-4</sup>       | 0.99            | 0.747        | -9.421        | 99.20%        | Všechny parametry jsou významné.        |
| <b>E<sup>-3</sup></b> | <b>0.99</b>     | <b>0.741</b> | <b>-9.373</b> | <b>99.20%</b> | <b>Všechny parametry jsou významné.</b> |
| E <sup>-2</sup>       | 0.99            | 1.077        | 1.852         | 99.20%        | Všechny parametry jsou významné.        |

I v programu ADSTAT byl jako nejvhodnější model nalezen na základě hodnot střední kvadratické chyby predikce MEP a Akaikova informačního kritéria AIC polynom 3. stupně s P = 0,001. Absolutní člen byl vynechán, protože nemá fyzikální smysl.

Obrázek 16 - regresní křivka (a) a graf predikovaných reziduí (b)



#### ▪ Předběžná analýza dat

QCExpert pro  $m = 3$ ;  $P = 1,0 \cdot 10^{-3}$ , bez absolutního členu:

Charakteristiky proměnných

| Proměnná             | Průměr      | Směr.Odch.  | Kor.vs.Y     | Významnost       |
|----------------------|-------------|-------------|--------------|------------------|
| Ct (EC)              | 15.61333333 | 7.348126396 | 0.9905221696 | 0                |
| Ct (EC) <sup>2</sup> | 295.7713259 | 230.2937634 | 0.9473991278 | 7.083222897E-014 |
| Ct (EC) <sup>3</sup> | 6210.216305 | 6310.469184 | 0.8901455591 | 5.145801563E-010 |

Analýza rozptylu

Průměr Y : 24.78185185

| Zdroj                          | Součet čtverců | Průměrný čtverec | Rozptyl      |
|--------------------------------|----------------|------------------|--------------|
| Celková variabilita            | 1900.022407    | 70.37120027      | 73.0777849   |
| Variabilita vysvětlená modelem | 1884.758935    | 70.61449142      | 73.33031249  |
| Reziduální variabilita         | 15.2634726     | 0.5653138002     | 0.5869357277 |

Hodnota kritéria F : 1481.77992  
 Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 3.402826105  
 Pravděpodobnost : 7.223298223E-026  
 Závěr : Model je významný



▪ **Odhady parametrů**

| Proměnná             | Odhad          | Směr.Odch.      | Závěr    | p      | Spodní mez   | Horní mez    |
|----------------------|----------------|-----------------|----------|--------|--------------|--------------|
| Ct (EC)              | 2.675235813    | 0.09369085954   | Významný | 0      | 2.481867383  | 2.868604243  |
| Ct (EC) <sup>2</sup> | -0.08981939308 | 0.01014775117   | Významný | 5.0E-9 | -0.110763322 | -0.068875464 |
| Ct (EC) <sup>3</sup> | 0.001540641013 | 0.0002644787035 | Významný | 5.2E-6 | 0.000994783  | 0.0020864982 |

▪ **Statistické charakteristiky regrese**

|  |              |
|--|--------------|
| Vícenásobný korelační koeficient R :     | 0.9959752447 |
| Koeficient determinace R <sup>2</sup> :  | 0.9919666881 |
| Predikovaný korelační koeficient Rp :    | 0.9789361741 |
| Střední kvadratická chyba predikce MEP : | 0.745087837  |
| Akaikeho informační kritérium :          | -9.400106195 |

▪ **Testování regresního tripletu**

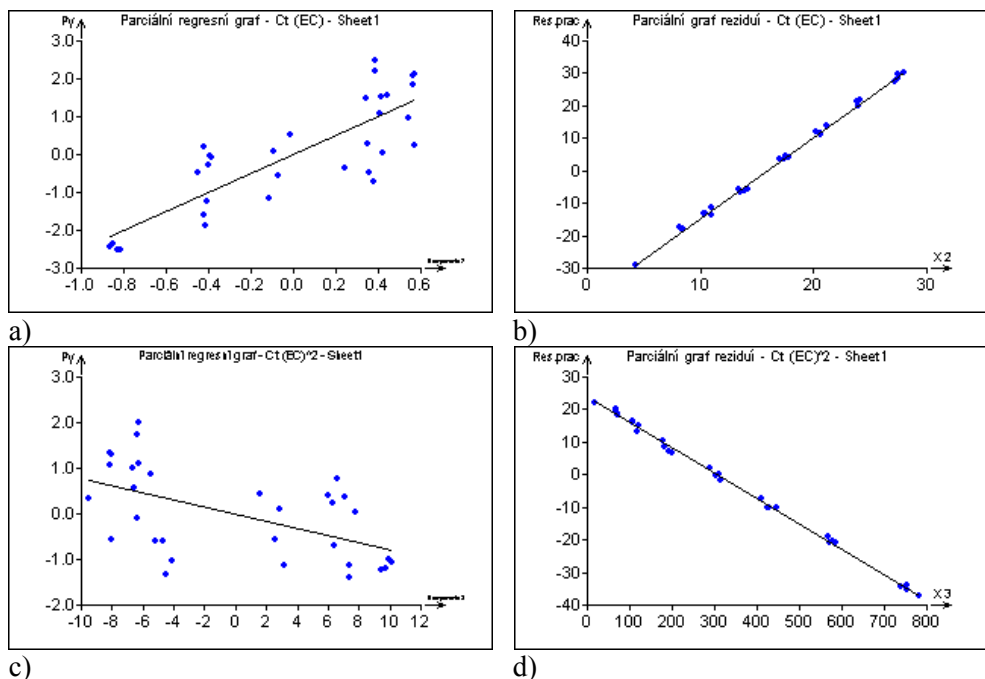
**Data**

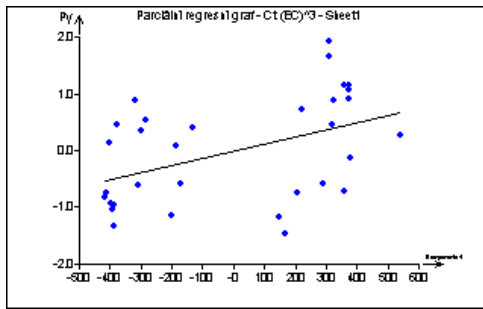
Kritika dat byla provedena pro Ct (rostlina) a pro Ct (houba) nezávisle, protože závislosti Ct na logaritmu koncentrace je pro posouzení existence vlivných dat určující. Datové body 7, 8, 16, 31 a 32 byly vynechány už při hledání stupně polynomu.

**Model**

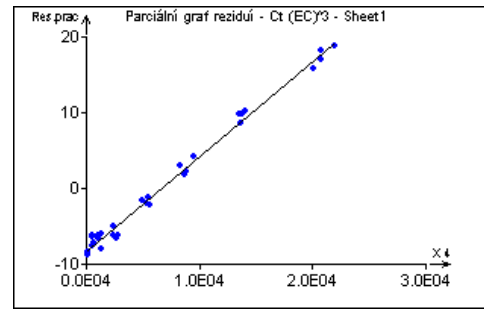
Parciální regresní grafy a parciální reziduální grafy ukazují na lineární závislost všech nezávisle proměnných.

Obrázek 17 - parciální grafy: a) parciální regresní graf x; b) parciální graf reziduí x; c) parciální regresní graf x<sup>2</sup>; d) parciální graf reziduí x<sup>2</sup>; e) parciální regresní graf x<sup>3</sup>; f) parciální graf reziduí x<sup>3</sup>





e)



f)

Navržený model je formulován ve tvaru:

$$y = \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3$$

### Metoda

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu

Hodnota kritéria F : 1481.77992  
 Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 3.402826105  
 Pravděpodobnost : 7.223298223E-026  
 Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : 0.9269947938  
 Závěr : Model je nekorektní!

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

Hodnota kritéria CW : 0.6577130278  
 Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.4173684933  
 Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berrův test normality

Hodnota kritéria JB : 1.950143796  
 Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 2)$  : 5.991464547  
 Pravděpodobnost : 0.3771652351  
 Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 0.5816741988  
 Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.4456568357  
 Závěr : Autokorelace je nevýznamná

Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
 Kritické hodnoty DW : 1.16 1.65  
 Závěr : Rezidua nejsou autokorelována

Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.5954849055  
 Kvantil  $N(1-\text{alfa}/2)$  : 1.959963999  
 Pravděpodobnost : 0.5515193859  
 Závěr : V reziduích není trend.

- **Závěr úlohy**

Nalezený lineární regresní model závislosti obsahu houby na obsahu hostitelské rostliny v testovaných směsných standardech je polynom 3. stupně:

$$y = 2,6752 (0,0937) x - 0,0898 (0,0101) x^2 + 0,0015 (0,0003) x^3,$$

kde  $x = Ct(\underline{E}C - \text{rostlina})$ ;  $y = Ct(\underline{E}C - \text{houba})$ . Hodnota regresního rabatu  $D$  je 99,17%.

## Úloha 3 – Validace nové analytické metody

### Validace kvantitativního stanovení houby *Pyrenophora teres* na přístroji StepONE.

#### Úvod

Kvantitativní stanovení *Pyrenophora teres* bylo optimalizováno a všechny reakce byly prováděny v přístroji ABI PRISM 7900. Zdrojem energie ve formě záření je v tomto přístroji argonový LASER. Přístroj Step ONE využívá jako zdroj energie modrou LED diodu, a proto je provoz tohoto přístroje levnější.

#### Cíl

Cílem úlohy je zavést stanovení *P. teres* na přístroji Step ONE.

#### Metodika

Validace byla provedena pomocí sériově řaděné řady plasmidových standardů o známé koncentraci EC1 - EC8. Výstup z SDS software obou přístrojů v textovém formátu byl upraven v MS Excel.

#### Data

Data jsou uvedena v Tabulce 3 a dále v souboru MS Excel: 2.1\_Lineární regrese v listu: Úloha 3.

Tabulka 3 – data pro validaci stanovení *P. teres* v přístroji Step ONE

| log n | Ct (ABI7900) | Ct (StepONE) |
|-------|--------------|--------------|
| 9.30  | 10.20        | 10.33        |
| 9.30  | 10.09        | 9.97         |
| 9.30  | 9.99         | 10.17        |
| 9.30  | 9.99         | 10.26        |
| 9.30  | 9.96         | 10.13        |
| 9.30  | 10.17        | 10.16        |
| 7.30  | 17.82        | 19.65        |
| 7.30  | 17.32        | 19.11        |
| 7.30  | 18.28        | 20.09        |
| 7.30  | 18.52        | 19.19        |
| 7.30  | 19.87        | 16.90        |
| 7.30  | 18.72        | 18.86        |
| 6.30  | 21.40        | 21.24        |
| 6.30  | 19.65        | 21.76        |
| 6.30  | 19.21        | 21.30        |

|      |       |       |
|------|-------|-------|
| 6.30 | 19.48 | 19.86 |
| 6.30 | 20.45 | 21.92 |
| 6.30 | 20.59 | 21.52 |
| 5.30 | 22.69 | 24.75 |
| 5.30 | 22.49 | 25.15 |
| 5.30 | 23.02 | 24.84 |
| 5.30 | 23.96 | 23.81 |
| 5.30 | 23.72 | 25.92 |
| 5.30 | 23.74 | 25.18 |
| 4.30 | 27.03 | 29.30 |
| 4.30 | 28.11 | 28.43 |
| 4.30 | 27.25 | 29.24 |
| 4.30 | 27.75 | 29.79 |
| 4.30 | 28.15 | 29.10 |
| 4.30 | 26.93 | 27.97 |
| 3.30 | 29.67 | 33.37 |
| 3.30 | 32.28 | 30.96 |
| 3.30 | 32.38 | 33.16 |
| 3.30 | 30.02 | 32.95 |
| 3.30 | 31.63 | 31.95 |
| 3.30 | 31.13 | 32.78 |
| 2.30 | 34.81 | 35.85 |
| 2.30 | 36.96 | 36.97 |
| 2.30 | 34.35 | 36.66 |
| 2.30 | 34.70 | 35.97 |
| 2.30 | 34.65 | 36.52 |
| 2.30 | 33.33 | 37.67 |
| 1.30 | 37.70 | 37.25 |
| 1.30 | 36.50 | 36.38 |
| 1.30 | 37.25 | 37.12 |
| 1.30 | 35.34 | 36.87 |
| 1.30 | 33.80 | 38.21 |
| 1.30 | 35.83 | 36.97 |

## Výsledky

Použitý program: QC Expert, ADSTAT

- **Návrh modelu:**

$$y = b_0 + b_1x;$$

$$H_0: b_0 = 0, b_1 = 1$$

- **Předběžná analýza dat**

Charakteristiky proměnných

| Proměnná     | Průměr | Směr.Odch.  | Kor.vs.Y    | Významnost |
|--------------|--------|-------------|-------------|------------|
| Ct (ABI7900) | 25.185 | 8.467819685 | 0.988631182 | 0          |

## Analýza rozptylu

Průměr Y : 26.323125

| Zdroj                          | Součet čtverců    | Průměrný čtverec | Rozptyl     |
|--------------------------------|-------------------|------------------|-------------|
| Celková variabilita            | 3685.540031       | 76.78208398      | 78.41574535 |
| Variabilita vysvětlená modelem | 3602.21592        | 75.04616499      | 76.64289191 |
| Reziduální variabilita         | 83.32411163       | 1.735918992      | 1.772853439 |
| Hodnota kritéria F :           | 1988.643252       |                  |             |
| Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : | 4.051748692       |                  |             |
| Pravděpodobnost :              | 1.664016192E-039  |                  |             |
| Závěr :                        | Model je významný |                  |             |

### ▪ Odhady parametrů

| Proměň | Odhad        | Směr.Odch.    | Závěr      | p            | Spodní mez    | Horní mez   |
|--------|--------------|---------------|------------|--------------|---------------|-------------|
| B0     | 0.2852045797 | 0.6153534797  | Nevýznamný | 0.6452053267 | -0.9534377314 | 1.523846891 |
| B1     | 1.033866207  | 0.02318386823 | Významný   | 0            | 0.9871995006  | 1.080532913 |

### ▪ Statistické charakteristiky regrese

|  |              |
|--|--------------|
| Vícenásobný korelační koeficient R :     | 0.988631182  |
| Koeficient determinace R <sup>2</sup> :  | 0.977391614  |
| Predikovaný korelační koeficient Rp :    | 0.9516961322 |
| Střední kvadratická chyba predikce MEP : | 1.877387685  |
| Akaikeho informační kritérium :          | 30.47377368  |

## Regresní diagnostika

### Data

#### Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum       | Reziduum [%Y] | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|----------------|---------------|------|
| 1     | 10.33      | 10.83063989  | 0.3980342472  | -0.5006398899  | -4.846465536  | 1    |
| 2     | 9.97       | 10.71691461  | 0.4002620574  | -0.7469146071  | -7.491620934  | 1    |
| 3     | 10.17      | 10.61352799  | 0.4022906625  | -0.4435279865  | -4.361140476  | 1    |
| 4     | 10.26      | 10.61352799  | 0.4022906625  | -0.3535279865  | -3.445691876  | 1    |
| 5     | 10.13      | 10.582512    | 0.4028998537  | -0.4525120002  | -4.467048374  | 1    |
| 6     | 10.16      | 10.7996239   | 0.3986414485  | -0.6396239037  | -6.295510863  | 1    |
| 7     | 19.65      | 18.70870039  | 0.2586361443  | 0.9412996137   | 4.790328823   | 1    |
| 8     | 19.11      | 18.19176728  | 0.2664313322  | 0.9182327171   | 4.804985438   | 1    |
| 9     | 20.09      | 19.18427884  | 0.2517229664  | 0.9057211585   | 4.50831836    | 1    |
| 10    | 19.19      | 19.43240673  | 0.2482215717  | -0.2424067311  | -1.263192971  | 1    |
| 11    | 16.9       | 20.82812611  | 0.2300458534  | -3.92812611    | -23.24334977  | 1    |
| 12    | 18.86      | 19.63917997  | 0.245361968   | -0.7791799725  | -4.131389038  | 1    |
| 13    | 21.24      | 22.40994141  | 0.2131609652  | -1.169941407   | -5.508198714  | 1    |
| 14    | 21.76      | 20.60067554  | 0.232817713   | 1.159324455    | 5.327777827   | 1    |
| 15    | 21.3       | 20.14577441  | 0.2385920381  | 1.154225586    | 5.418899465   | 1    |
| 16    | 19.86      | 20.42491829  | 0.2350130352  | -0.5649182897  | -2.84450297   | 1    |
| 17    | 21.92      | 21.42776851  | 0.2231323717  | 0.4922314896   | 2.245581613   | 1    |
| 18    | 21.52      | 21.57250978  | 0.2215535682  | -0.05250977939 | -0.244004551  | 1    |
| 19    | 24.75      | 23.74362881  | 0.202690081   | 1.006371186    | 4.066146207   | 1    |
| 20    | 25.15      | 23.53685557  | 0.2040617196  | 1.613144428    | 6.414093151   | 1    |
| 21    | 24.84      | 24.08480466  | 0.2006407589  | 0.7551953379   | 3.04023888    | 1    |

|    |       |             |              |               |               |   |
|----|-------|-------------|--------------|---------------|---------------|---|
| 22 | 23.81 | 25.0566389  | 0.1963261138 | -1.246638897  | -5.23577865   | 1 |
| 23 | 25.92 | 24.80851101 | 0.1972078792 | 1.111488993   | 4.288151979   | 1 |
| 24 | 25.18 | 24.82918833 | 0.197128551  | 0.3508116689  | 1.393215524   | 1 |
| 25 | 29.3  | 28.23060815 | 0.1989145664 | 1.069391848   | 3.64980153    | 1 |
| 26 | 28.43 | 29.34718366 | 0.2057570101 | -0.9171836551 | -3.226112048  | 1 |
| 27 | 29.24 | 28.45805872 | 0.2000733744 | 0.7819412828  | 2.674217793   | 1 |
| 28 | 29.79 | 28.97499182 | 0.2031591704 | 0.8150081794  | 2.735844845   | 1 |
| 29 | 29.1  | 29.3885383  | 0.2060645051 | -0.2885383034 | -0.9915405615 | 1 |
| 30 | 27.97 | 28.12722153 | 0.1984289425 | -0.157221531  | -0.5621077262 | 1 |
| 31 | 33.37 | 30.96001494 | 0.2203386866 | 2.409985062   | 7.222010974   | 1 |
| 32 | 30.96 | 33.65840574 | 0.2545470091 | -2.698405738  | -8.715780807  | 1 |
| 33 | 33.16 | 33.76179236 | 0.2560512752 | -0.6017923585 | -1.814814109  | 1 |
| 34 | 32.95 | 31.32186811 | 0.2242820432 | 1.62813189    | 4.941219696   | 1 |
| 35 | 31.95 | 32.9863927  | 0.2450789974 | -1.036392703  | -3.243795629  | 1 |
| 36 | 32.78 | 32.4694596  | 0.2381889032 | 0.3105404001  | 0.9473471632  | 1 |
| 37 | 35.85 | 36.27408724 | 0.2958562838 | -0.4240872412 | -1.182949069  | 1 |
| 38 | 36.97 | 38.49689959 | 0.3350536314 | -1.526899586  | -4.130104371  | 1 |
| 39 | 36.66 | 35.79850879 | 0.2878978717 | 0.8614912139  | 2.349948756   | 1 |
| 40 | 35.97 | 36.16036196 | 0.2939375879 | -0.1903619585 | -0.5292242382 | 1 |
| 41 | 36.52 | 36.10866865 | 0.2930686368 | 0.4113313519  | 1.12631805    | 1 |
| 42 | 37.67 | 34.74396526 | 0.2709153424 | 2.926034745   | 7.767546443   | 1 |
| 43 | 37.25 | 39.26196058 | 0.3491735028 | -2.011960579  | -5.401236454  | 1 |
| 44 | 36.38 | 38.02132113 | 0.3264230707 | -1.641321131  | -4.511602889  | 1 |
| 45 | 37.12 | 38.79672079 | 0.3405538707 | -1.676720786  | -4.51702798   | 1 |
| 46 | 36.87 | 36.82203633 | 0.3052305385 | 0.04796366913 | 0.1300886063  | 1 |
| 47 | 38.21 | 35.22988237 | 0.2786199073 | 2.980117628   | 7.799313341   | 1 |
| 48 | 36.97 | 37.32863077 | 0.3140761015 | -0.3586307722 | -0.9700588916 | 1 |

Reziduální součet čtverců : 83.32411163  
 Průměr absolutních reziduí : 1.027082663  
 Reziduální směr. odchylka : 1.345880281  
 Reziduální rozptyl : 1.811393731  
 Šikmost reziduí : 0.04446816016  
 Špičatost reziduí : 3.779373645

## Indikace vlivných dat

### A. Analýza reziduí

| Index | Standardní    | Jackknife           | Predikované   | Diag(Hii)     | Diag(H*ii)    | Cookova vzdál. |
|-------|---------------|---------------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| 1     | -0.3893982127 | -0.3857787177       | -0.5486246512 | 0.08746373535 | 0.09047175181 | -0.01866129793 |
| 2     | -0.5812637171 | -0.5770339647       | -0.8193856188 | 0.08844554989 | 0.09514086796 | -0.02819918716 |
| 3     | -0.34533254   | -0.3420019066       | -0.4870424748 | 0.08934433985 | 0.091705206   | -0.01694027126 |
| 4     | -0.2752582053 | -0.2724743187       | -0.3882125834 | 0.08934433985 | 0.09084429028 | -0.01350277811 |
| 5     | -0.3523799226 | -0.349000021        | -0.4970557148 | 0.08961513407 | 0.09207261134 | -0.01734352975 |
| 6     | -0.4975729323 | -0.4934645549       | -0.7011350348 | 0.08773079081 | 0.092640759   | -0.02392521111 |
| 7     | 0.7126762065  | 0.7088111802        | 0.9773936186  | 0.03692883218 | 0.04756254847 | 0.01366373582  |
| 8     | 0.6960288125  | 0.6920757091        | 0.95568448    | 0.03918841804 | 0.04930735368 | 0.01419438971  |
| 9     | 0.6850466739  | 0.681042481         | 0.9385527165  | 0.03498104841 | 0.04482610767 | 0.01241615557  |
| 10    | -0.1832537953 | -0.1813171582       | -0.2509424543 | 0.03401466375 | 0.03471987407 | -0.00322640313 |
| 11    | -2.96222208   | <b>-3.256905192</b> | -4.046342754  | 0.02921567728 | 0.2143982665  | -0.0445739194  |
| 12    | -0.5888043281 | -0.5845761838       | -0.8059666408 | 0.03323545528 | 0.04052171874 | -0.01012096483 |
| 13    | -0.8803880847 | -0.8781961415       | -1.200043698  | 0.02508432944 | 0.041511302   | -0.01132607948 |
| 14    | 0.8745722227  | 0.8722963327        | 1.195086175   | 0.02992396768 | 0.04605415096 | 0.01348897924  |
| 15    | 0.8714009412  | 0.8690801159        | 1.191676054   | 0.03142671838 | 0.04741532813 | 0.01413691276  |
| 16    | -0.4262881626 | -0.4224644279       | -0.5826849097 | 0.03049095608 | 0.034320972   | -0.00670335863 |
| 17    | 0.3708643115  | 0.3673606446        | 0.5061433706  | 0.02748604813 | 0.03039387199 | 0.00524084734  |

|    |                |                |                |               |               |                |
|----|----------------|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|
| 18 | -0.03955481143 | -0.03912317077 | -0.05397234696 | 0.02709846165 | 0.02713155264 | -0.00055086486 |
| 19 | 0.7563685733   | 0.7527978511   | 1.029725857    | 0.02268047429 | 0.03483521491 | 0.00877645311  |
| 20 | 1.212598368    | 1.21898627     | 1.651100721    | 0.02298847825 | 0.05421875353 | 0.01426584569  |
| 21 | 0.567457343    | 0.5632302532   | 0.7723604034   | 0.02222416555 | 0.02906876295 | 0.00644895562  |
| 22 | -0.9362777512  | -0.9349968106  | -1.273742365   | 0.02127861121 | 0.03992997764 | -0.01017791707 |
| 23 | 0.8348562511   | 0.8320595451   | 1.135876464    | 0.02147017899 | 0.03629671308 | 0.00915889978  |
| 24 | 0.2634976434   | 0.2608147086   | 0.3585025926   | 0.0214529094  | 0.02292989877 | 0.00288835924  |
| 25 | 0.8033896734   | 0.8002432118   | 1.093272644    | 0.02184340382 | 0.0355681097  | 0.00897032495  |
| 26 | -0.6895810165  | -0.6855972497  | -0.9391331014  | 0.02337202922 | 0.03346785672 | -0.00825130354 |
| 27 | 0.5875166641   | 0.5832880902   | 0.7996116197   | 0.02209864948 | 0.02943664755 | 0.00663836123  |
| 28 | 0.6125768815   | 0.6083683509   | 0.8340116139   | 0.02278557545 | 0.0307573176  | 0.00714168579  |
| 29 | -0.2169441826  | -0.214682991   | -0.2954645655  | 0.02344193841 | 0.0244411012  | -0.00260383502 |
| 30 | -0.1181075743  | -0.1168344586  | -0.1607149728  | 0.02173687836 | 0.02203353451 | -0.00131216741 |
| 31 | 1.815128336    | 1.863256558    | 2.476356593    | 0.02680208945 | 0.09650613892 | 0.02499452141  |
| 32 | -2.041787683   | -2.117713368   | -2.798509386   | 0.03577034563 | 0.1231567382  | -0.03787243567 |
| 33 | -0.4554550368  | -0.4514964098  | -0.6243918276  | 0.03619437035 | 0.04054069983 | -0.00855198795 |
| 34 | 1.226870284    | 1.233815799    | 1.674636576    | 0.0277700171  | 0.05958329897 | 0.01752168178  |
| 35 | -0.783141703   | -0.7797984306  | -1.071936887   | 0.03315884004 | 0.04604958456 | -0.01342933645 |
| 36 | 0.2344345669   | 0.2320110052   | 0.3205811983   | 0.03132060835 | 0.0324779605  | 0.00379002243  |
| 37 | -0.3230009941  | -0.3198337257  | -0.4456207156  | 0.04832242664 | 0.05048086535 | -0.00820035707 |
| 38 | -1.171377334   | -1.176250899   | -1.627781152   | 0.0619748948  | 0.08995505925 | -0.03869618555 |
| 39 | 0.6552621568   | 0.6511466647   | 0.9028013124   | 0.04575768543 | 0.05466467642 | 0.0157105167   |
| 40 | -0.1449393523  | -0.1433880133  | -0.1998965638  | 0.04769769492 | 0.04813259515 | -0.00362976807 |
| 41 | 0.3131365512   | 0.3100448162   | 0.4318059037   | 0.04741609978 | 0.04944664626 | 0.007793389    |
| 42 | 2.219498044    | 2.323156308    | 3.049600252    | 0.04051859157 | 0.143270114   | 0.04686434461  |
| 43 | -1.547903991   | -1.572487294   | -2.157155402   | 0.06730846694 | 0.1158896674  | -0.05585289503 |
| 44 | -1.25704704    | -1.265229552   | -1.743903138   | 0.05882322505 | 0.09115402344 | -0.03928250404 |
| 45 | -1.287723164   | -1.297245752   | -1.791418803   | 0.06402635544 | 0.0977668003  | -0.04404409328 |
| 46 | 0.0365908077   | 0.03619142286  | 0.05056435298  | 0.05143314789 | 0.05146075711 | 0.00099201253  |
| 47 | 2.263280236    | 2.374663581    | 3.113551946    | 0.04285597958 | 0.1494409872  | 0.0506690161   |
| 48 | -0.2740315528  | -0.2712580824  | -0.3792856855  | 0.05445740252 | 0.0560009657  | -0.00789126085 |

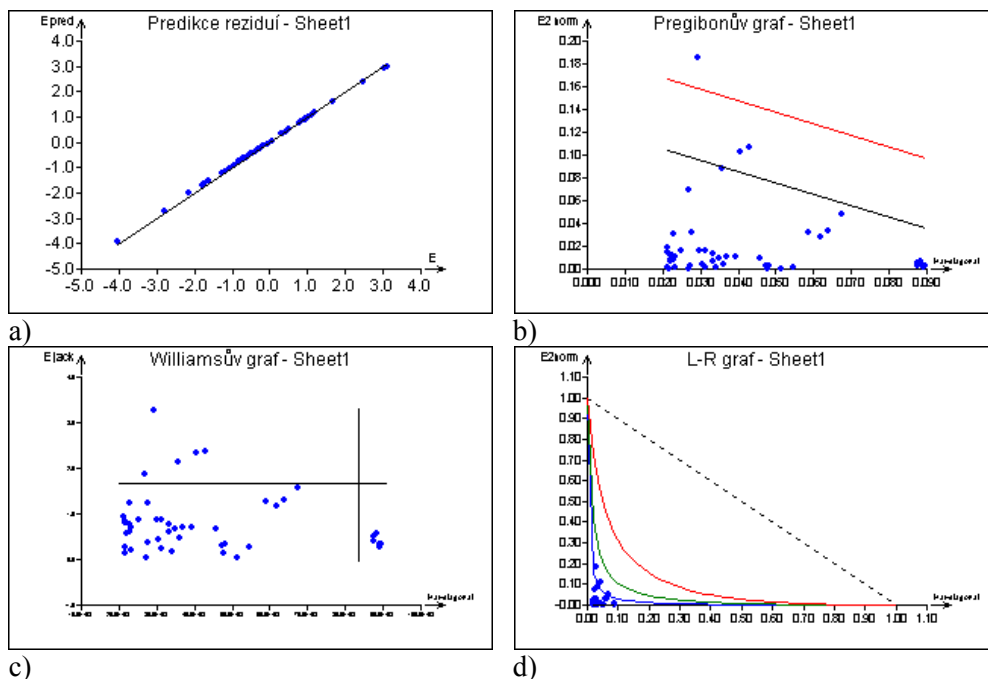
## B. Analýza vlivu

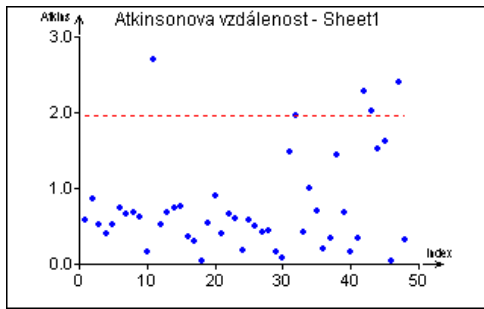
| Index | Atkinsonova vzdálenost | Andrews -Pregibon | st.Vliv na Y <sup>^</sup> | Vliv na param LD(b) | Vliv na rozptyl LD(s) | Celkový vliv LD(b,s) |
|-------|------------------------|-------------------|---------------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1     | 0.5727843289           | 0.9095282482      | -0.1194337887             | 0.01516284183       | 0.007518343085        | 0.02241674764        |
| 2     | 0.8620093574           | 0.904859132       | -0.1797413761             | 0.03419546393       | 0.00447189125         | 0.03821471851        |
| 3     | 0.5137464947           | 0.908294794       | -0.1071235493             | 0.01220719942       | 0.008126275887        | 0.02011175092        |
| 4     | 0.4093039348           | 0.9091557097      | -0.08534577014            | 0.007756069967      | 0.008979068228        | 0.01658669762        |
| 5     | 0.5251308537           | 0.9079273887      | -0.1094973523             | 0.0127527649        | 0.008032463646        | 0.02055500803        |
| 6     | 0.7338957873           | 0.907359241       | -0.1530278501             | 0.02483782473       | 0.005852608815        | 0.0303109105         |
| 7     | 0.6656532757           | 0.9524374515      | 0.1387983027              | 0.02031810486       | 0.002368453266        | 0.02248964295        |
| 8     | 0.6703124344           | 0.9506926463      | 0.1397698045              | 0.02061408605       | 0.002619696552        | 0.02302354361        |
| 9     | 0.621851391            | 0.9551738923      | 0.1296649784              | 0.01774763212       | 0.002788834707        | 0.02034908607        |
| 10    | 0.163173882            | 0.9652801259      | -0.0340241064             | 0.001233898476      | 0.009845869226        | 0.0110549597         |
| 11    | 2.709665218            | 0.7856017335      | -0.5650042552             | 0.2747693065        | 0.9300271221          | 1.263444922          |
| 12    | 0.5198110349           | 0.9594782813      | -0.1083880934             | 0.01243512211       | 0.004346735953        | 0.01661684712        |
| 13    | 0.6755743701           | 0.958488698       | -0.1408669939             | 0.02080525477       | 0.0003951113765       | 0.02112055513        |
| 14    | 0.7347416612           | 0.953945849       | 0.153204227               | 0.02461369488       | 0.0004402181528       | 0.02495493266        |
| 15    | 0.7507701656           | 0.9525846719      | 0.1565464012              | 0.02570216604       | 0.0004657019133       | 0.02606166767        |
| 16    | 0.3593053249           | 0.965679028       | -0.07492033928            | 0.005963238128      | 0.006974034567        | 0.01283656102        |
| 17    | 0.2961861711           | 0.969606128       | 0.06175908593             | 0.004056127556      | 0.007780088937        | 0.01176379295        |
| 18    | 0.03131380458          | 0.9728684474      | -0.006529379613           | 4.54734164E-005     | 0.01052965543         | 0.01057418302        |
| 19    | 0.5499840149           | 0.9651647851      | 0.1146795946              | 0.01385170548       | 0.001744819557        | 0.01548073606        |
| 20    | 0.896743012            | 0.9457812465      | 0.1869838437              | 0.03608815116       | 0.003149518683        | 0.03966638573        |
| 21    | 0.4072330099           | 0.970931237       | 0.08491395245             | 0.007636624954      | 0.004701244451        | 0.01223208507        |
| 22    | 0.6611745792           | 0.9600700224      | -0.13786443               | 0.01988323564       | 7.88062617E-005       | 0.01993014514        |
| 23    | 0.5910838927           | 0.9637032869      | 0.1232495115              | 0.01595497879       | 0.0008018089994       | 0.01666738185        |
| 24    | 0.1852030915           | 0.9770701012      | 0.03861751411             | 0.00158830594       | 0.009106777066        | 0.01066437001        |



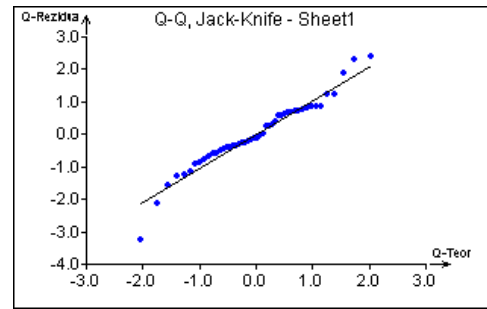
|    |               |              |                |                |                |               |
|----|---------------|--------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| 25 | 0.5735111691  | 0.9644318903 | 0.1195853454   | 0.01503764375  | 0.001147569594 | 0.01608380908 |
| 26 | 0.5086471505  | 0.9665321433 | -0.1060602625  | 0.01187319357  | 0.002718695163 | 0.0144674202  |
| 27 | 0.4205158508  | 0.9705633525 | 0.08768361624  | 0.00813874895  | 0.004368098154 | 0.01239822211 |
| 28 | 0.4455183504  | 0.9692426824 | 0.09289699779  | 0.009129215163 | 0.00395358332  | 0.01296698451 |
| 29 | 0.1595178475  | 0.9755588988 | -0.03326177051 | 0.001178879841 | 0.009564604484 | 0.01072012077 |
| 30 | 0.08352290961 | 0.9779664655 | -0.01741573056 | 0.000323428983 | 0.01026250962  | 0.0105792976  |
| 31 | 1.482928865   | 0.9034938611 | 0.3092120434   | 0.09458833585  | 0.06931640354  | 0.1691779174  |
| 32 | 1.956151209   | 0.8768432618 | -0.4078857232  | 0.1611083965   | 0.1345344055   | 0.3082994248  |
| 33 | 0.419608235   | 0.9594593002 | -0.08749436525 | 0.008128103406 | 0.006524678048 | 0.01452017595 |
| 34 | 1.000041018   | 0.940416701  | 0.2085229669   | 0.04484199861  | 0.003596104937 | 0.04901045832 |
| 35 | 0.6925774935  | 0.9539504154 | -0.1444123903  | 0.02194365831  | 0.00139398082  | 0.02317580543 |
| 36 | 0.2000771848  | 0.9675220395 | 0.04171897695  | 0.001854250656 | 0.009401753369 | 0.01121958076 |
| 37 | 0.3456349294  | 0.9495191346 | -0.07206986479 | 0.005527452487 | 0.008414280069 | 0.01383919283 |
| 38 | 1.449988489   | 0.9100449408 | -0.3023435002  | 0.0945041275   | 0.002050632278 | 0.09752496181 |
| 39 | 0.6838257132  | 0.9453353236 | 0.1425875179   | 0.02147938205  | 0.00325890623  | 0.02449371539 |
| 40 | 0.1538997957  | 0.9518674049 | -0.03209032573 | 0.001097927409 | 0.01011175836  | 0.01118731577 |
| 41 | 0.3317414114  | 0.9505533537 | 0.06917286602  | 0.005092728052 | 0.008536830361 | 0.01353437733 |
| 42 | 2.289555827   | 0.856729886  | 0.4774053918   | 0.2165860762   | 0.2105157228   | 0.4485612268  |
| 43 | 2.025894826   | 0.8841103326 | -0.4224282726  | 0.180089399    | 0.02553064056  | 0.2119072036  |
| 44 | 1.516952772   | 0.9088459766 | -0.3163065185  | 0.1029433522   | 0.004659899463 | 0.1091563715  |
| 45 | 1.627173099   | 0.9022331997 | -0.3392890454  | 0.1182193755   | 0.005917169775 | 0.1261505397  |
| 46 | 0.04041635619 | 0.9485392429 | 0.00842739283  | 7.575341517E-5 | 0.01053455474  | 0.01060873217 |
| 47 | 2.409811529   | 0.8505590128 | 0.5024804389   | 0.2387337105   | 0.2333305323   | 0.4970387501  |
| 48 | 0.3122011634  | 0.9439990343 | -0.06509844266 | 0.004512736312 | 0.008992607245 | 0.01341876147 |

Obrázek 18 - Grafy vlivných bodů: a) Graf predikce reziduí; b) Pregibonův graf; c) Williamsův graf; d) L-R graf; e) Graf Atkinsonových vzdáleností; f) Q-Q graf Jack-Knife reziduí





e)

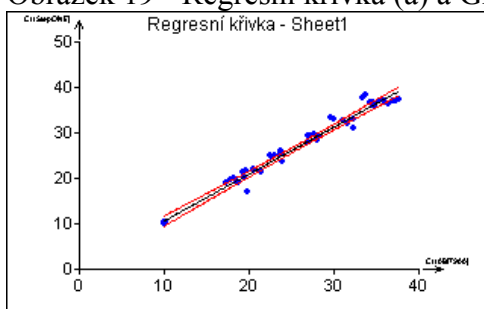


f)

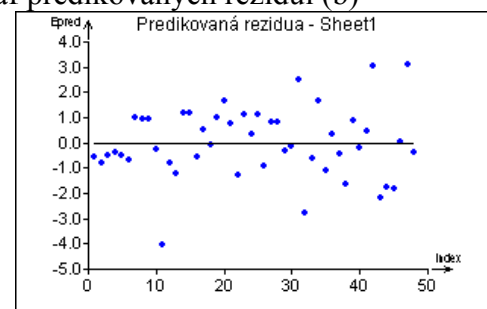
### Model

Z obrázku 19 vyplývá, že je lineární regresní model akceptovatelný a data nevykazují nelineární průběh.

Obrázek 19 - Regresní křivka (a) a Graf predikovaných reziduí (b)



a)



b)

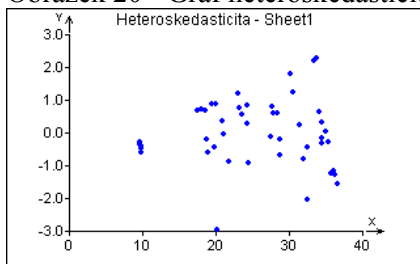
### Metoda

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
 Hodnota kritéria F : 1988.643252  
 Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.051748692  
 Pravděpodobnost : 1.664016192E-039  
 Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity  
 Hodnota kritéria SC : 0.3332853259  
 Závěr : Model vykazuje multikolinearitu!

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity  
 Hodnota kritéria CW : 2.59118113  
 Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.1074601737  
 Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Obrázek 20 - Graf heteroskedasticity



#### Jarque-Berrův test normality

Hodnota kritéria JB : 1.570591837  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,2)$  : 5.991464547  
Pravděpodobnost : 0.4559847475  
Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

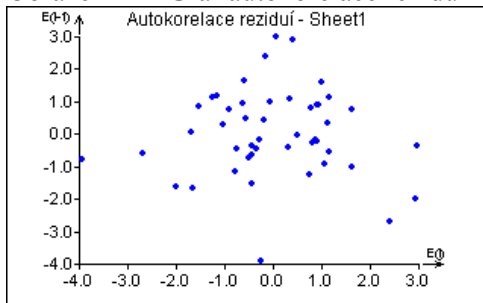
#### Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 0.05242483048  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.8188963584  
Závěr : Autokorelace je nevýznamná

#### Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
Kritické hodnoty DW 1.43 1.62  
Závěr : Rezidua nejsou autokorelována

Obrázek 21 - Graf autokorelace reziduí



#### Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.1959208327  
Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
Pravděpodobnost : 0.8446721311  
Závěr : V reziduích není trend.

### ▪ Konstrukce zpřesněného modelu

Po vynechání outlierů 11, 32, 42 a 47 byly získány nové odhady parametrů:

| Prom Odhad      | Směr.Odch.    | Závěr      | p            | Spodní mez    | Horní mez   |
|-----------------|---------------|------------|--------------|---------------|-------------|
| Abs 0.702880651 | 0.4685683599  | Nevýznamný | 0.1410792146 | -0.2427285827 | 1.648489885 |
| Ct 1.01766084   | 0.01790735947 | Významný   | 0            | 0.9815223256  | 1.053799355 |

### ▪ Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.9935603042  
Koeficient determinace  $R^2$  : 0.987162078  
Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.9719939938  
Střední kvadratická chyba predikce MEP : 1.056869239  
Akaikeho informační kritérium : 2.300122467

## ▪ Testování regresního tripletu

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu

Hodnota kritéria F : 3229.55751  
Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 4.072653759  
Pravděpodobnost : 2.33774657E-041  
Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : 0.3330237405  
Závěr : Model vykazuje multikolinearitu!

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

Hodnota kritéria CW : 1.296851036  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.2547892203  
Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berryův test normality

Hodnota kritéria JB : 1.178628037  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 2)$  : 5.991464547  
Pravděpodobnost : 0.5547076733  
Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 0.02700040539  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.8694808117  
Závěr : Autokorelace je nevýznamná

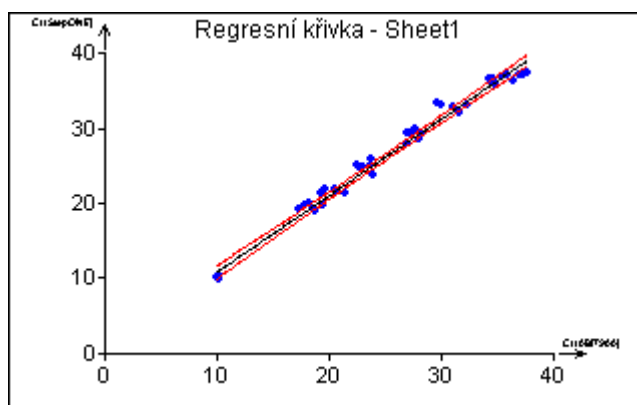
Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
Kritické hodnoty DW 1.39 1.6  
Závěr : Rezidua nejsou autokorelována

Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.8251499577  
Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
Pravděpodobnost : 0.40928646  
Závěr : V reziduích není trend.

Obrázek 22 – Výsledná regresní křivka



▪ **Závěr úlohy**

Výsledný model j má tvar:

$$y = 0,703 (0,469) + 1,018 (0,018) x$$

Výsledek Scottova testu  $MT = 0,333$  ukazuje na multikolinearitu v datech, ale protože zde jde o aproximaci dat empirickým modelem, není třeba tento fakt brát v úvahu.

Intervalový odhad parametrů je:  $\beta_0: -0,243 \leq \beta_0 \leq 1,648$

$\beta_1: 0,982 \leq \beta_1 \leq 1,054$

Interval spolehlivosti úseku regresní přímky zahrnuje nulu, takže jej lze považovat za nulový.

Interval spolehlivosti směrnice obsahuje jedničku, lze jej tedy považovat za roven jedné.

Model lze proto zjednodušit na

$$y = x,$$

tedy  $Ct (ABI 7900) = Ct (Step ONE)$ .

Přístroj StepONE s levnějším provozem poskytuje stejné výsledky jako přístroj ABI PRISM 7900.

## Úloha 4 – Vícerozměrný lineární regresní model

### Vliv pěti parametrů na výnos pšenice (*Triticum aestivum*)

#### Úvod

U 15 odrůd pšenice v maloparcelkovém pokusu byly sledovány znaky: délka rostlina, délka klasu, počet zrn v klasu, hmotnost tisíce zrn, obsah izotopu uhlíku  $^{13}\text{C}$  a výnos. V pokusu byly vždy dvě varianty: rostliny stresované suchem a rostliny pěstované klasickým způsobem.

Cílem práce bylo stanovit, jaký mají sledované parametry vliv na výnos.

#### Data

Pro účely tohoto testu nebyla rozlišována data ze stresovaných a nestresovaných rostlin. Data jsou uvedena v Tabulce 4 a v souboru MS Excel v listu: úloha 4.

Tabulka 4 – data pro sledování vybraných parametrů na výnos pšenice

| Odrůda       | Varianta | Délka<br>rostliny<br>(cm) | Délka<br>klasu<br>(cm) | Počet<br>zrn/klas | HTZ (g) | $\Delta^{13}\text{C}$ | Výnos t/h |
|--------------|----------|---------------------------|------------------------|-------------------|---------|-----------------------|-----------|
|              |          | x1                        | x2                     | x3                | x4      | x5                    | y         |
| Ai Kang 58   | kontrola | 59.57                     | 7.26                   | 29.60             | 56.25   | -28.39                | 4.98      |
| Ai Kang 58   | stres    | 62.80                     | 7.09                   | 23.20             | 58.15   | -28.31                | 5.21      |
| Arktis       | kontrola | 89.30                     | 8.83                   | 38.20             | 55.66   | -28.29                | 7.68      |
| Arktis       | stres    | 90.25                     | 8.47                   | 34.20             | 56.15   | -27.58                | 8.55      |
| Dong 13      | kontrola | 93.50                     | 7.75                   | 28.50             | 54.42   | -28.58                | 10.15     |
| Dong 13      | stres    | 87.30                     | 8.25                   | 34.50             | 53.16   | -27.80                | 8.05      |
| Dong 16      | kontrola | 110.55                    | 9.90                   | 37.50             | 61.17   | -28.80                | 11.17     |
| Dong 16      | stres    | 99.80                     | 9.31                   | 34.40             | 57.99   | -27.80                | 6.66      |
| Dong 3       | kontrola | 81.00                     | 7.95                   | 28.10             | 56.74   | -28.44                | 5.89      |
| Dong 3       | stres    | 79.75                     | 8.16                   | 32.40             | 53.21   | -27.72                | 7.20      |
| Dong 8       | kontrola | 104.55                    | 8.18                   | 38.30             | 63.01   | -28.90                | 12.76     |
| Dong 8       | stres    | 90.50                     | 8.36                   | 37.30             | 61.21   | -27.73                | 7.69      |
| Dong South 3 | kontrola | 90.05                     | 8.60                   | 40.00             | 58.88   | -28.41                | 10.73     |
| Dong South 3 | stres    | 92.80                     | 7.55                   | 33.70             | 56.54   | -27.84                | 8.03      |
| Dong Ying 14 | kontrola | 54.11                     | 8.80                   | 44.22             | 51.04   | -28.67                | 6.83      |
| Dong Ying 14 | stres    | 58.45                     | 8.52                   | 39.30             | 47.81   | -28.36                | 6.05      |
| Dong Ying 3  | kontrola | 50.10                     | 8.23                   | 37.00             | 44.37   | -28.90                | 8.00      |
| Dong Ying 3  | stres    | 57.85                     | 8.51                   | 41.90             | 43.96   | -28.17                | 7.34      |
| Ji Nan 17    | kontrola | 83.80                     | 7.69                   | 37.70             | 50.72   | -28.82                | 10.89     |
| Ji Nan 17    | stres    | 80.50                     | 7.02                   | 34.00             | 47.12   | -27.99                | 8.21      |
| Lu Mai 14    | kontrola | 96.25                     | 9.04                   | 36.20             | 58.72   | -27.82                | 5.63      |
| Lu Mai 14    | stres    | 82.40                     | 8.55                   | 33.60             | 57.50   | -27.41                | 4.52      |
| Lu Mai 23    | kontrola | 72.20                     | 7.40                   | 25.50             | 61.45   | -28.40                | 4.88      |
| Lu Mai 23    | stres    | 68.40                     | 6.72                   | 22.80             | 58.13   | -28.01                | 4.48      |
| Meng Guan 35 | kontrola | 72.70                     | 6.92                   | 31.50             | 61.68   | -28.94                | 7.43      |
| Meng Guan 35 | stres    | 68.95                     | 6.98                   | 32.60             | 55.09   | -28.28                | 5.51      |
| Mulan        | kontrola | 90.05                     | 8.19                   | 32.40             | 57.52   | -28.42                | 11.00     |
| Mulan        | stres    | 86.10                     | 7.60                   | 33.80             | 54.11   | -28.13                | 5.57      |

|             |          |       |      |       |       |        |      |
|-------------|----------|-------|------|-------|-------|--------|------|
| Shannong 22 | kontrola | 76.95 | 7.92 | 37.80 | 57.45 | -27.66 | 7.51 |
| Shannong 22 | stres    | 75.55 | 7.35 | 35.80 | 53.45 | -28.03 | 7.37 |

## ▪ Výsledky

Použitý program: QC Expert

## ▪ Návrh modelu

$$y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \beta_4x_4 + \beta_5x_5$$

## ▪ Předběžná analýza dat

|                           |   |
|---------------------------|---|
| Hladina významnosti :     | 0.05  |
| Kvantil t(1-alfa/2,n-m) : | 2.06389856105585  |
| Kvantil F(1-alfa,m,n-m) : | 2.62065414819436  |
| Absolutní člen :          | Ano   |
| Počet platných řádků :    | 30  |
| Počet parametrů :         | 6   |
| Metoda :                  | Nejmenší čtverce  |
| Sloupce pro výpočet :     | Výnos t/h<br>Abs<br>Délka rostliny<br>Délka klasu<br>Počet zrn/klas<br>HTZ<br>$\Delta^{13}\text{C}$ |
| Transformace :            | Bez transformace  |

## Charakteristiky proměnných

| Proměnná              | Průměr      | Směr.Odch.   | Kor.vs.Y      | Významnost     |
|-----------------------|-------------|--------------|---------------|----------------|
| Délka rostliny (cm)   | 80.20266667 | 15.29619604  | 0.5386213047  | 0.002135464418 |
| Délka klasu (cm)      | 8.036666667 | 0.7643583441 | 0.3123485419  | 0.09286971492  |
| Počet zrn/klas        | 34.20066667 | 5.07543233   | 0.4235678519  | 0.01967912399  |
| HTZ (g)               | 55.422      | 4.910749223  | 0.06851432063 | 0.7190372092   |
| $\Delta^{13}\text{C}$ | -28.22      | 0.4300761761 | -0.417016524  | 0.0218704269   |

## Párové korelace (Xi, Xj)

|  |               |                |
|--|---------------|----------------|
| Abs - Délka rostliny                   | 0             | 1              |
| Abs - Délka klasu                      | 0             | 1              |
| Abs - Počet zrn/klas                   | 0             | 1              |
| Abs - HTZ                              | 0             | 1              |
| Abs - $\Delta^{13}\text{C}$            | 0             | 1              |
| Délka rostliny - Délka klasu           | 0.4177568853  | 0.02161316174  |
| Délka rostliny - Počet zrn/klas        | 0.06633895404 | 0.7276163993   |
| Délka rostliny - HTZ                   | 0.5664143859  | 0.001102442257 |
| Délka rostliny - $\Delta^{13}\text{C}$ | 0.1668809168  | 0.3780964136   |
| Délka klasu - Počet zrn/klas           | 0.6159003486  | 0.000290909138 |

|  |                |               |
|--|----------------|---------------|
| Délka klasu - HTZ                      | 0.0263757947   | 0.8899627076  |
| Délka klasu - $\Delta^{13}\text{C}$    | 0.06794124527  | 0.7212941024  |
| Počet zrn/klas - HTZ                   | -0.3514419735  | 0.05685970698 |
| Počet zrn/klas - $\Delta^{13}\text{C}$ | -0.07893923697 | 0.6784024402  |
| HTZ - $\Delta^{13}\text{C}$            | 0.03888460409  | 0.8383481803  |
| Indikace multikolinearity              |                |               |

| Proměnná              | Vlas. čísla kor. m. | Podmíněnost kappa | VI faktor   | Vícenás. kor. |
|-----------------------|---------------------|-------------------|-------------|---------------|
| Abs                   | 0.2685335158        | 1                 | 1           | 0             |
| Délka rostliny        | 1                   | 3.723929943       | 1.994486875 | 0.7061288189  |
| Délka klasu           | 1.649762835         | 6.14360122        | 2.109279809 | 0.7251927545  |
| Počet zrn/klas        | 1.801650251         | 6.709219317       | 2.116506614 | 0.7263080122  |
| HTZ                   | 0.302423144         | 1.126202601       | 1.932881492 | 0.6947213163  |
| $\Delta^{13}\text{C}$ | 0.977630254         | 3.640626576       | 1.061476409 | 0.2406573171  |

#### Analýza rozptylu

|                                |                   |                  |             |
|--------------------------------|-------------------|------------------|-------------|
| Průměr Y :                     | 7.532333333       |                  |             |
| Zdroj                          | Součet čtverců    | Průměrný čtverec | Rozptyl     |
| Celková variabilita            | 138.4393367       | 4.614644556      | 4.77377023  |
| Variabilita vysvětlená modelem | 101.0929468       | 3.369764894      | 3.485963684 |
| Reziduální variabilita         | 37.34638985       | 1.244879662      | 1.287806546 |
| Hodnota kritéria F :           | 12.99312053       |                  |             |
| Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : | 2.620654148       |                  |             |
| Pravděpodobnost :              | 3.506838689E-006  |                  |             |
| Závěr :                        | Model je významný |                  |             |

#### ▪ Odhady parametrů

| Proměnná              | Odhad         | Směr.Odch.    | Závěr      | p             | Spodní mez   | Horní mez  |
|-----------------------|---------------|---------------|------------|---------------|--------------|------------|
| Abs                   | -68.05725807  | 15.95983558   | Významný   | 0.00026969    | -100.9967398 | -35.117776 |
| Délka rostliny        | 0.1183808649  | 0.02138709722 | Významný   | 1.07957416E-5 | 0.0742400657 | 0.16252166 |
| Délka klasu           | -0.6664631805 | 0.4401389268  | Nevýznamný | 0.14303195    | -1.574865278 | 0.24193891 |
| Počet zrn/klas        | 0.1674058514  | 0.06639822453 | Významný   | 0.01874503    | 0.0303666513 | 0.30444505 |
| HTZ                   | -0.106190476  | 0.06558047388 | Nevýznamný | 0.11846352    | -0.241541922 | 0.02916096 |
| $\Delta^{13}\text{C}$ | -2.537603459  | 0.5549188542  | Významný   | 0.00012303    | -3.682899684 | -1.3923072 |

#### ▪ Statistické charakteristiky regrese

|  |              |
|--|--------------|
| Vícenásobný korelační koeficient R :     | 0.8545366096 |
| Koeficient determinace $R^2$ :           | 0.7302328172 |
| Predikovaný korelační koeficient $R_p$ : | 0.4004495719 |
| Střední kvadratická chyba predikce MEP : | 1.694447412  |
| Akaikeho informační kritérium :          | 18.57116603  |



▪ Regresní diagnostika

Data

Analýza klasických reziduí

| Index | Y naměřené | Y vypočítané | Směr. odch. Y | Reziduum       | Reziduum [%Y] | Váhy |
|-------|------------|--------------|---------------|----------------|---------------|------|
| 1     | 4.98       | 5.180728498  | 0.4742167451  | -0.2007284984  | -4.030692739  | 1    |
| 2     | 5.21       | 4.200229803  | 0.630782839   | 1.009770197    | 19.38138574   | 1    |
| 3     | 7.68       | 8.902426776  | 0.3430709825  | -1.222426776   | -15.91701531  | 1    |
| 4     | 8.55       | 6.731460148  | 0.434354503   | 1.818539852    | 21.26947196   | 1    |
| 5     | 10.15      | 9.363151079  | 0.6313555452  | 0.7868489215   | 7.752206123   | 1    |
| 6     | 8.05       | 7.454862535  | 0.3869641871  | 0.5951374646   | 7.393011982   | 1    |
| 7     | 11.17      | 11.2967887   | 0.8025504322  | -0.1267886975  | -1.135082342  | 1    |
| 8     | 6.66       | 7.698531791  | 0.5634254908  | -1.038531791   | -15.59357044  | 1    |
| 9     | 5.89       | 7.081508902  | 0.4530642477  | -1.191508902   | -20.22935317  | 1    |
| 10    | 7.2        | 6.061198603  | 0.4075443092  | 1.138801397    | 15.81668607   | 1    |
| 11    | 12.76      | 11.92511473  | 0.7266463447  | 0.8348852703   | 6.542988012   | 1    |
| 12    | 7.69       | 7.196641163  | 0.546198484   | 0.4933588368   | 6.415589556   | 1    |
| 13    | 10.73      | 9.408408571  | 0.4576249848  | 1.321591429    | 12.31678872   | 1    |
| 14    | 8.03       | 8.181137167  | 0.4693666561  | -0.1511371672  | -1.882156504  | 1    |
| 15    | 6.83       | 7.219270573  | 0.7471528947  | -0.3892705734  | -5.699422744  | 1    |
| 16    | 6.05       | 6.652354594  | 0.5246679612  | -0.6023545942  | -9.956274284  | 1    |
| 17    | 8          | 7.207716342  | 0.7297852168  | 0.7922836582   | 9.903545728   | 1    |
| 18    | 7.34       | 6.949934596  | 0.6335954925  | 0.3900654041   | 5.314242563   | 1    |
| 19    | 10.89      | 10.7969079   | 0.5977394592  | 0.09309209641  | 0.8548401874  | 1    |
| 20    | 8.21       | 8.509454573  | 0.7321421057  | -0.2994545727  | -3.647436939  | 1    |
| 21    | 5.63       | 7.732788334  | 0.451052466   | -2.102788334   | -37.34970397  | 1    |
| 22    | 4.52       | 5.073660062  | 0.5501984987  | -0.553660062   | -12.24911642  | 1    |
| 23    | 4.88       | 5.369395546  | 0.5626526068  | -0.4893955459  | -10.02859725  | 1    |
| 24    | 4.48       | 4.283634454  | 0.5985640847  | 0.1963655455   | 4.383159499   | 1    |
| 25    | 7.43       | 8.098805472  | 0.6892521008  | -0.6688054717  | -9.001419538  | 1    |
| 26    | 5.51       | 6.824012828  | 0.4336581291  | -1.314012828   | -23.84778272  | 1    |
| 27    | 11         | 8.579169086  | 0.3322043648  | 2.420830914    | 22.00755376   | 1    |
| 28    | 5.57       | 8.365350658  | 0.3702797071  | -2.795350658   | -50.18582869  | 1    |
| 29    | 7.51       | 6.191171116  | 0.5720693135  | 1.318828884    | 17.56097049   | 1    |
| 30    | 7.37       | 7.434185399  | 0.4363463711  | -0.06418539947 | -0.8709009426 | 1    |

Reziduální součet čtverců : 37.34638985  
 Průměr absolutních reziduí : 0.8806933247  
 Reziduální směr. odchylka : 1.247437204  
 Reziduální rozptyl : 1.556099577  
 Šikmost reziduí : 0.05393859765  
 Špičatost reziduí : 3.120355775

Indikace vlivných dat

A. Analýza reziduí

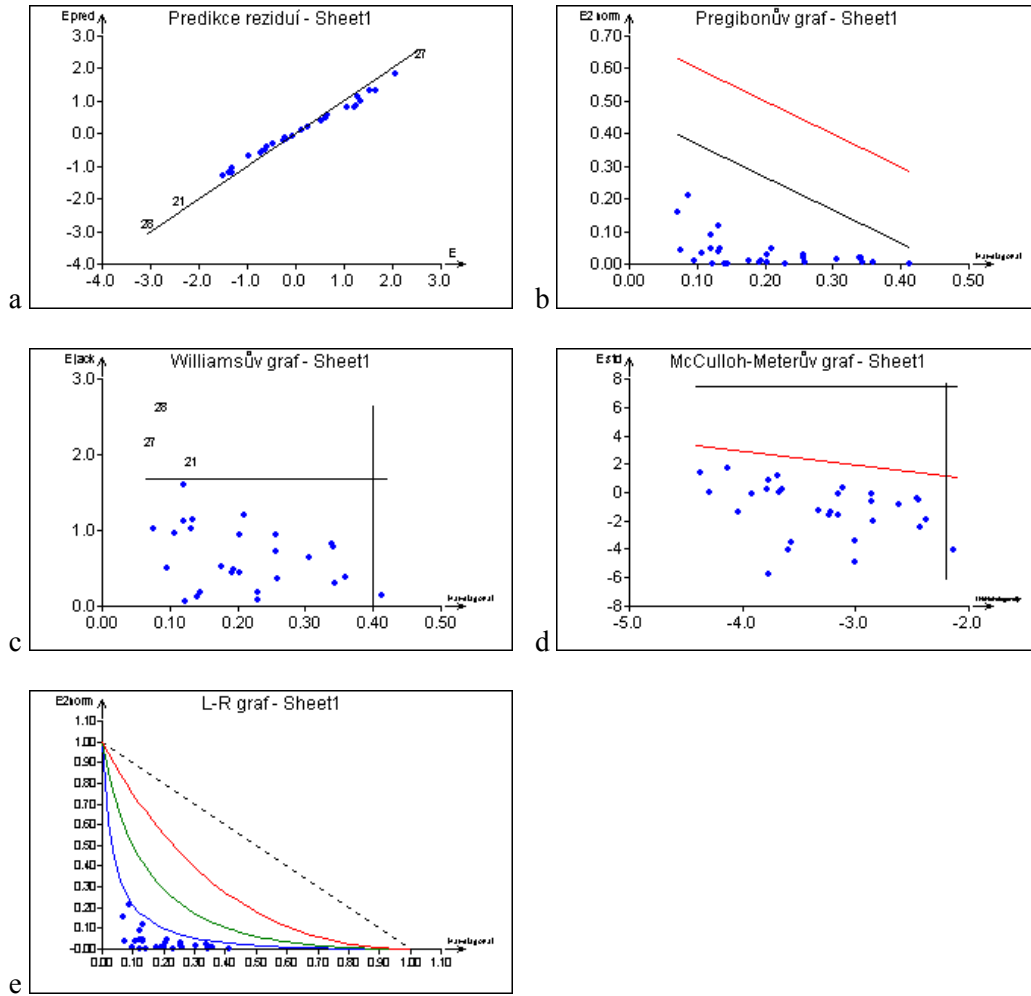
| Index | Standardní    | Jackknife     | Predikované  | Diag(Hii)     | Diag(H*ii)   | Cookova vzdál. |
|-------|---------------|---------------|--------------|---------------|--------------|----------------|
| 1     | -0.1739740349 | -0.1704185067 | -0.234637391 | 0.1445161509  | 0.1455950217 | -0.00489821401 |
| 2     | 0.9382712484  | 0.9358402636  | 1.356661976  | 0.2556950699  | 0.2829971961 | 0.05372156014  |
| 3     | -1.019254725  | -1.020117315  | -1.322452242 | 0.07563635438 | 0.1156489829 | -0.01390014127 |
| 4     | 1.555139524   | 1.605432501   | 2.0694421    | 0.1212414919  | 0.2097932156 | 0.03576019165  |
| 5     | 0.7313626482  | 0.7240780954  | 1.057819537  | 0.2561595867  | 0.272737661  | 0.041977094    |
| 6     | 0.5018446526  | 0.4938764406  | 0.6585044225 | 0.09622859896 | 0.1057124769 | 0.008905608904 |

|    |               |               |                |               |              |                |
|----|---------------|---------------|----------------|---------------|--------------|----------------|
| 7  | -0.1327639526 | -0.1300163615 | -0.2163302196  | 0.4139112984  | 0.4143417382 | -0.0156269008  |
| 8  | -0.9331366892 | -0.9305256579 | -1.304692362   | 0.2040025512  | 0.2328821373 | -0.03985822349 |
| 9  | -1.025171591  | -1.026309569  | -1.372565943   | 0.1319113607  | 0.1699255695 | -0.02596351213 |
| 10 | 0.9659162318  | 0.9645122981  | 1.274877105    | 0.1067363339  | 0.1414617418 | 0.01923626833  |
| 11 | 0.8234028351  | 0.8176987016  | 1.263674732    | 0.339319487   | 0.3579834976 | 0.07048203131  |
| 12 | 0.4399090021  | 0.4323935169  | 0.6103798268   | 0.1917183118  | 0.1982357542 | 0.01739051548  |
| 13 | 1.138846464   | 1.146270713   | 1.527110722    | 0.1345804792  | 0.1813481564 | 0.02951680257  |
| 14 | -0.1307679903 | -0.128060302  | -0.176063368   | 0.1415751672  | 0.1421868045 | -0.00359447121 |
| 15 | -0.389687347  | -0.3826951268 | -0.6070415513  | 0.358741469   | 0.3627989316 | -0.03633402248 |
| 16 | -0.532240171  | -0.5241363152 | -0.7318135687  | 0.1769015773  | 0.1866168686 | -0.01906497918 |
| 17 | 0.7831302366  | 0.7766285875  | 1.204549554    | 0.3422573148  | 0.3590651882 | 0.06791715005  |
| 18 | 0.3630037096  | 0.3563402575  | 0.5256807547   | 0.2579804365  | 0.2620544855 | 0.02103445337  |
| 19 | 0.08502333864 | 0.08324571117 | 0.1208372639   | 0.2296077104  | 0.229839758  | 0.004223392503 |
| 20 | -0.296494397  | -0.2907847528 | -0.4568140123  | 0.3444715691  | 0.3468726859 | -0.02596731771 |
| 21 | -1.808017542  | -1.904389034  | -2.419062591   | 0.130742486   | 0.2491399749 | -0.04532310705 |
| 22 | -0.4945402122 | -0.486613419  | -0.6873808191  | 0.1945366431  | 0.202744651  | -0.01990700796 |
| 23 | -0.439574974  | -0.4320625296 | -0.6143888005  | 0.2034432504  | 0.2098564005 | -0.01871148573 |
| 24 | 0.1794193988  | 0.1757596384  | 0.2551002537   | 0.2302416689  | 0.2312741496 | 0.008944327101 |
| 25 | -0.6432513697 | -0.6352071742 | -0.9627178105  | 0.3052943818  | 0.3172714635 | -0.04711372802 |
| 26 | -1.123440755  | -1.129897634  | -1.494645259   | 0.1208530455  | 0.1670858867 | -0.02573920017 |
| 27 | 2.01335048    | 2.161975771   | 2.605623684    | 0.07092074417 | 0.2278414623 | 0.02561466337  |
| 28 | -2.346638776  | -2.616996322  | -3.065445328   | 0.08810943946 | 0.2973394436 | -0.03778981018 |
| 29 | 1.189710893   | 1.200602574   | 1.670058986    | 0.2103099984  | 0.2568823614 | 0.05280723987  |
| 30 | -0.0549235206 | -0.0537704858 | -0.07313375486 | 0.122356023   | 0.1224663353 | -0.00127618634 |

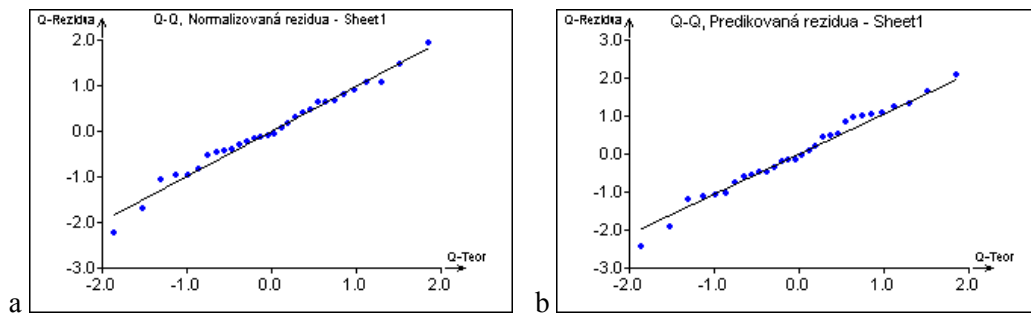
#### B. Analýza vlivu

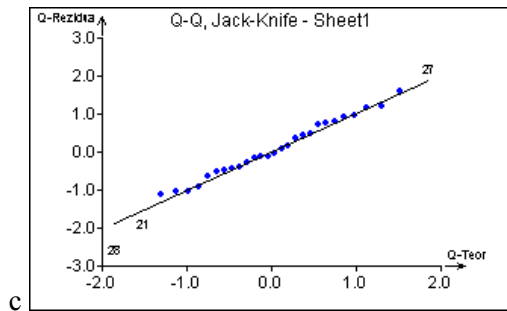
| Index | Atkinsonova vzdálenost | Andrews -Pregibon | st.Vliv na Y <sup>^</sup> | Vliv na param LD(b) | Vliv na rozptyl LD(s) | Celkový vliv LD(b,s) |
|-------|------------------------|-------------------|---------------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|
| 1     | 0.1400873877           | 0.8544049783      | -0.07004369385            | 0.006390534729      | 0.01580773095         | 0.02199370715        |
| 2     | 1.09702734             | 0.7170028039      | 0.5485136702              | 0.3756783778        | 0.0001807704923       | 0.3795351247         |
| 3     | 0.5836116871           | 0.8843510171      | -0.2918058436             | 0.1060706474        | 0.001612375604        | 0.1089762391         |
| 4     | 1.192649721            | 0.7902067844      | 0.5963248603              | 0.414217842         | 0.08036496194         | 0.5287343895         |
| 5     | 0.849827591            | 0.727262339       | 0.4249137955              | 0.2293744731        | 0.001929214916        | 0.2295814008         |
| 6     | 0.322308003            | 0.8942875231      | 0.1611540015              | 0.03350052983       | 0.008116739312        | 0.04086229382        |
| 7     | 0.2185244168           | 0.5856582618      | -0.1092622084             | 0.01555613446       | 0.01631968139         | 0.03137223249        |
| 8     | 0.9421505582           | 0.7671178627      | -0.4710752791             | 0.27765989          | 0.0001400437432       | 0.2799420281         |
| 9     | 0.8001426819           | 0.8300744305      | -0.400071341              | 0.1989666562        | 0.001781057463        | 0.2035921556         |
| 10    | 0.6668130205           | 0.8585382582      | 0.3334065103              | 0.1390320153        | 0.0004967166188       | 0.1406548528         |
| 11    | 1.172011724            | 0.6420165024      | 0.5860058619              | 0.4321359274        | 0.0004119574343       | 0.4333981851         |
| 12    | 0.4211721033           | 0.8017642458      | 0.2105860516              | 0.05732203383       | 0.009903514553        | 0.06581864799        |
| 13    | 0.9040550646           | 0.8186518436      | 0.4520275323              | 0.2510598427        | 0.007084438899        | 0.2647165176         |
| 14    | 0.1040128323           | 0.8578131955      | -0.05200641616            | 0.003525106211      | 0.01634115342         | 0.01975138613        |
| 15    | 0.5724758108           | 0.6372010684      | -0.2862379054             | 0.1060043135        | 0.01128454888         | 0.1145902887         |
| 16    | 0.4859753203           | 0.8133831314      | -0.2429876602             | 0.07600724196       | 0.007225356173        | 0.08167088168        |
| 17    | 1.120448048            | 0.6409348118      | 0.5602240239              | 0.3962809313        | 0.0009611554608       | 0.3966862751         |
| 18    | 0.42022375             | 0.7379455145      | 0.210111875               | 0.05721229572       | 0.01198126376         | 0.06764487247        |
| 19    | 0.09089272705          | 0.770160242       | 0.04544636352             | 0.002693031105      | 0.01674661394         | 0.01935077859        |
| 20    | 0.4215824777           | 0.6531273141      | -0.2107912389             | 0.05768823044       | 0.01357244874         | 0.06959659852        |
| 21    | 1.477133712            | 0.7508600251      | -0.7385668562             | 0.6083766803        | 0.1972342044          | 0.8850145971         |
| 22    | 0.4782906505           | 0.797255349       | -0.2391453253             | 0.0737454055        | 0.008330297834        | 0.08044004181        |
| 23    | 0.4367067269           | 0.7901435995      | -0.2183533634             | 0.06162491921       | 0.009912947733        | 0.0700289281         |
| 24    | 0.1922489203           | 0.7687258504      | 0.09612446016             | 0.0120334797        | 0.01573047855         | 0.02738080218        |
| 25    | 0.8421789666           | 0.6827285365      | -0.4210894833             | 0.2264380516        | 0.004066631508        | 0.2276394244         |
| 26    | 0.8378517024           | 0.8329141133      | -0.4189258512             | 0.2160933542        | 0.006113136365        | 0.2273943188         |
| 27    | 1.194651076            | 0.7721585377      | 0.5973255379              | 0.3843125634        | 0.3604016682          | 0.8102771529         |
| 28    | 1.626945357            | 0.7026605564      | -0.8134726787             | 0.6578274651        | 0.832944047           | 1.667309098          |
| 29    | 1.239170044            | 0.7431176386      | 0.6195850218              | 0.4675280735        | 0.01093950183         | 0.4949691704         |
| 30    | 0.04015387324          | 0.8775336647      | -0.02007693662            | 0.0005256902463     | 0.0169210801          | 0.01742931568        |

Obrázek 23 - Grafy vlivných bodů: a) Graf predikovaných reziduí; b) Pregibonův graf; c) Williamsův graf; d) McCulloh-Meeterův graf; e) L-R graf



Obrázek 24 - Rankitové grafy: a) Q-Q graf normalizovaných reziduí; b) Q-Q- graf predikovaných reziduí; c) Q-Q- graf Jack-Knife reziduí



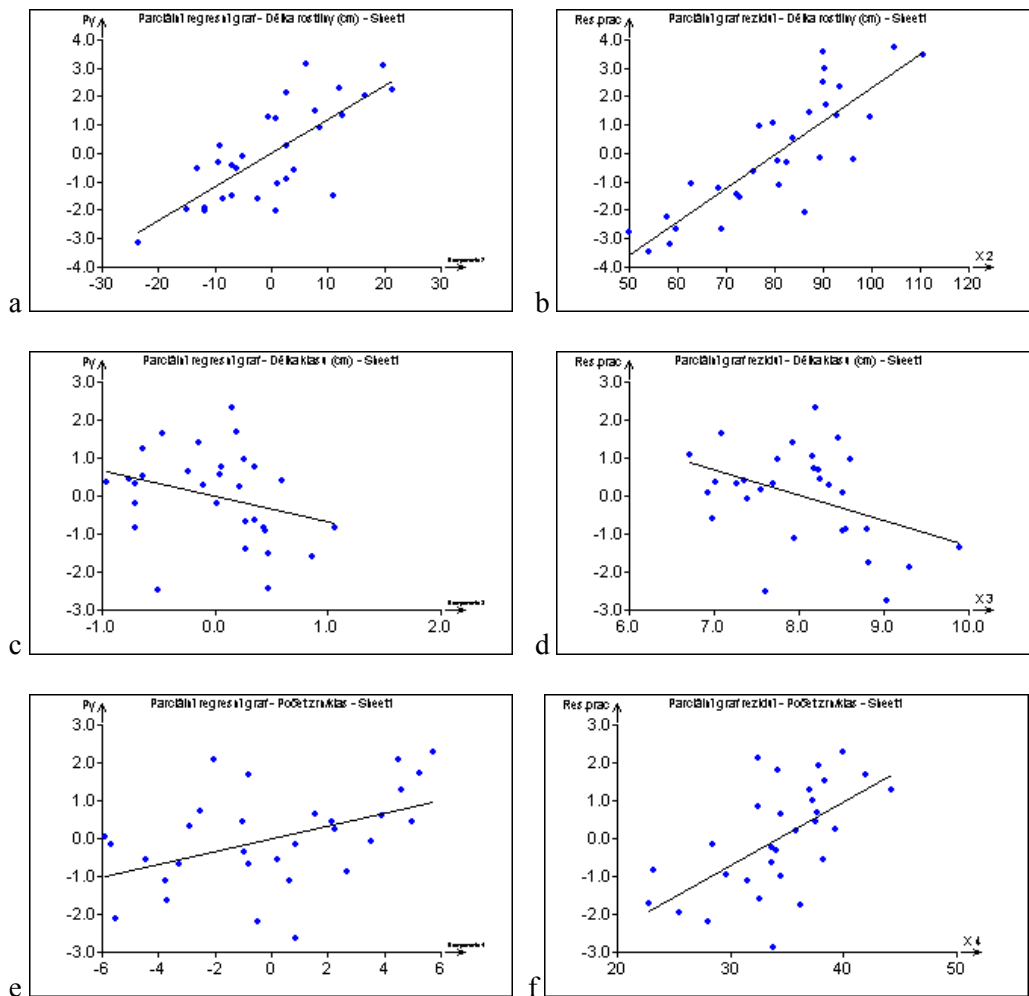


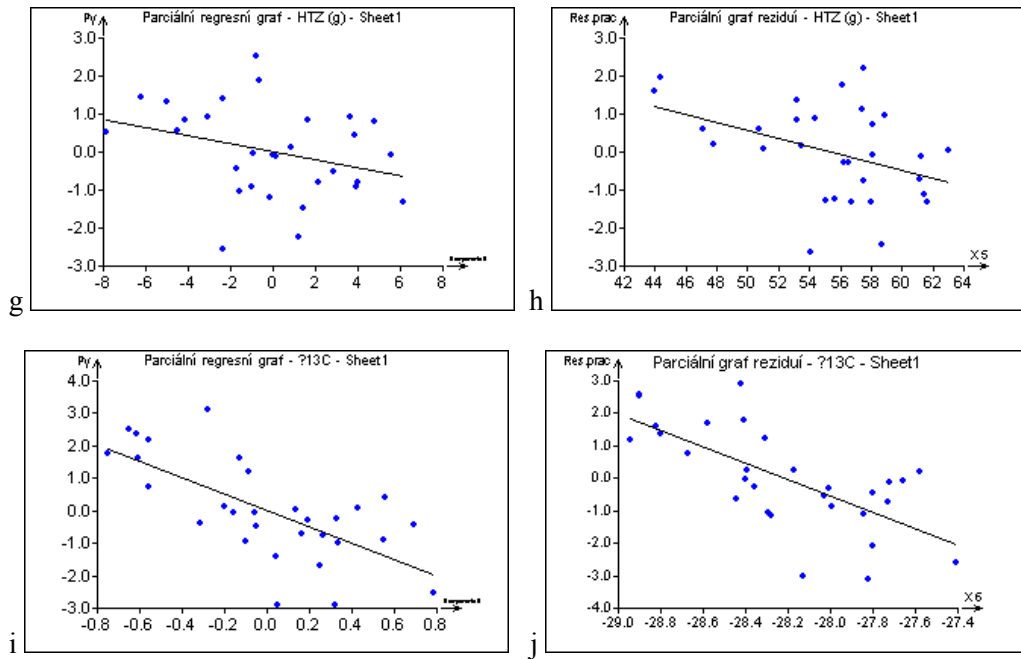
V datech byly identifikovány tři odlehlé body: 21, 27 a 28.

### Model

Parciální regresní grafy a parciální reziduální grafy (Obrázek 25) ukazují na lineární závislost jednotlivých nezávisle proměnných.

Obrázek 25 - Parciální grafy: a) Parciální regresní graf  $x_1$ ; b) parciální reziduální graf  $x_1$ ; c) parciální regresní graf  $x_2$ ; d) parciální reziduální graf  $x_2$ ; e) parciální regresní graf  $x_3$ ; f) parciální reziduální graf  $x_3$ ; g) parciální regresní graf  $x_4$ ; h) parciální reziduální graf  $x_4$ ; i) parciální regresní graf  $x_5$ ; j) parciální reziduální graf  $x_5$





## Metoda

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu

Hodnota kritéria F : 12.99312053  
 Kvantil F (1-alfa, m-1, n-m) : 2.620654148  
 Pravděpodobnost : 3.506838689E-006  
 Závěr : Model je významný

Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : -0.01916407178  
 Závěr : Model je korektní.

Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

Hodnota kritéria CW : 0.1752881086  
 Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.6754542336  
 Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

Jarque-Berrův test normality

Hodnota kritéria JB : 0.2877998789  
 Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 2)$  : 5.991464547  
 Pravděpodobnost : 0.8659743936  
 Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 1.850997891  
 Kvantil  $\chi^2(1-\text{alfa}, 1)$  : 3.841458829  
 Pravděpodobnost : 0.1736673783  
 Závěr : Autokorelace je nevýznamná

#### Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
Kritické hodnoty DW 1.07 1.83  
Závěr : Negativní autokorelace reziduí není prokázána.

#### Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.1617764136  
Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
Pravděpodobnost : 0.8714819276  
Závěr : V reziduích není trend.

### ▪ Konstrukce zpřesněného modelu

Po odstranění bodů č. 21, 27 a 28 byla nalezeny nové odhady parametrů zpřesněného modelu.

| Prom  | Odhad     | Směr.Odch.  | Závěr    | p              | Spodní mez   | Horní mez    |
|-------|-----------|-------------|----------|----------------|--------------|--------------|
| $b_0$ | -59.21116 | 12.09650826 | Významný | 7.685040927E-5 | -84.36722884 | -34.055096   |
| $b_1$ | 0.12436   | 0.016414329 | Významný | 1.948867032E-7 | 0.0902220754 | 0.158493     |
| $b_2$ | -0.759895 | 0.340348341 | Významný | 0.03658607993  | -1.467688329 | -0.05210208  |
| $b_3$ | 0.185135  | 0.050019621 | Významný | 0.001324183434 | 0.0811133631 | 0.2891563    |
| $b_4$ | -0.112706 | 0.049595261 | Významný | 0.03368142189  | -0.215845374 | -0.009567389 |
| $b_5$ | -2.228557 | 0.422734632 | Významný | 3.163999368E-5 | -3.107682226 | -1.3494326   |

#### Statistické charakteristiky regrese

Vícenásobný korelační koeficient R : 0.920014741  
Koeficient determinace  $R^2$  : 0.8464271237  
Predikovaný korelační koeficient  $R_p$  : 0.57513659  
Střední kvadratická chyba predikce MEP : 1.064383909  
Akaikeho informační kritérium : 1.448270408

#### Testování regresního tripletu

Fisher-Snedecorův test významnosti modelu  
Hodnota kritéria F : 23.14857939  
Kvantil F (1- $\alpha$ , m-1, n-m) : 2.749581683  
Pravděpodobnost : 7.486808331E-008  
Závěr : Model je významný

#### Scottovo kritérium multikolinearity

Hodnota kritéria SC : 0.02167527726  
Závěr : Model je korektní.

#### Cook-Weisbergův test heteroskedasticity

Hodnota kritéria CW : 0.02669151118  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.870222895  
Závěr : Rezidua vykazují homoskedasticitu.

#### Jarque-Berrův test normality

Hodnota kritéria JB : 1.146194684  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha, 2)$  : 5.991464547  
Pravděpodobnost : 0.5637765229  
Závěr : Rezidua mají normální rozdělení.

Waldův test autokorelace

Hodnota kritéria WA : 0.148048603  
Kvantil  $\chi^2(1-\alpha,1)$  : 3.841458829  
Pravděpodobnost : 0.7004072017  
Závěr : Autokorelace je nevýznamná

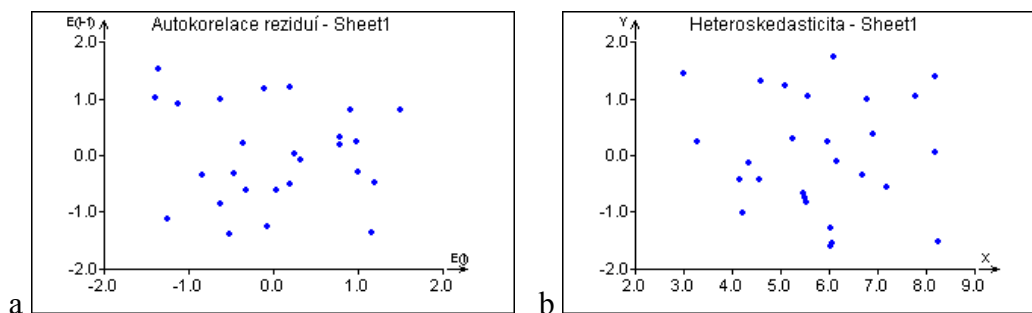
Durbin-Watsonův test autokorelace

Hodnota kritéria DW : -1  
Kritické hodnoty DW : 1.01 1.86  
Závěr : Negativní autokorelace reziduí není prokázána.

Znaménkový test reziduí

Hodnota kritéria Sg : 0.3858041595  
Kvantil  $N(1-\alpha/2)$  : 1.959963999  
Pravděpodobnost : 0.6996417145  
Závěr : V reziduích není trend.

Obrázek 26 - Graf autokorelace (a) a Graf heteroskedasticity (b)



Hodnoty MEP i AIC jsou nižší a zároveň hodnota D je vyšší oproti původnímu modelu. Všechny parametry modelu jsou statisticky významné, včetně absolutního členu.

### ▪ Závěr úlohy

Metodou nejmenších čtverců byl získán model pro data po vynechání odlehlých hodnot. Nalezený model má tvar:

$$y = -59,21 (12,10) + 0,12 (0,02) x_1 - 0,76 (0,34) x_2 + 0,19 (0,05) x_3 - 0,11 (0,05) x_4 - 2,23 (0,42) x_5$$

D = 84,64%

Výnos pšenice je tedy funkcí všech sledovaných parametrů. Statistická významnost absolutního členu znamená, že výnos ovlivňují ještě další parametry, které v pokusu nebyly sledovány. Největší vliv na výnos má v tomto modelu diskriminace izotopu  $\Delta^{13}\text{C}$ , která souvisí se schopností rostlin hospodařit s vodou. Vzhledem k tomu, že do pokusu byly vybrány odrůdy pšenice s ohledem na jejich schopnost vzdorovat suchu, je míra korelace mezi výnosem a zastoupením  $\Delta^{13}\text{C}$  dobře vysvětlitelná. Naopak velmi slabá korelace a nízká hodnota parametru  $b_4$  (HTZ - hmotnost tisíce zrn) svědčí pro to, že byly pro pokus vybrány odrůdy s extenzivními vlastnostmi, neboť moderní odrůdy se vyznačují vysokou hodnotou HTZ a jejím značným vlivem na výnos.