

**Univerzita Pardubice
Fakulta chemicko - technologická
Katedra analytické chemie**

Dvouleté licenční studium: Počítačové zpracování dat při kontrole a řízení jakosti

Aproximace křivek a vyhlazování křivek

***Vyučující: Prof.Ing.J.Militký,CSc.
TU Liberec, KTM***

Obsah:

1.	INTERPOLACE A APROXIMACE	3
2.	KUBICKÉ SPLINE.....	5
3.	FUNKCE TRŽÍDY C^M	8
4.	ZÁVISLOST VSKOZITY NA BODU VZPLANUTÍ	9

1. Interpolace a aproximace

U interpolace a aproximace funkcí nebo experimentálních dat se provádí náhrada funkce $f(x)$ zadané hodnotami $\{x_i, y_i\}$; $i = 1, \dots, n$; vhodnou aproximující funkcí $g(x)$. Pro interpolaci platí, že y-ové hodnoty jsou nenáhodné veličiny a aproximující funkce prochází všemi zadanými body. Pro aproximaci platí, že hodnoty y jsou na ose x zatíženy nenáhodnými chybami a účelem je nalezení aproximující funkce, která tyto chyby potlačuje.

Interpolace

$$y_i = f_j(x_i) \quad x_i \in I_j ;$$

Aproximace

$$y_i = f_j(x_i) + \varepsilon_i \quad x_i \in I_j$$

- **vyhlazování** $\xi_i = x_i$;
- **regrese** $\xi_i \neq x_i$.

Interpolace je zvláštním případem aproximace, při interpolaci závislostí se sestruje funkce $g(x)$ tak, aby procházela body $\{x_i, y_i\}$; $i = 1, \dots, n$; a splňovala podmínky týkající se jejího tvaru. Při interpolaci funkcí musí být v definovaných bodech ξ_i ; $i = 1, \dots, n$; (uzlové body interpolace) funkce $f(x)$ a $g(x)$ spojitě ve funkčních hodnotách a hodnotách zvolených derivací

$$f^{(j)}(\xi_i) = g^{(j)}(\xi_i) \quad ; i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, r_i \quad (1.1)$$

$f^{(j)}$ je j-tá derivace a r_i je maximální derivace v i-tém uzlu, ve kterém jsou obě funkce, aproximovaná a aproximující, totožné.

Použití interpolace v technické praxi

- zespojitění tabelárních údajů
- náhrada složitých funkcí $f(x)$
- numerická derivace a integrace
- kreslení grafu

Mezi nejznámější postupy patří polynomická interpolace, která hledá polynom $g(x)$ nejmenšího možného stupně, splňující podmínku (1.1). V případě většího počtu uzlových bodů u dat, kdy je výpočet koeficientů interpolačního polynomu obtížný, se užívají různé interpolační vzorce a postupy, které daný problém obcházejí.

Účelem numerického vyhlazování je odstranění náhodných šumů v rovnici

$$y_i = g(x_i) + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, n.$$

Požaduje se, aby vyhlazující funkce $g(x)$ měla pouze obecné vlastnosti, jako je spojitost ve zvoleném počtu derivací. Nejde v pravém slova smyslu o nalezení konkrétního funkčního tvaru aproximující funkce $g(x)$, ale o nalezení rekonstruované bezšumové závislosti především k zobrazení, integraci a derivaci. Pro numerické vyhlazení lze použít především spline vyhlazování, pro které je charakteristické, že uzlové body ξ_i jsou totožné s x-ovými souřadnicemi zadaných experimentálních dat $\{x_i, y_i\}$, $i = 1, \dots, n$.

Se spline vyhlazováním úzce souvisí tzv. neparametrická regrese, kdy funkce $g(x)$ je vhodně vážená lineární kombinace veličin y_i ; $i = 1, \dots, n$; s vahami závislými na vzdálenostech $(x - x_i)$. Obecně neparametrický regresní model se vyjadřuje vztahem

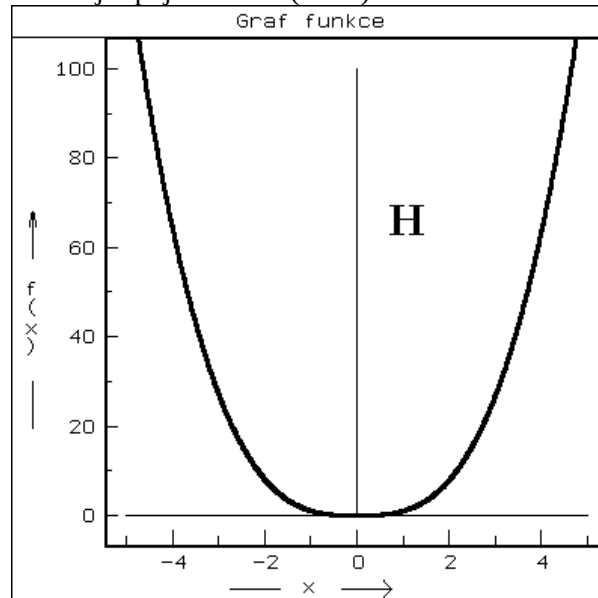
$$g(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i G_\alpha(x, x_i),$$

kde $G_\alpha(x, x_i)$ je váhová funkce, která závisí na konkrétních hodnotách x_i a parametru vyhlazení α .

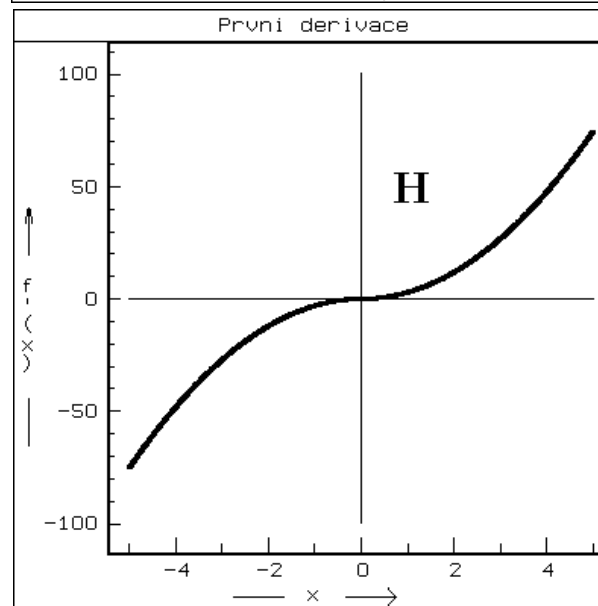
V technické praxi je výhodné využití těchto postupů všude tam, kde nezávisí na typu vyhlazovací funkce $g(x)$ a kde je třeba získat závislost s odstraněnou šumovou složkou (chybami ε_i). Často jde o úlohy derivace nebo integrace dat zatížených náhodnými chybami. Při konstrukci vyhlazujících spline se vychází z požadavku, aby se funkce $g(x)$ přibližovala co nejvíce k experimentálním datům, a byla dostatečně hladká a spojitá ve zvoleném počtu derivací.

2. Kubické spline

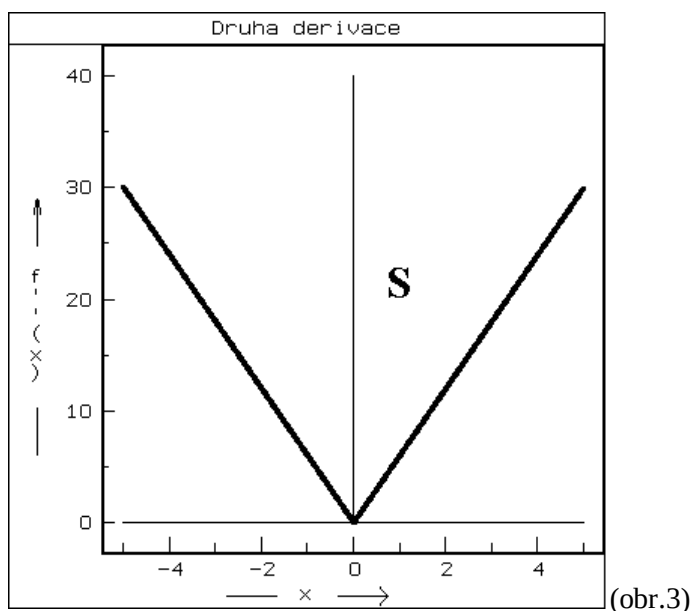
Také se nazývají křivítkové funkce. Patří k nejznámějším představitelům spline polynomů. Jejich výhodou je, že jsou spojité v prvních dvou derivacích. To umožňuje sestavení hladké křivky v první derivaci. Grafem funkce je tedy hladká křivka (obr.1); grafem první derivace je také hladká křivka (obr.2); grafem druhé derivace je spojitá křivka (obr.3).



(obr.1)



(obr.2)



H - znamená hladká, S - spojitá.

Používají se v oblastech počítačové grafiky, v systémech CAD/CAM i pro aproximaci funkcí.

Při aproximaci funkcí $f(x)$ kubickým spline $S_3(x)$ je zajištěna minimální norma

$$\|f^{(2)}(x) - S_3^{(2)}(x)\|_2.$$

Pozn.: Označení $\|X\| = \sqrt{X^T X}$ se nazývá euklidovská norma.

Dále $S_3(x)$ splňuje podmínku

$$\int_a^b [S''(x)]^2 dx \rightarrow \min.$$

Tím je minimalizována celková křivost. Interpoláčnı kubický spline lze sestojit při volbě $m=3$ přímo z definice

$$P_j(x) = c_0 + \sum_{k=1}^m c_k (x - \xi_i)^k \quad \text{pro } x \in I_j,$$

nebo z useknutého polynomu

$$S_m(x) = \sum_{j=0}^m a_j x^j + \sum_{i=1}^n b_i (x - \xi_i)_+^m,$$

kde

$$(x)_+ = \begin{cases} x & \text{pro } x > 0 \\ 0 & \text{pro } x \leq 0 \end{cases}.$$

Vydeme-li z definice $S_3(x)$ jako polynomické funkce třídy $C^2[a, b]$, je potom kubický spline definován podmínkami :

- $S_3(x_i) = y_i$; $i = 1, \dots, n$ (podmínka interpolace)
- Funkce $S(x)$, $S^{(1)}(x)$, $S^{(2)}(x)$ jsou spojité na celém intervalu $[a, b]$ (podmínka spojitosti ve funkčních hodnotách první i druhé derivace)
- Třetí derivace $S^{(3)}(x)$ je po částech konstantní všude kromě uzlových bodů x_i ; $i = 1, \dots, n$
- Čtvrtá derivace $S^{(4)}(x) = 0$ všude kromě uzlových bodů x_i ; $i = 1, \dots, n$

Z těchto podmínek vyplývá, že $S_3(x)$ je v každém intervalu $I_j \in \langle x_i; x_{i+1} \rangle$ definována kubickým polynomem.

Kromě klasických kubických spline (jejich nevýhodou při rekonstrukci závislostí je tendence k překmitávání při náhlých změnách křivosti interpolované závislosti) se používají tzv. spline pod napětím (exponenciální spline), které jsou řešením diferenciální rovnice

$$S_T^{(4)}(x) - \lambda^2 S_T^{(2)}(x) = 0$$

pro $x = x_i$; $i = 1, \dots, n$; přičemž λ označuje parametr napětí.

3. Funkce třídy C^m

Používání polynomických interpolací má řadu nevýhod. Jednou z nich je, že polynomické interpolace jsou složeny z elementárních funkcí definovaných na celé množině reálných čísel. Tato vlastnost vede (u polynomů vyšších řádů) ke vzniku lokálních minim, maxim a inflexních bodů, které neodpovídají průběhu funkce $f(x)$ nebo tabelované závislosti $\{x_i, y_i\}$; $i = 1, \dots, n$. Pro účely interpolace i aproximace je výhodnější volit lokálně definované funkce, které budou v místech vzájemného styku (v uzlech) spojité ve funkčních hodnotách a hodnotách zadaných derivací.

Vhodné interpolační funkce tohoto typu jsou složeny z polynomických úseků a platí pro ně, že jsou třídy $C^m[a, b]$. Funkce třídy $C^m[a, b]$ jsou na intervalu $[a, b]$ spojité v prvních m derivacích a funkčních hodnotách. Pro tyto funkce platí, že m -tá derivace je lineární lomená závislost a $(m+1)$ derivace je po částech konstantní a $(m+2)$ derivace je po částech nulová, tj. není definovaná v uzlových bodech ξ_i .

S využitím uvedených vlastností ze třídy $C^m[a, b]$ se dá definovat obecně polynomický spline $S_m(x)$ s uzly $a = \xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_n = b$. Teno spline je na každém úseku $[\xi_j, \xi_{j+1}]$; $j = 1, \dots, (n-1)$; reprezentován polynomem m -tého stupně.

Vlastnosti spline $S_m(\xi_i)$ závisí na

- a) řádu polynomu m , přičemž se obvykle volí kubický spline $m = 3$;
- b) počtu a polohách uzlů $\xi_1 < \xi_2 < \dots < \xi_n$;
- c) defektech v uzlových bodech.

4. Závislost viskozity na bodu vzplanutí

Zadání:

U motorového hnacího vozidla (lokomotivy) byla sledována viskozita oleje M6ADS II+ při 50°C v závislosti na bodu vzplanutí. Výsledky jsou v tabulce 4.1. Proveďte vyrovnání spline polynomm.

Data:

Tabulka 4.1.

x - bod vzplanutí ... °C

y - viskozita při 50°C ... mm²s⁻¹

x	173	175	178	182	183	184	186	187	189	190	191	192	193	194
y	62,42	65	58,99	59,61	60,01	59,46	59,48	50,64	57	55,19	57,01	53,7	62,44	57,81
x	195	196	197	198	199	200	202	203	204	205	206	208	209	210
y	59,7	63,05	60,56	63,09	51,39	70,26	55,88	58,49	54,04	62,32	60,92	66,5	56,94	49,55
x	212	214	215	216	217	218	219	220	222	223	226	228	230	
y	55,82	45,43	62,55	49,86	68,22	58,44	53,24	62,29	63,44	51,15	51,27	45,75	69,58	

Program:

ADSTAT: Lineární regrese: Regresní diagnostika

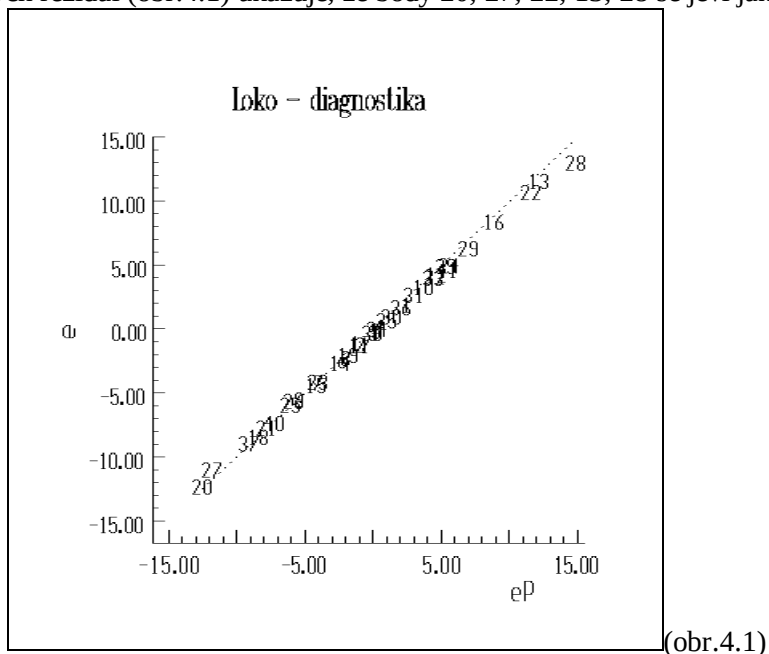
ADSTAT: Kalibrace

ADSTAT: Vyhlašování: Reinisch spline

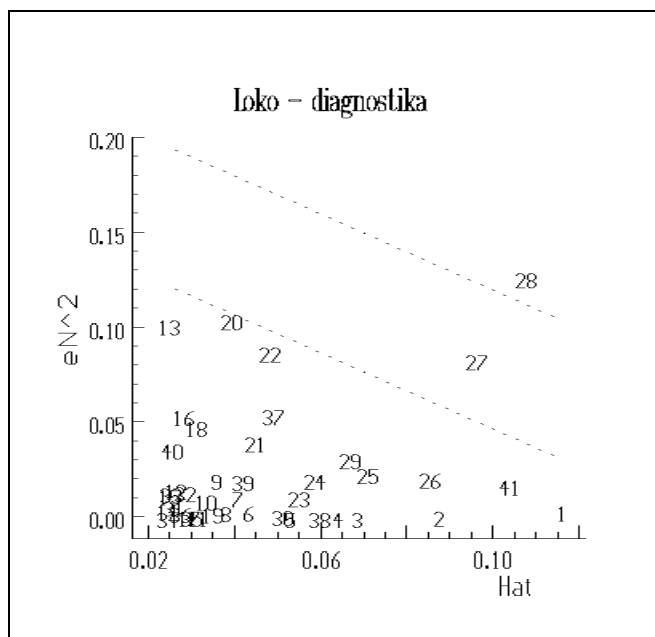
Řešení

V první fázi provedeme **regresní diagnostiku**, abychom zjistili charakter dat a přítomnost odlehlých hodnot.

Graf predikovaných reziduí (obr.4.1) ukazuje, že body 20, 27, 22, 13, 28 se jeví jako podezřelé.

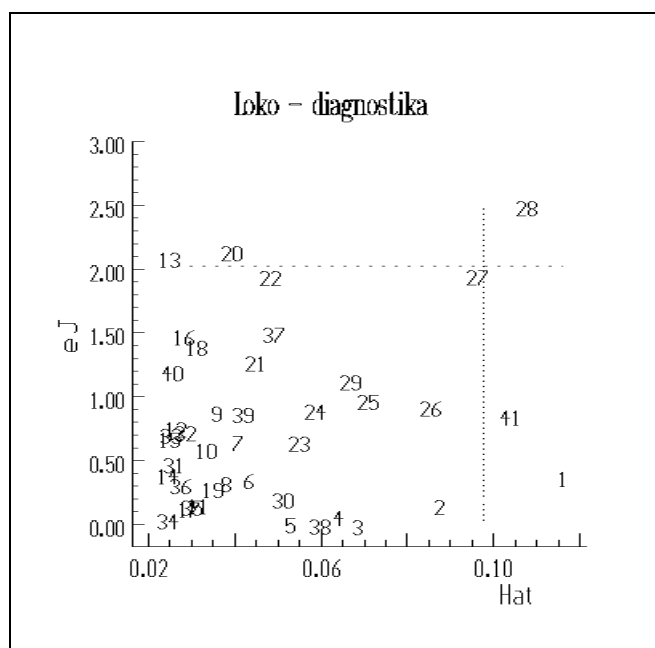


Pregibonův graf (obr.4.2) ukazuje na bod 28 jako na silně vlivný bod.



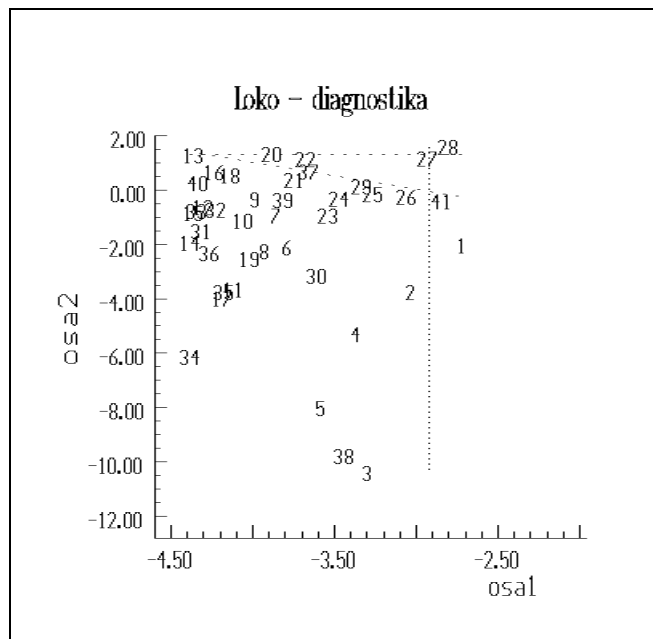
(obr.4.2)

Williamsův graf (obr.4.3) - body 13, 20 se jeví jako odlehlé, bod 28 odlehlý extrém a body 1 a 41 jsou extrémní.



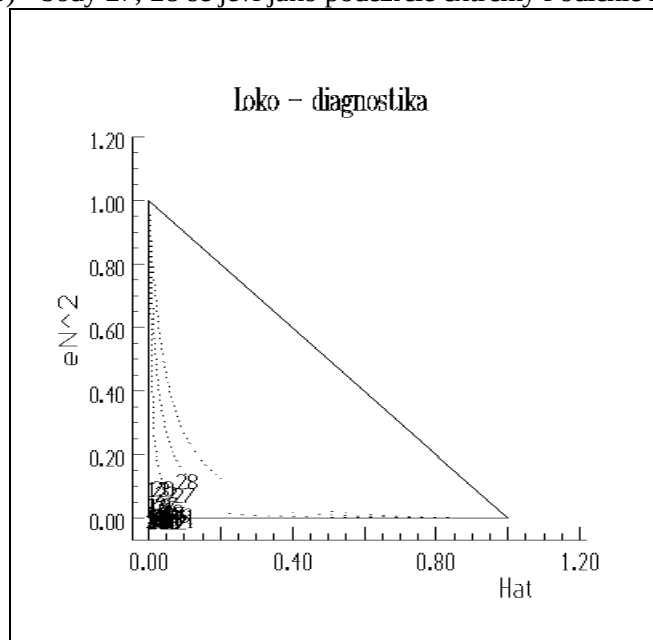
(obr.4.3)

McCullohův - Meeterův graf (obr.4.4) - body 13, 20, 22 jsou podezřelé z hlediska odlehlosti, body 27, 28 jsou odlehlé i extrémní, body 1, 41 jsou extrémní.



(obr.4.4)

L-R graf (obr.4.5) - body 27, 28 se jeví jako podezřelé extrémní i odlehlé hodnoty.



(obr.4.5)

Závěr regresní diagnostiky - body 27, 28 (ale i 13, 20, 22) se jeví jako odlehlé, svým charakterem nezapadají mezi ostatní. Vzhledem k tomu, že se jedná o diagnostiku v lineární regresi, nechám data vcelku a pokusíme se najít pomocí kalibrace a vyhlazování lepší proložení. Rezidua vykazují v tomto případě heteroskedasticitu, mají však normální charakter, nejsou autokorelována, ani nevykazují trend.

Kalibrace - pomocí kvadratického a kubického spline se pokusíme najít co nejlepší proložení dat. Výsledky jsou v tabulce 4.2. a 4.3.

Tabulka 4.2.

Kvadratický spline

Počet uzlů	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s%	7,739	7,899	7,562	7,35	7,051	6,714	6,386	6,431	6,184
s(e)	6	6,147	6,158	6,136	6,038	5,662	5,49	5,618	5,517

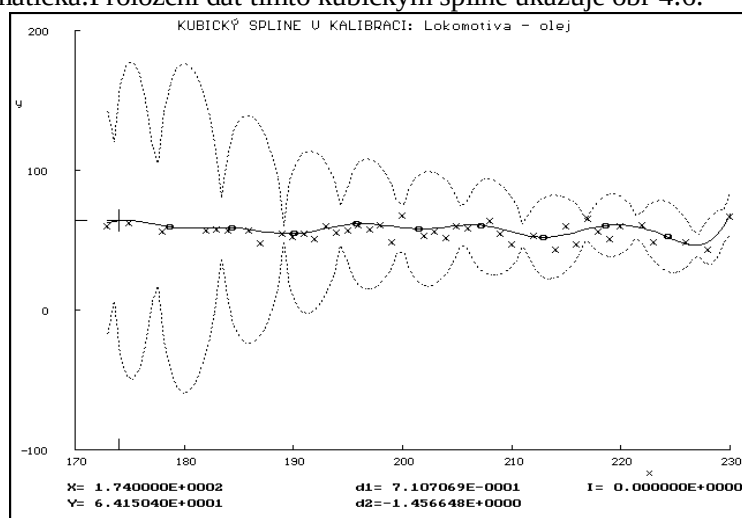
Tabulka 4.3.
Kubický spline

Počet uzlů	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s%	7,824	7,652	7,171	6,722	6,476	6,267	6,368	5,929	5,877
s(e)	6,114	6,16	6	5,652	5,442	5,486	5,646	5,441	5,616

s% ... průměr relativních reziduí

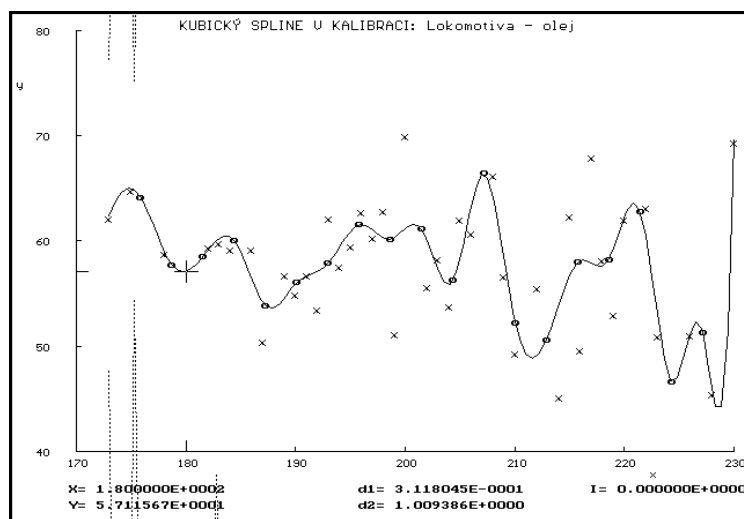
s(e) ... odhad směrodatné odchylky reziduí

Jako nejlepší se jeví kubický spline s devíti uzly, i když kalibrace s využitím devíti uzlů by byla poněkud problematická. Proložení dat tímto kubickým spline ukazuje obr. 4.6.



(obr.4.6)

Teoreticky by se dal ještě využít kubický spline např. s 19 uzly (obr.4.7), ale to je lepší použít vyhlazování pomocí kubických spline Reinischovou metodou, poněvadž zde vychází velmi široký pás spolehlivosti.



(obr.4.7)

Vyhlažování metodou Reinisch spline

Při vyhlazování kubickým spline metodou Reinische se volí parametr vyhlazení S. Platí vztah

$$(n+1) - \sqrt{2(n+1)} \leq S \leq (n+1) + \sqrt{2(n+1)}.$$

Dobré výsledky poskytuje vztah

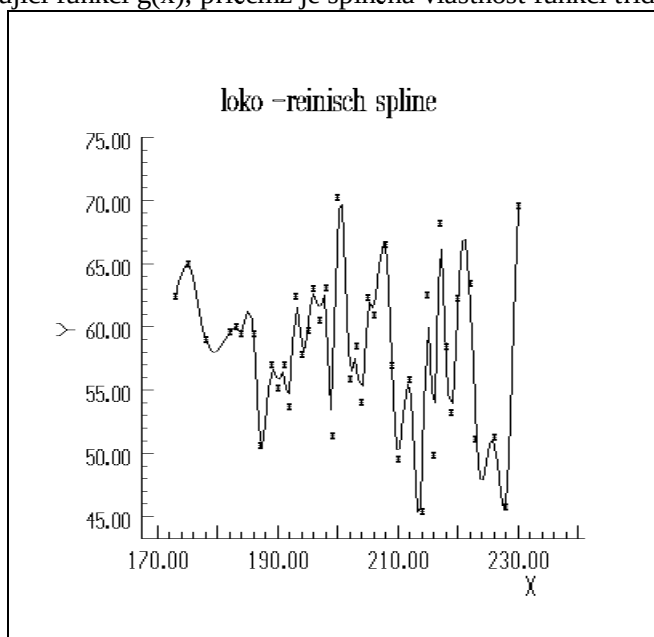
$$S \approx n + 1.$$

V našem případě jsme zvolili $S = 42$.

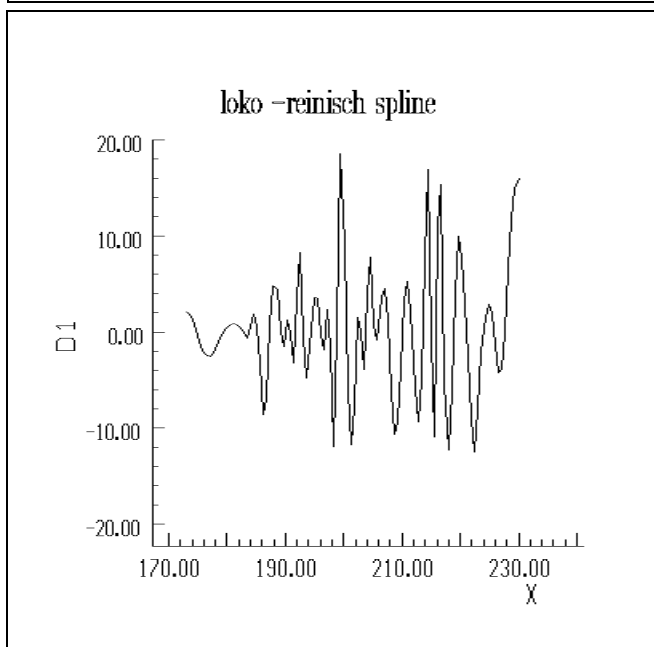
Pro S platí:

1. čím je větší, tím více se vyhlazující funkce $g(x)$ blíží regresní přímce,
2. čím je menší, tj. čím větší jsou váhy jednotlivých bodů, tím více se vyhlazující funkce blíží k experimentálním bodům.

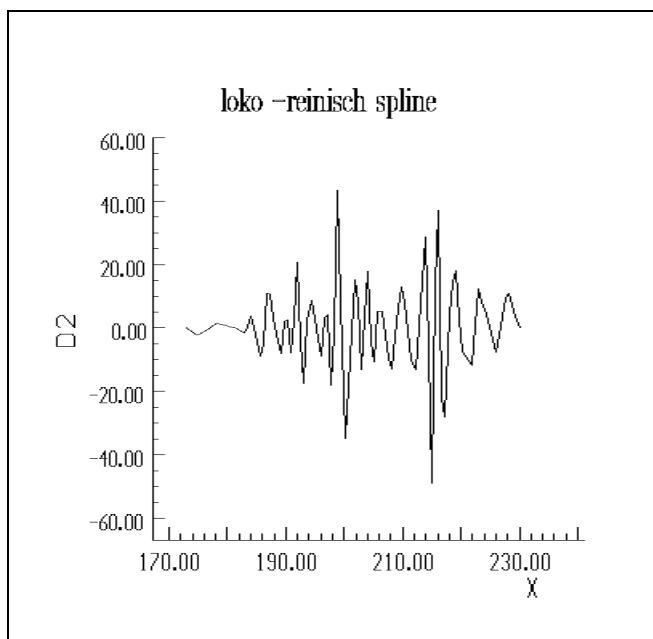
Grafy Reinisch spline (obr.4.8), jeho první derivace (obr.4.9) a druhé derivace (obr.4.10) ukazují na proložení dat vyhlazující funkcí $g(x)$, přičemž je splněna vlastnost funkcí třídy C^2 .



(obr.4.8)

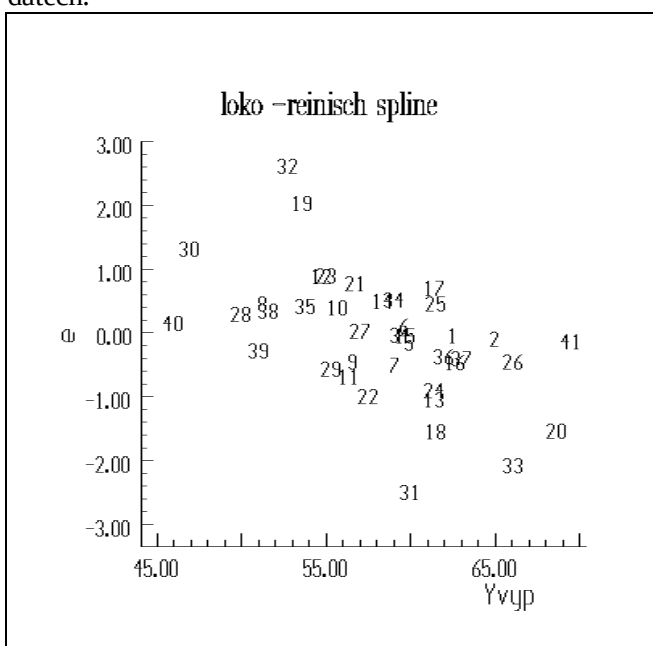


(obr.4.9)

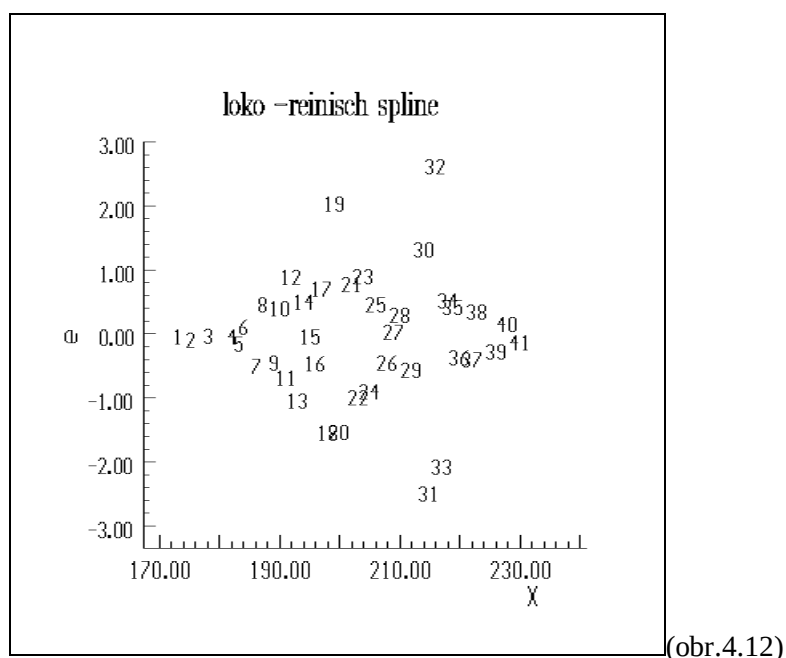


(obr.4.10)

Vezmeme-li v úvahu graf rezidua vs. vypočítaná hodnota y (obr.4.11), tak je vidět (data vytvářejí mrak, i když se dá vypočítat určitá podobnost elipse), že proložení se dá považovat za poměrně dobré. Graf rezidua vs. vysvětlující proměnná (obr.4.12) ukazuje (data vytvářejí klín) na heteroskedasticitu v datech.



(obr.4.11)



Závěr:

Jako nejlepší se v tomto případě jeví vyhlazení kubickým spline metodou Reinische. V případě případného požadavku (kalibrace přístroje) se může použít i metody kalibrace, nebo i lineární regrese.

Výstup:

INTERPOLACE A VYHLAZOVÁNÍ DAT

Reinsch spline

Název: loko -reinisch spline

V S T U P

(1) PODMÍNKY:

Počet bodů, n : 41

Parametr vyhlazení, S : 4.2000E+01

Jméno výstupního souboru : lokorein.TXT

(2) VSTUPNÍ DATA

Celá matice editoru.

V Ý S T U P

(1) TABULKA VÝSLEDKŮ:

Bod	Nezávisle proměnná	Závisle proměnná	Vyhlazená hodnota	Residuum	Relativní residuum
i	$x[i]$	$y_{exp}[i]$	$y_{cal}[i]$	$e[i]$	$er[i]$
1	1.7300E+02	6.2420E+01	6.2436E+01	1.6297E-02	2.6102E-02
2	1.7500E+02	6.5000E+01	6.4966E+01	-3.4075E-02	-5.2450E-02
3	1.7800E+02	5.8990E+01	5.9014E+01	2.4162E-02	4.0942E-02
4	1.8200E+02	5.9610E+01	5.9623E+01	1.2701E-02	2.1303E-02
5	1.8300E+02	6.0010E+01	5.9912E+01	-9.8080E-02	-1.6371E-01
6	1.8400E+02	5.9460E+01	5.9644E+01	1.8431E-01	3.0901E-01

7	1.8600E+02	5.9480E+01	5.9005E+01	-4.7481E-01	-8.0468E-01
8	1.8700E+02	5.0640E+01	5.1185E+01	5.4508E-01	1.0649E+00
9	1.8900E+02	5.7000E+01	5.6585E+01	-4.1474E-01	-7.3296E-01
10	1.9000E+02	5.5190E+01	5.5674E+01	4.8353E-01	8.6851E-01
11	1.9100E+02	5.7010E+01	5.6342E+01	-6.6750E-01	-1.1847E+00
12	1.9200E+02	5.3700E+01	5.4710E+01	1.0096E+00	1.8453E+00
13	1.9300E+02	6.2440E+01	6.1390E+01	-1.0496E+00	-1.7097E+00
14	1.9400E+02	5.7810E+01	5.8406E+01	5.9583E-01	1.0202E+00
15	1.9500E+02	5.9700E+01	5.9721E+01	2.0757E-02	3.4756E-02
16	1.9600E+02	6.3050E+01	6.2615E+01	-4.3535E-01	-6.9528E-01
17	1.9700E+02	6.0560E+01	6.1367E+01	8.0726E-01	1.3155E+00
18	1.9800E+02	6.3090E+01	6.1510E+01	-1.5799E+00	-2.5685E+00
19	1.9900E+02	5.1390E+01	5.3622E+01	2.2321E+00	4.1627E+00
20	2.0000E+02	7.0260E+01	6.8690E+01	-1.5701E+00	-2.2858E+00
21	2.0200E+02	5.5880E+01	5.6772E+01	8.9159E-01	1.5705E+00
22	2.0300E+02	5.8490E+01	5.7493E+01	-9.9721E-01	-1.7345E+00
23	2.0400E+02	5.4040E+01	5.5063E+01	1.0227E+00	1.8574E+00
24	2.0500E+02	6.2320E+01	6.1422E+01	-8.9836E-01	-1.4626E+00
25	2.0600E+02	6.0920E+01	6.1467E+01	5.4657E-01	8.8921E-01
26	2.0800E+02	6.6500E+01	6.6080E+01	-4.2040E-01	-6.3621E-01
27	2.0900E+02	5.6940E+01	5.7028E+01	8.7559E-02	1.5354E-01
28	2.1000E+02	4.9550E+01	4.9924E+01	3.7404E-01	7.4922E-01
29	2.1200E+02	5.5820E+01	5.5279E+01	-5.4075E-01	-9.7822E-01
30	2.1400E+02	4.5430E+01	4.6891E+01	1.4611E+00	3.1159E+00
31	2.1500E+02	6.2550E+01	5.9955E+01	-2.5951E+00	-4.3284E+00
32	2.1600E+02	4.9860E+01	5.2708E+01	2.8478E+00	5.4031E+00
33	2.1700E+02	6.8220E+01	6.6073E+01	-2.1466E+00	-3.2489E+00
34	2.1800E+02	5.8440E+01	5.9059E+01	6.1891E-01	1.0480E+00
35	2.1900E+02	5.3240E+01	5.3742E+01	5.0219E-01	9.3443E-01
36	2.2000E+02	6.2290E+01	6.1961E+01	-3.2852E-01	-5.3021E-01
37	2.2200E+02	6.3440E+01	6.3072E+01	-3.6802E-01	-5.8349E-01
38	2.2300E+02	5.1150E+01	5.1578E+01	4.2848E-01	8.3074E-01
39	2.2600E+02	5.1270E+01	5.1038E+01	-2.3201E-01	-4.5458E-01
40	2.2800E+02	4.5750E+01	4.5974E+01	2.2432E-01	4.8793E-01
41	2.3000E+02	6.9580E+01	6.9494E+01	-8.5726E-02	-1.2336E-01

(2) TABULKA DERIVACÍ A INTEGRÁLŮ:

Bod	Nezávisle	Závisle	První	Druhá	Integrál
	proměnná	proměnná	derivace	derivace	
i	x[i]	yexp[i]	der1[i]	der2[i]	int[i]
1	1.7300E+02	6.2420E+01	2.0679E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
2	1.7500E+02	6.5000E+01	-3.4127E-01	-2.4091E+00	1.2821E+02

4. Závislost viskozity na bodu vzplanutí

3	1.7800E+02	5.8990E+01	-1.6555E+00	1.5330E+00	3.1516E+02
4	1.8200E+02	5.9610E+01	7.0154E-01	-3.5443E-01	5.4929E+02
5	1.8300E+02	6.0010E+01	-3.5821E-01	-1.7651E+00	6.0915E+02
6	1.8400E+02	5.9460E+01	7.9612E-01	4.0737E+00	6.6883E+02
7	1.8600E+02	5.9480E+01	-6.6246E+00	-1.1494E+01	7.8995E+02
8	1.8700E+02	5.0640E+01	-4.4639E+00	1.5816E+01	8.4487E+02
9	1.8900E+02	5.7000E+01	1.2121E+00	-1.0140E+01	9.5075E+02
10	1.9000E+02	5.5190E+01	-8.9313E-02	7.5372E+00	1.0070E+03
11	1.9100E+02	5.7010E+01	-1.5831E+00	-1.0525E+01	1.0631E+03
12	1.9200E+02	5.3700E+01	3.5298E+00	2.0751E+01	1.1182E+03
13	1.9300E+02	6.2440E+01	2.6074E+00	-2.2596E+01	1.1763E+03
14	1.9400E+02	5.7810E+01	-2.8707E+00	1.1639E+01	1.2367E+03
15	1.9500E+02	5.9700E+01	3.8664E+00	1.8347E+00	1.2952E+03
16	1.9600E+02	6.3050E+01	3.1574E-02	-9.5043E+00	1.3567E+03
17	1.9700E+02	6.0560E+01	9.4681E-01	1.1335E+01	1.4186E+03
18	1.9800E+02	6.3090E+01	-7.1324E+00	-2.7493E+01	1.4807E+03
19	1.9900E+02	5.1390E+01	4.3475E+00	5.0453E+01	1.5373E+03
20	2.0000E+02	7.0260E+01	1.1282E+01	-3.6585E+01	1.5979E+03
21	2.0200E+02	5.5880E+01	-3.8555E+00	2.1448E+01	1.7284E+03
22	2.0300E+02	5.8490E+01	-8.4941E-01	-1.5436E+01	1.7853E+03
23	2.0400E+02	5.4040E+01	2.1265E+00	2.1388E+01	1.8413E+03
24	2.0500E+02	6.2320E+01	4.1299E+00	-1.7381E+01	1.8994E+03
25	2.0600E+02	6.0920E+01	5.6540E-01	1.0252E+01	1.9611E+03
26	2.0800E+02	6.6500E+01	-4.4631E+00	-1.5280E+01	2.0904E+03
27	2.0900E+02	5.6940E+01	-1.0590E+01	3.0271E+00	2.1524E+03
28	2.1000E+02	4.9550E+01	-1.6447E+00	1.4863E+01	2.2052E+03
29	2.1200E+02	5.5820E+01	-3.5407E+00	-1.6759E+01	2.3110E+03
30	2.1400E+02	4.5430E+01	1.1258E+01	3.1557E+01	2.4082E+03
31	2.1500E+02	6.2550E+01	8.9691E-01	-5.2279E+01	2.4625E+03
32	2.1600E+02	4.9860E+01	2.6046E+00	5.5695E+01	2.5187E+03
33	2.1700E+02	6.8220E+01	7.0399E+00	-4.6824E+01	2.5777E+03
34	2.1800E+02	5.8440E+01	-1.1711E+01	9.3220E+00	2.6419E+03
35	2.1900E+02	5.3240E+01	2.8111E+00	1.9722E+01	2.6970E+03
36	2.2000E+02	6.2290E+01	9.1745E+00	-6.9955E+00	2.7544E+03
37	2.2200E+02	6.3440E+01	-9.6878E+00	-1.1867E+01	2.8857E+03
38	2.2300E+02	5.1150E+01	-9.1716E+00	1.2899E+01	2.9430E+03
39	2.2600E+02	5.1270E+01	-1.5459E+00	-7.8153E+00	3.0912E+03
40	2.2800E+02	4.5750E+01	3.3115E+00	1.2673E+01	3.1866E+03
41	2.3000E+02	6.9580E+01	1.5984E+01	0.0000E+00	3.2978E+03

(3) ANALÝZA REZIDUÍ:

Průměr residuí : -1.7330E-16

4. Závislost viskozity na bodu vzplanutí

Průměr absolutních hodnot residuí : 7.2863E-01
 Reziduální směrodatná odchylka : 1.0121E+00
 Reziduální rozptyl : 1.0244E+00
 Šikmost residuí : 6.7928E-02
 Špičatost residuí : 4.2112E+00

LINEÁRNÍ REGRESE

Regresní diagnostika

Název: Loko - diagnostika

V S T U P

(1) ZVOLENÁ STRATEGIE REGRESNÍ ANALÝZY:

Omezení, P : 1.0000E-34
 Transformace : Ne
 Váhy : Ne
 Absolutní člen zahrnut : Ano

(2) PODMÍNKY A KVANTILY PRO STATISTICKÉ TESTY:

Hladina významnosti, alfa : 0.050
 Počet bodů, n : 41
 Počet parametrů, m : 1
 Kvantil Studentova rozdělení $t(1-\alpha/2, n-m)$: 2.023
 Kvantil rozd. Chí-kvadrát $\chi^2(1-\alpha, m)$: 5.991
 Jméno výstupního souboru : lokoREG.TXT

V Ý S T U P

(1) PŘEDBĚŽNÁ STATISTICKÁ ANALÝZA:

Proměnná	Průměr	Směrodatná odchylka	Párový korelační koeficient	Spočtená hladina výz.
y	5.8256E+01	5.9764E+00	1.0000	-----
x1	2.0217E+02	1.5238E+01	-0.1754	0.273

Párové korelační koeficienty mezi dvojicemi : Spočtená
 vysvětlujících proměnných : hladina významnosti

(2) INDIKACE MULTIKOLINEARITY:

Č	Vlastní čísla	Čísla podmí-	Variance inflation	Vícenás.korel.
[j]	korel. matice l[j]	něnosti K[j]	factor VIF[j]	koef pro X[j]
1	1.0000E+00	1.0000E+00	1.0000E+00	0.0000

Maximální číslo podmíněnosti K : 1.0000E+00
 (K[j], K > 1000 indikuje silnou multikolinearitu)

($VIF[j] > 10$ indikuje silnou multikolinearitu)

(3) ODHADY PARAMETRŮ A TESTY VÝZNAMNOSTI:

Parametr	Odhad	Směrodatná odchylka	Test $H_0: B[j] = 0$ vs. $H_A: B[j] \neq 0$	t-kriterium	hypoteza H_0 je	Hlad. výz.
$B[0]$	7.2165E+01	1.2535E+01	5.7573E+00	Zamítnuta		0.000
$B[1]$	-6.8801E-02	6.1829E-02	-1.1128E+00	Akceptována		0.273

(4) STATISTICKÉ CHARAKTERISTIKY REGRESE:

Vícenásobný korelační koeficient, R	: 1.7542E-01
Koeficient determinace, R^2	: 3.0773E-02
Predikovaný korelační koeficient, R_p^2	: 0.0000E+00
Střední kvadratická chyba predikce, MEP	: 3.7921E+01
Akaikeho informační kritérium, AIC	: 1.4831E+02
Reziduální součet čtverců, RSC	: 1.3847E+03
Průměr absolutních hodnot reziduí, Me	: 4.5565E+00
Průměr relativních reziduí, Mer	: 7.9985E+00
Odhad reziduálního rozptylu, $s^2(e)$	: 3.5506E+01
Odhad směrodatné odchylky reziduí, $s(e)$	: 5.9587E+00
Odhad šikmosti reziduí, $g_1(e)$	: 1.6750E-01
Odhad špičatosti reziduí, $g_2(e)$	: 2.7595E+00

(6) TESTOVÁNÍ REGRESNÍHO TRIPLETU (DATA + MODEL + METODA):

Fisher-Snedecorův test významnosti regrese, F	: 1.2382E+00
Tabulkový kvantil, $F(1-\alpha, m-1, n-m)$	: 4.0913E+00
Závěr: Navržený model není významný.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.273
Scottovo kritérium multikolinearity, M	: -9.3048E-01
Závěr: Navržený model je korektní.	
Cook-Weisbergův test heteroskedasticity, Sf	: 7.4404E+00
Tabulkový kvantil, $\chi^2(1-\alpha, 1)$	: 3.8415E+00
Závěr: Rezidua vykazují heteroskedasticitu.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.006
Jarque-Berraův test normality reziduí, L(e)	: 2.9053E-01
Tabulkový kvantil, $\chi^2(1-\alpha, 2)$	: 5.9915E+00
Závěr: Normalita je prokázána.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.865
Waldův test autokorelace, Wa	: 8.1513E-02
Tabulkový kvantil, $\chi^2(1-\alpha, 1)$	: 3.8415E+00
Závěr: Rezidua nejsou autokorelována.	
Spočtená hladina významnosti	: 0.775

Název souboru: MILITKY
Adresář: E:\Pom\approx
Šablona: D:\Program Files\Microsoft Office\Sablony\Normal.dot
Název: U interpolace a aproximace funkcí nebo experimentálních dat se provádí náhrada funkce $f(x)$ zadané hodnotami $\{x_i, y_i\}$; $i = 1, \dots, n$; vhodnou aproximující funkcí $y(x)$. Pro interpolaci platí, že y -ové hodnoty jsou nenáhodné veličiny a aproximující funkce p

Předmět:

Autor: Jindřich Borůvka

Klíčová slova:

Komentáře:

Datum vytvoření: 02.11.98 14:33

Číslo revize: 8

Poslední uložení: 18.11.98 16:39

Uložil: boruvka

Celková doba úprav: 125 min.

Poslední tisk: 15.09.00 08:27

Jako poslední úplný tisk

Počet stránek: 20

Počet slov: 3 291 (přibližně)

Počet znaků: 18 760 (přibližně)