

# 1. CHYBY, VARIABILITA A NEJISTOTY INSTRUMENTÁLNÍCH MĚŘENÍ

(z látky učebnice na str. 21 až 74)

- 1.1 K čemu slouží teorie měření?
- 1.2 Uveďte klasifikaci chyb měření. Jak posoudíte opakovaná měření z hlediska správnosti a přesnosti?
- 1.3 Popište charakteristiku přesnosti přístrojů a s tím spojené druhy chyb.
- 1.4 Uveďte mezní hodnoty chyb a z nich odvozenou třídu přesnosti přístroje, a to v případě multiplikativních chyb, aditivních chyb a kombinovaných chyb.
- 1.5 Ukažte postup zařazení přístroje do třídy přesnosti.
- 1.6 Jak se provádí zaokrouhlování chyby výsledku při výpočtech mezní chyby přístroje?
- 1.7 Ze kterých složek se skládá chyba výsledku měření?
- 1.8 Jak se zjistí pravděpodobnostní model variability přímého měření? Jaké vztahy se užijí u aditivního modelu, u multiplikativního modelu, u kombinovaného modelu a u modelu se systematickou chybou?
- 1.9 Uveďte statistické modely rozdělení chyb měřících přístrojů.
- 1.10 Definujte kvantilové odhady chyb?
- 1.11 Jak se provádí sčítání kvantilových chyb?
- 1.12 Jaké existují momentové odhady chyb?
- 1.13 Jak se vypočte pravděpodobnostní interval náhodné chyby?
- 1.14 Jak se vypočte toleranční interval náhodné chyby?
- 1.15 Uveďte přehled metod vyčíslení chyby výsledků nepřímých měření.
- 1.16 Uveďte přehled metod vyčíslení nejistoty měření.
- 1.17 Jak se vyčíslí nejistota u modelu zahrnujícího působení neměřených faktorů?
- 1.18 Komentujte souvislost mezi intervaly spolehlivosti a nejistotami.
- 1.19 Proved'te porovnání nejistot výsledků měření u přímých ale i nepřímých měření rozličnými metodami.
- 1.20 Vysvětlete přístup intervalové analýzy k nejistotám.

# 2. PRŮZKUMOVÁ ANALÝZA JEDNOROZMĚRNÝCH DAT (z látky učebnice na str. 75 až 148)

- 2.1 Charakterizujte reprezentativní náhodný výběr svými vlastnostmi.
- 2.2 Uveďte základní kroky postupu jednorozměrné analýzy dat.
- 2.3 Vysvětlete základní pojmy v exploratorní analýze dat EDA: pořádková statistika, pořadová pravděpodobnost, kvantilová funkce, kvantily a písmenové hodnoty, technika hloubek a pořadí.
- 2.4 Popište konstrukci barierově-číslicového schématu indikujícího vybočující hodnoty.
- 2.5 Vysvětlete grafické diagnostiky tvaru rozdělení v EDA: G1 kvantilový graf a graf pohoří, G2 diagram rozptýlení, G3 rozmitnutý diagram rozptýlení, G4 krabicový graf, G5 vrubový krabicový graf.
- 2.6 Vysvětlete kvantilové charakteristiky šikmosti a špičatosti rozdělení v EDA: polosuma, rozpětí, šikmost, pseudosigma, délky konců, kvantilová odchylka.
- 2.7 Vysvětlete grafické diagnostiky šikmosti a špičatosti rozdělení v EDA: G6 graf polosum, G7 graf symetrie, G8 graf špičatosti, G9 diferenční kvantilový graf, G10 graf rozptýlení s kvantily.
- 2.8 Uveďte typické grafy pro vizuální posouzení zvláštností tvaru rozdělení jako jsou diagnostiky EDA: G11 jádrový odhad hustoty pravděpodobnosti, G12 histogram, G13 kvantil-kvantilový Q-Q graf, G14 rankitový graf, G15 podmíněný rankitový graf, G16 pravděpodobnostní P-P graf, G17 kruhový graf.
- 2.9 Popište principy základních grafů k indikaci typu diskrétního rozdělení: G18 graf poměru frekvencí, G19 Poissonův graf, G20 modifikovaný Poissonův graf.
- 2.10 Kde a proč se provádí mocninná a Boxova-Coxova transformace dat a dle jakých transformačních vzorců?
- 2.11 K čemu jsou vhodné grafické diagnostiky při transformaci dat: G21 Hinesové-Hinesův selekční graf, G22 graf logaritmu věrohodnostní funkce?
- 2.12 Jak se provádí zpětná transformace dat standardním přístupem a jednak zpřesněným přístupem?
- 2.13 Které předpoklady o výběru je třeba ve statistické analýze jednorozměrných dat vždy ověřit?
- 2.14 Jak se určí minimální velikost výběru?
- 2.15 Uveďte podstatu von Neumannova T-testu nezávislosti prvků ve výběru a vysvětlete testační kritérium.
- 2.16 Uveďte vhodné testy k ověření normality výběrového rozdělení.
- 2.17 Jak se ověří homogenita výběru a jak se odhalí vybočující body ve výběru?
- 2.18 Jaký postup je třeba zvolit při nesplnění některého z předpokladů o výběrů?

### 3. STATISTICKÁ ANALÝZA JEDNOROZMĚRNÝCH DAT (z látky učebnice na str. 149 až 240)

- 3.1 Popište míry polohy, rozptýlení a tvaru pro soubor a jednak pro výběr dat.
- 3.2 Vysvětlete kritéria kvality bodového odhadu.
- 3.3 Vysvětlete princip získávání bodového odhadu metodou maximální věrohodnosti.
- 3.4 Popište momentové charakteristiky polohy, rozptýlení a tvaru. Popište také centrální momenty, kumulanty a L-momenty podle Wanga.
- 3.5 Popište základní charakteristiky polohy, rozptýlení a tvaru: aritmetický průměr, modus, medián, polosuma,  $\alpha$ -uřezaný průměr, vážený aritmetický průměr, rozptyl, směrodatná odchylka, průměrná absolutní odchylka, šikmost a špičatost. Pokud je to možné uveďte také jejich grafickou interpretaci.
- 3.6 Popište definici a povahu intervalového odhadu, jeho vlastnosti a základní pojmy důležité při jeho vyčíslení.
- 3.7 Uveďte konstrukci intervalového odhadu polohy (průměru a mediánu) pro velké výběry, středně velké výběry a konečně pro malé výběry dle Horna.
- 3.8 Uveďte konstrukci intervalového odhadu rozptylu.
- 3.9 Uveďte konstrukci intervalového odhadu obecné statistiky.
- 3.10 Jak se vypočte interval spolehlivosti střední hodnoty pro zešikmená rozdělení?
- 3.11 Vysvětlete Johnsonovu transformaci pro korigovaný průměr a interval spolehlivosti u asymetrických rozdělení.
- 3.12 Vysvětlete interval spolehlivosti střední hodnoty u asymetrického rozdělení podle Chenové.
- 3.13 Uveďte tvar rozdělení a bodové a intervalové odhady parametrů polohy, rozptýlení a tvaru u Poissonova rozdělení. Uveďte vlastnosti základních typů spojitých rozdělení (normálního, Laplaceova, rovnoměrného, exponenciálního a logaritmicke-normálního) a oblasti jejich použití.
- 3.14 Které robustní odhady parametrů polohy a rozptýlení znáte?
- 3.15 Uveďte bodové a intervalové odhady parametrů polohy a rozptýlení u malých výběrů podle Horna.
- 3.16 Které neparametrické odhady rozptylů metodou bootstrap a Jackknife znáte?
- 3.17 Uveďte obecný postup testování statistických hypotéz.
- 3.18 Vysvětlete testy hypotéz o parametrech jednoho souboru, testy správnosti.
- 3.19 Vysvětlete testy hypotéz o parametrech dvou souborů, testy shodnosti.
- 3.20 Vysvětlete testy shody středních hodnot.
- 3.21 Vysvětlete testy shody rozptylů.
- 3.22 Ukažte na celé výpočetní schéma testů shodnosti středních hodnot a rozptylů.

### 5. ANALÝZA ROZPTYLU (z látky učebnice na str. 529 až 564)

- 5.1 Vysvětlete analýzu rozptylů ANOVA všech zdrojů variability v lineárních statistických modelech.
- 5.2 Jak posoudíme jednotlivé zdroje variability?
- 5.3 Ukažte na podstatu analýzy rozptylu ANOVA při rozkladu celkového rozptylu na složku objasněnou a složku neobjasněnou.
- 5.4 Ukažte jak se v analýze rozptylu ANOVA rozlišují kvalitativní faktory a kvantitativní faktory, modely s pevnými efekty a modely s náhodnými efekty.
- 5.5 U vícefaktorové analýzy rozptylu ANOVA vysvětlete efekt interakce. Co to jsou modely se smíšenými efekty? Co jsou vyvážené a nevyvážené experimenty?
- 5.6 Vysvětlete pojmy v jednofaktorové analýze rozptylu ANOVA: sloupcový průměr, celkový průměr a odhad efektu.
- 5.7 Pro modely s pevnými efekty ukažte na metodologii statistické analýzy vedoucí až k ANOVA-tabulce. Testování nulové hypotézy ukažte pomocí Fisher-Snedecorovy testační statistiky F a také pomocí vypočtené hladiny významnosti P.
- 5.8 U Schéffého techniky vícenásobného porovnávání ukažte na smysl lineárního kontrastu.
- 5.9 Ukažte, jak je výhodné převést ANOVA model na model lineární regresní analýzy a využít k testování předpokladů pomůcek celé regresní diagnostiky. Ukažte použití testačních kritérií F a P.
- 5.10 Jak ověříte u jednofaktorové ANOVA normalitu chyb?
- 5.11 Lze použít transformaci dat v případě nenormality?
- 5.12 Jak využijeme uvedenou statistickou metodologii i na modely s náhodnými efekty?
- 5.13 Ukažte schéma dvoufaktorového modelu analýzy rozptylu a vysvětlete různé typy interakcí faktorů.
- 5.14 U modelů s pevnými efekty ukažte výpočetní schéma ANOVA2P pro modely bez opakování měření. Co indikuje graf neaditivní? Ukažte použití testačních kritérií F a P.
- 5.15 Jak lze eliminovat neaditivitu využitím mocninné transformace?
- 5.16 U modelů s pevnými efekty ukažte výpočetní schéma ANOVA2B pro modely vyvážené. Ukažte použití testačních kritérií F a P.
- 5.17 U modelů s pevnými efekty ukažte výpočetní schéma ANOVA2U pro modely nevyvážené. Ukažte použití testačních kritérií F a P.
- 5.18 Jak se testují ANOVA modely se smíšenými efekty?
- 5.19 Jak aplikujeme ANOVA metodologii testování na modely s náhodnými efekty?
- 5.20 Provedte zhodnocení postupu při analýze rozptylu ANOVA.

## 6. LINEÁRNÍ REGRESNÍ MODELY (z látky učebnice na str. 565 až 736)

- 6.1 Proveďte formulaci lineárního regresního modelu a rozklad celkové chyby  $\varepsilon$  na složku chyby měření a chyby modelu.
- 6.2 Vysvětlete geometrii lineárního regresního modelu a geometrii metody nejmenších čtverců MNČ včetně  $\mathbf{H}$  projekce a  $\mathbf{P}$  projekce.
- 6.3 Vysvětlete všech sedm předpokladů metody nejmenších čtverců a řešení regresního tripletu.
- 6.4 Diskutujte, co znamená BLUE odhady (nejlepší, nevychýlené a lineární) v lineární regresi.
- 6.5 Vysvětlete řadu statistických vlastností MNČ:  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{y}_P$ ,  $\mathbf{e}$ .
- 6.6 Vysvětlete význam korelačního koeficientu  $R$ , koeficient determinace  $D$  a testu celkové regrese  $F_R$ .
- 6.7 Ukažte různé konstrukce intervalů spolehlivosti neznámých parametrů  $\boldsymbol{\beta}$  a také predikce  $\mathbf{y}_P$  a vysvětlete Working-Hotellingovy pásy.
- 6.8 Ukažte postup úlohy ověření (validace) nové analytické metody testování nulovosti úseku a jednotkovosti směrnice.
- 6.9 Popište test shodnosti odhadu parametru  $\boldsymbol{\beta}$  s předepsanou hodnotou  $\boldsymbol{\beta}_0$ .
- 6.10 Popište Scottův test multikolinearity.
- 6.11 Popište test významnosti absolutního členu.
- 6.12 Popište test složených hypotéz, například úseku a směrnice přímky Lambert-Beerova zákona.
- 6.13 Popište Chowův test shody dvou lineárních modelů.
- 6.14 Popište test vhodnosti lineárního modelu dle Uttsové.
- 6.15 Která kritéria jsou nejvhodnější při hledání lineárního regresního modelu?
- 6.16 Jak se provádí porovnání více regresních přímek?
- 6.17 Jak se provádí test homogenity úseků více regresních přímek?
- 6.18 Jak se provádí test homogenity směrnic více regresních přímek?
- 6.19 Jak se provádí test shody více regresních přímek?
- 6.20 Existují nějaké numerické problémy lineární regrese?
- 6.21 Uveďte princip metody racionálních hodnot GPCR, která je vhodná v případě silné multikolinearity (např. u polynomů) místo MNČ k odhadu parametrů  $\boldsymbol{\beta}$  navrženého regresního modelu.
- 6.22 Uveďte princip hřebenové regrese a doložte příkladem.
- 6.23 Uveďte k čemu při řešení regresního tripletu využíváme regresní diagnostiku založenou na statistické analýze různých druhů reziduí?
- 6.24 Jak využíváme v průzkumové analýze dat EDA regresní diagnostiku?
- 6.25 Co je cílem posouzení kvality dat hledání vlivných bodů, t.zv. kritiky dat?
- 6.26 Uveďte vlastnosti klasických reziduí, jež vedou k mylné interpretaci z nich určené diagnosy.
- 6.27 Které další druhy reziduí využíváme v regresní diagnostice?
- 6.28 Uveďte numerické diagnostiky indikace vlivných bodů.
- 6.29 Popište pět nejdůležitějších grafů identifikace vlivných bodů a uveďte obecné tvary diagnostických grafů při této analýze.
- 6.30 K čemu slouží indexové a rankitové grafy?
- 6.31 Uveďte přehled diagnostik vlivných bodů.
- 6.32 Jak posoudíte kvalitu navrženého regresního modelu pomocí parciálních regresních grafů a pomocí parciálních reziduálních grafů?
- 6.33 K čemu slouží znaménkový test navrženého regresního modelu?
- 6.34 Jak řešíme úlohu v případě porušení předpokladů MNČ, a to především při nalezené heteroskedasticitě v datech, autokorelaci a nenormalitě chyb?
- 6.35 Popište Cookův-Weisbergův test odhalující heteroskedasticitu v datech.
- 6.36 Popište autokorelační test.
- 6.37 Popište Jarque-Beraův test normality v datech.
- 6.38 Jaké zvolíte postupy při porušení některého z předpokladů MNČ?
- 6.39 Jaký je postup výstavby lineárního regresního modelu při zadaném omezení na parametry?
- 6.40 Při prokázané heteroskedasticitě chyb závisle proměnné se užívá metoda zobecněných nejmenších čtverců. Popište tuto metodu.
- 6.41 Jak se postupuje při výstavbě lineárního regresního modelu při odhalené autokorelaci v datech?
- 6.42 Jak se indikuje multikolinearita v datech a jako modifikaci MNČ je potom nutno použít k získání odhadů neznámých parametrů  $\boldsymbol{\beta}$  a výstavby regresního modelu?
- 6.43 Jakou modifikaci MNČ je třeba použít, když jsou všechny proměnné zatíženy náhodnými chybami?
- 6.44 Jakou modifikaci MNČ je třeba použít, když jsou přítomny odlehle hodnoty a extrémy a náhodné chyby závisle proměnné nevykazují normální rozdělení?
- 6.45 Popište M-odhady v lineární regresi a uveďte situace, kde je jich třeba využít.
- 6.46 Jaké robustní odhady s ohraničeným vlivem v lineární regresi znáte?
- 6.47 Uveďte druhy kalibrací a popište je matematickým modelem včetně jejich rozptylů  $D(\mathbf{y})$  a  $D(\mathbf{x})$ .
- 6.48 Postup kalibrace ukažte na příkladu kalibrační přímky a popište přímý bodový odhad, Naszodiho bodový odhad, Krutskoffův bodový odhad a Schwartzův bodový odhad neznámé koncentrace.
- 6.49 Uveďte grafický způsob určení intervalového odhadu neznámé koncentrace. Čím je ovlivněna šířka tohoto intervalu?
- 6.50 Jak vyjádříme míry přesnosti kalibrace? Uveďte grafický způsob určení kritické úrovně a limity detekce.

- 6.51 Jakým vztahem vyčíslíme limitu stanovení (kvantifikace)?  
6.52 Uveďte obecný postup při lineární regresní analýze.  
6.53 Jaký je princip nelineární kalibrace s využitím kvadratického nebo kubického spline. Jak se zadá nejvhodnější počet uzlových bodů?

## 7. KORELACE (z látky učebnice na str. 737 až 779)

- 7.1 Objasněte pojem korelační koeficient  $r$  dvou proměnných. Jaké vlastnosti musí vykazovat obě proměnné?  
7.2 Uveďte druhy korelačních koeficientů.  
7.3 Popište korelační modely pro dvě náhodné veličiny a uveďte základní vztahy.  
7.4 Jaký je rozdíl mezi hlavní osou elips a redukovanou hlavní osou elips?  
7.5 Vysvětlete pět základních vlastností vícenásobného korelačního koeficientu pro více náhodných veličin.  
7.6 Vysvětlete párový korelační koeficient a uveďte rovněž jeho vlastnosti.  
7.7 Vysvětlete pojmy parciálního korelačního koeficientu rozličného řádu (nultého, prvního, druhého, ..., a konečně  $(m - 1)$ tého.  
7.8 Jaká je příčinná souvislost s korelací dvou veličin?  
7.9 Co rozumíme pod pojmem míra lineární stochastické vazby?  
7.10 Jak otestujeme statistickou významnost ještě existující korelace?  
7.11 K čemu je vhodné užít interval spolehlivosti korelačního koeficientu?  
7.12 Jak otestujeme velikost korelačního koeficientu mezi dvěma veličinami Fisherovou transformací, Samiuddinovou transformací a korekcí Kraemerové?  
7.13 K interpretaci korelačního koeficientu  $r$  užitě jednak větu, že korelační koeficient je relativní mírou variability objasněnou regresním modelem a jednak 14 způsoby vyjádření  $r$ .  
7.14 Jak souvisí podle Mantela velikost korelace s výběrem bodů k regresi?  
7.15 Co vyjadřuje korelační křivka a k čemu se využívá?  
7.16 Kdy užitě parciální korelační koeficient a kdy vícenásobný korelační koeficient?  
7.17 Kdy nahrazujeme klasický párový korelační koeficient pořadovým (neparametrickým) korelačním koeficientem?  
7.18 Jak je definován Spearmanův pořadový korelační koeficient a kdy ho s výhodou užitě?

## 8. NELINEÁRNÍ REGRESNÍ MODELY (z látky učebnice na str. 781 až 869)

- 8.1 Vyjmenujte základní nelineární regresní modely vyskytující se v přírodních a technických vědách.  
8.2 Popište formulaci nelineárního regresního modelu.  
8.3 Co to je přeurenost modelu a jak se odstraní?  
8.4 Které modely chyb u nelineárních regresním modelů znáte?  
8.5 Jak formulujeme kritérium regrese pro aditivní, multiplikativní a kombinované chyby?  
8.6 Popište geometrii nelineární regrese: minimum v eliptickém hyperparaboloidu a způsoby jeho hledání.  
8.7 Popište rozličné tvary hyperparaboloidu a vysvětlete na něm podmíněnost parametrů v modelu.  
8.8 Vysvětlete postup hledání lokálního a globálního minima derivačními metodami minimalizace účelové funkce metodou nejmenších čtverců.  
8.9 Vysvětlete postup hledání lokálního a globálního minima nederivačními metodami minimalizace účelové funkce metodou nejmenších čtverců.  
8.10 Uveďte třídění a obsahy minimalizačních algoritmů.  
8.11 Popište metodu simplexovou k minimalizaci účelové funkce metodou MNČ.  
8.12 Popište metodu Newton-Raphsonovu k minimalizaci účelové funkce metodou MNČ.  
8.13 Popište metodu LETAGROP k minimalizaci účelové funkce metodou MNČ.  
8.14 Uveďte pět možných komplikací procesu nelineární regrese.  
8.15 Vysvětlete statistickou analýzu nelineární regrese.  
8.16 Jak souvisí vychýlení odhadů parametrů s nelinearitou regresního modelu?  
8.17 Uveďte metody výpočtu intervalů spolehlivosti odhadovaných parametrů  $\beta$ .  
8.18 Jaké testy hypotéz o odhadech parametrů znáte a k čemu tyto testy slouží?  
8.19 Uveďte všechny statistiky grafické a numerické analýzy reziduí při vyšetřování těsnosti proložení nelineární regresní křivky.  
8.20 Jak se provádí analýza vlivných bodů?  
8.21 Rozeberte postup výstavby nelineárního regresního modelu.  
8.22 Jak se posuzuje kvalita nalezených odhadů parametrů?  
8.23 Jak posuzujete kvalitu dosažené těsnosti proložení?  
8.24 Jak posuzujete predikční schopnost nalezeného regresního modelu? A jak správnost navrženého modelu?